

Loise Tarouquela Medeiros  
Marcelo Silva Bastos  
Mario Barbosa da Silva  
Albertina Maria Batista de Sousa da Silva  
Daysi Lucidi Gomes de Farias  
Organizadores

# *educação matemática*

Práticas pedagógicas, currículo e formação docente



**Educação Matemática:**  
Práticas pedagógicas, currículo e formação docente

Loise Tarouquela Medeiros  
Marcelo Silva Bastos  
Mario Barbosa da Silva  
Albertina Maria Batista de Sousa da Silva  
Daysi Lucidi Gomes de Farias  
Organizadores

2024

EDITORA  
*Meus Ritmos*

LOISE TAROUQUELA MEDEIROS, MARCELO SILVA BASTOS,  
MARIO BARBOSA DA SILVA, ALBERTINA MARIA BATISTA DE  
SOUSA DA SILVA & DAYSI LUCIDI GOMES DE FARIAS

Organizadores

**Educação Matemática:**  
Práticas pedagógicas, currículo e formação docente

Alessandro Jatobá  
Alexandre Souza de Oliveira  
Andreia Passos Ferreira  
Daniel de Oliveira Lima  
Edda Curi  
Emerson Bastos Lomasso  
Flávia Strega Nunes  
Gabriela dos Santos Barbosa  
Gabriela Félix Brião  
Gisele Pereira de Oliveira Xavier  
Henrique de Oliveira  
Jadson de Souza Conceição  
Jean Paixão Oliveira  
Leandro Costa Serafim  
Lilian Nasser  
Loise Tarouquela Medeiros  
Marcos Antônio de Sousa Pereira  
Maria Eliana Santana da Cruz Silva  
Mariana Barbosa Cassiano  
Mariana Carvalho Pinto  
Mário Barbosa da Silva  
Martin Nicolas Rodriguez Zamit  
Monike Alves Gouvea  
Norma Suely Gomes Allevato  
Patrícia Nunes da Silva  
Paulo Eugênio da Silva  
Pedro Henrique Oliveira Dias de Paula  
Raphael Constant da Costa  
Renan Pereira Souza  
Renata Batista de Oliveira Melo  
Rosa Lidice de Moraes Valim  
Sabrina Alves Boldrini Cabral  
Shayane Santana Valentim  
Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon  
Tiêgo dos Santos Freitas  
Veronica Eloi de Almeida  
Werbert Augusto Coutinho  
Zulma Elizabete de Freitas Madruga

2024

EDITORA  
*Meus Ritmos*



Meus Ritmos Editora & Produções Artísticas MEI.  
Rua Cabo Maurício Dos Santos, 42 – Anchieta  
Divinópolis – MG – CEP 35502-825

#### Conselho Editorial

Dr. Adilson Vaz Cabral Filho (UFF), Dra. Albertina Batista de Sousa da Silva (IFRJ), Dra. Ana Maria Martensen Roland Kaleff (UFF), Me. Anderson Albérico Ferreira (FLACSO Brasil), Dra. Andrea Medrado (UFF), Dra. Ângela Maria Grossi (UNESP), Dra. Betânia Maciel (CLAEC), Dr. Bruno Lima Rocha (Unisinos), Dra. Carla Silva de Medeiros (IFRJ), Dra. Clarissa Alexandra Guajardo Semensato (UECE), Dra. Dayenny Neves Miranda (IFRJ), Dra. Eula Dantas Taveira Cabral (FCRB), Dr. Fernando Oliveira Paulino (UnB), Dr. Francisco Sierra Caballero (US), Dra. Giselle Carino Lage (IFRJ), Dra. Jacqueline Lima Dourado (UFPI), Dr. Juliano, Maurício de Carvalho (UNESP), Me. Karen Kristien Silva dos Santos (FLACSO Brasil), Me. Leonardo Salamanca López (Uniminuto), Dra. Lia Calabre Félix de Azevedo (FCRB), Dr. Luis Alfonso Albornoz (UC3M), Me. Marcelo Silva Bastos (IFRJ), Dra. Marcelo Viana Estevão de Moraes (FCRB), Dr. Marco Schneider (IBICT), Dr. Marcos Dantas (UFRJ), Dra. Mariluci da Cunha Guberman (UFRJ), Dr. Murilo César Ramos (UnB), Dra. Patrícia Bandeira de Melo (Fundaj), Dra. Patrícia Mauricio (Puc-Rio), Dr. Paulo Faustino (U.Porto), Dra. Ximena Antonia Díaz Merino (UFRRJ).

#### Contato:

editorameusritmos@gmail.com  
www.facebook.com/editorameusritmos  
Instagram: @MeusRitmosEditora  
(21) 9 8441-1642

Educação Matemática: Práticas pedagógicas, currículo e formação docente

Copyright ©2024 by Autores  
editorameusritmos@gmail.com

Obra sob licença Creative Commons



Projeto editorial – Anderson Albérico Ferreira

Projeto Editorial – Meus Ritmos Editora

Diagramação – Meus Ritmos Editora

Capa – Anderson Albérico Ferreira

Revisão – Autores

#### Catálogo na publicação

Elaborada por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

---

E24

Educação matemática: práticas pedagógicas, currículo e formação docente/ Organização de Loise Tarouquela Medeiros, Marcelo Silva Bastos, Mario Barbosa da Silva, et al. – Divinópolis-MG: Meus Ritmos Editora e Produções Artísticas, 2024.

Outras organizadoras: Albertina Maria Batista de Sousa da Silva, Daysi Lucidi Gomes de Farias.

Livro em PDF

302 p.

ISBN 978-65-01-02473-8

1. Matemática - Estudo e ensino. I. Medeiros, Loise Tarouquela(Organizadora). II. Bastos, Marcelo Silva (Organizador). III. Silva, Mario Barbosa da (Organizador). IV. Título.

CDD 510.7

---

Índice para catálogo sistemático:

I. Matemática - Estudo e ensino

# Sumário

<b>Apresentação</b> .....	7
<i>Loise Tarouquela</i>	

## PARTE I: Práticas Pedagógicas

### Capítulo 1

A Geometria através das lentes: uma experiência com alunos de uma Escola Pública no Município de Espera Feliz/MG .....	14
<i>Sabrina Alves Boldrini Cabral &amp; Gisele Pereira de Oliveira Xavier</i>	

### Capítulo 2

Charles Sanders Peirce e o ensino de aritmética elementar no contexto do positivismo em meados do século XIX.....	25
<i>Alexandre Souza de Oliveira</i>	

### Capítulo 3

De qual prática estou falando? Impressões de professores de matemática acerca de suas práticas em tempos de pós-pandemia .....	48
<i>Leandro Costa Serafim &amp; Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon</i>	

### Capítulo 4

Ferramentas para soluções de problemas matemáticos olímpicos: Possibilidades De Democratização De Saberes .....	74
<i>Gabriela dos Santos Barbosa, Mariana Carvalho Pinto, Patrícia Nunes da Silva, Renan Pereira Souza &amp; Raphael Constant da Costa</i>	

### Capítulo 5

O lúdico e a insubordinação criativa: estimulando narrativas e práticas de alunos e docentes .....	95
<i>Flávia Streva Nunes, Andreia Passos Ferreira, Monike Alves Gouvea, Mariana Barbosa Cassiano &amp; Gabriela Félix Brião</i>	

### Capítulo 6

Provas e demonstrações através da resolução e proposição de problemas de geometria analítica utilizando o geogebra.....	112
<i>Mário Barbosa da Silva &amp; Norma Suely Gomes Allevato</i>	

### Capítulo 7

Intervenção no âmbito da educação matemática em uma escola pública, projeto “Caça tesouro Matemático” .....	136
<i>Emerson Bastos Lomasso, Henrique de Oliveira, Martin Nicolas Rodriguez Zamit &amp; Pedro Henrique Oliveira Dias de Paula</i>	

### Capítulo 8

Uma experiência didática a partir da metodologia <i>Lesson Study</i> : explorando a resolução de problemas em aulas de Matemática.....	147
<i>Marcos Antônio de Sousa Pereira &amp; Tiêgo dos Santos Freitas</i>	

## PARTE II: *Currículo*

### **Capítulo 9**

Ensino da estatística para os anos iniciais do ensino fundamental:  
uma revisão sobre pesquisas brasileiras com foco no livro didático..... 171  
*Loise Tarouquela Medeiros & Edda Curi*

### **Capítulo 10**

Da escola tradicional à escola digital: A evolução do ensino da matemática ..... 188  
*Werbert Augusto Coutinho, Veronica Eloí de Almeida,  
Alessandro Jatobá & Rosa Lidice de Moraes Valim*

### **Capítulo 11**

Pesquisa colaborativa no ensino e aprendizagem de Matemática:  
mapeamento de pesquisas recentes ..... 210  
*Jean Paixão Oliveira, Jadson de Souza Conceição & Zulma Elizabete de Freitas Madruga*

### **Capítulo 12**

Um estudo sobre a abordagem de álgebra no currículo do estado de São Paulo ..... 226  
*Paulo Eugênio da Silva & Edda Curi*

## PARTE III: *Formação Docente*

### **Capítulo 13**

Residência pedagógica no curso de licenciatura em Matemática  
do campus II da UNEB: uma reflexão sobre a prática pedagógica no formato remoto ..... 251  
*Renata Batista de Oliveira Melo, Shayane Santana Valentim  
& Maria Eliana Santana da Cruz Silva*

### **Capítulo 14**

Desafios e oportunidades na avaliação da aprendizagem em matemática:  
uma análise dos currículos das principais universidades brasileiras ..... 268  
*Daniel de Oliveira Lima & Lilian Nasser*

### **Capítulo 15**

Residência pedagógica:  
contribuições na formação do licenciando em matemática da UNEB – Campus II..... 286  
*Shayane Santana Valentim, Renata Batista de Oliveira Melo  
& Maria Eliana Santana da Cruz Silva*

**Sobre os autores**..... 300

## **Apresentação**

*Loise Tarouquela Medeiros*

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro

O e-book *Educação Matemática: Práticas Pedagógicas, Currículo e Formação Docente*, celebra a finalização de uma etapa dos dois projetos de extensão do Instituto Federal do Rio de Janeiro, que envolveram professores (as), licenciandos (as), estudantes do ensino técnico e interessados (as) na formação docente e em materiais relacionados às práticas e experiências educacionais na Educação Matemática.

O projeto “Compartilhar”, campus São João de Meriti, coordenado pela professora Loise Medeiros, apresentou a Matemática a partir de jogos matemáticos como estratégia para aprendizagem no Ensino Fundamental. O projeto “NUPEMCI”, coordenado pelo professor Marcelo Bastos, do campus Nilópolis, aproximou os estudantes da Educação de Jovens e Adultos, com propostas de uma Matemática construída em diálogo com situações do cotidiano.

A partir dos encontros entre os projetos, surgiu a ideia de organizar um livro com objetivo de contribuir com reflexões e práticas de professores e pesquisadores acerca de suas práticas pedagógicas, no currículo e na formação docente na área da Educação Matemática. Temas que emergiram em nossas discussões e que consideramos fundamentais que todos nós possamos compartilhar nossas experiências para construirmos uma apropriação de conhecimentos da forma mais ampla possível.

Problemas com o fracasso escolar, a desmotivação dos estudantes, o tipo de relações entre docentes e estudantes, a indisciplina em aula, que além de serem preocupações e temas de conteúdo psicopedagógico, são também de certa forma problemas que são muito relacionados ao currículo ofertado aos estudantes.

Diante disso, percebemos que o currículo deve servir como um elo para integrar os indivíduos no grupo escolar, bem como fortalecer a gestão democrática que são as normas do regimento escolar, o que garantirá qualidade social da educação, valorização da diversidade e protagonismo dos estudantes no meio em que vivem.

Sacristán (2000) nos coloca a refletir sobre o tratamento do currículo, na contemporaneidade: Que objetivo se pretende alcançar; o que ensinar; por que ensinar;

para quem são os objetivos; quem possui o melhor acesso às formas legítimas de conhecimento; que processos incidem e modificam as decisões até que se chegue à prática; como se transmite a cultura escolar; como os conteúdos podem ser inter-relacionados; com quais recursos/materiais metodológicos; como organizar os grupos de trabalho, o tempo e o espaço; como saber o sucesso ou não e as consequências sobre esse sucesso da avaliação dominante; e de que maneira é possível modificar a prática escolar relacionada aos temas.

Outra demanda importante, em relação a atividade docente, é, justamente, repensar a formação dos professores, a partir da análise das práticas pedagógicas docentes, ou seja, do cotidiano escolar (Pimenta, 2002, p. 45).

Desta forma, percebemos que há uma permanente necessidade de reformulação do cotidiano escolar e que na contemporaneidade são grandes os desafios apresentados em qualquer atividade profissional docente, pautado por grandes responsabilidades sociais as quais lhes são requisitadas determinadas funções, e para agirem, de modo consciente, autônomo e crítico, necessitam de diversos conhecimentos.

Neste contexto, despertamos interesse para construção desse e-book, composto por 15 capítulos, com um total de 42 autores envolvidos em investigações sobre a formação de professores, currículo e práticas pedagógicas. A organização foi feita em 3 partes. A Parte 1 é referente às reflexões sobre as Práticas Pedagógicas e compreende 8 capítulos. A Parte 2 refere-se a discussões sobre o Currículo de Matemática e é composta de 4 capítulos. A Parte 3 inclui 3 capítulos relacionados à formação de professores que ensinam matemática.

Na Parte 1 do e-book, apresentamos oito capítulos de pesquisadores que têm investigado sobre práticas pedagógicas. No capítulo 1, intitulado “A Geometria através das lentes: uma experiência com alunos de uma Escola Pública no Município de Espera Feliz/MG”, Sabrina Cabral e Gisele Xavier apresentam parte de uma atividade extensionista desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental II e Ensino Médio de uma escola pública do interior de Minas Gerais, buscando evidenciar o modo de compreender a realidade matemática, considerando sua aprendizagem como parte da construção histórico, social e cultural do indivíduo, o projeto visa ressignificar o ensino de algumas propriedades geométricas utilizando a linguagem audiovisual como proposta metodológica de ensino.

No capítulo 2, intitulado “Charles Sanders Peirce e o Ensino de Aritmética Elementar no contexto do positivismo em meados do século XIX”, Alexandre Oliveira



apresenta uma análise histórica, baseada em atuais tendências da História da Ciência e da Matemática, tem em vista levantar questões de ordem epistemológica e matemática, que futuramente poderão ser exploradas para a construção de interfaces entre história e ensino de matemática. A compreensão do conhecimento matemático dentro do contexto histórico permitiu ao autor verificar como esse conhecimento foi mobilizado e quais foram suas pretensões.

No capítulo 3, intitulado “De qual prática estou falando? Impressões de Professores de Matemática acerca de suas práticas em tempos de pós-pandemia”, Leandro Serafim e Thiarla Zanon apresentam um estudo de caso qualitativo, com cinco professores de matemática que atuavam em uma escola da rede estadual de ensino do Espírito Santo, em turmas do ensino médio, para identificar quais práticas eram/foram utilizadas por eles em aulas de matemática antes da pandemia, no período de pandemia e quais delas permaneceram no retorno presencial.

No capítulo 4, intitulado “Ferramentas para soluções de problemas matemáticos olímpicos: Possibilidades de democratização de saberes”, Gabriela Barbosa, Mariana Pinto, Patrícia Silva, Renan Souza e Raphael Costa refletem sobre a resolução de problemas, mais especificamente dos problemas propostos na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). As autoras utilizam as situações didáticas (Brousseau, 2007) para avaliar melhor o processo pelo qual o estudante passa ao resolver um problema olímpico e, dessa forma, entender os saberes matemáticos já construídos por ele ou que se encontram em construção.

No capítulo 5, intitulado “O lúdico e a insubordinação criativa: estimulando narrativas e práticas de alunos e docentes”, Flávia Nunes, Andreia Ferreira, Monike Gouvea, Mariana Cassiano e Gabriela Brião, apresentam, por meio da narrativa de uma educadora matemática, práticas que fugiram ao dito ensino tradicional, com intenção de partilhar a forma como essas práticas se desenrolaram e como o aporte teórico para sustentá-las pode trazer uma possibilidade de respaldo ao educador que venha a se aventurar em trilhas similares.

No capítulo 6, intitulado “Provas e demonstrações através da resolução e proposição de problemas de Geometria Analítica utilizando o ‘Geogebra’”, Mário Barbosa da Silva e Norma Suely Gomes Allevato, apresentam um estudo teórico que fundamenta o desenvolvimento de uma proposta de ensino sobre circunferências, embasada na proposição e resolução de problemas. A proposta utiliza o GeoGebra em sala de aula, voltada ao Ensino Médio, visando promover a aprendizagem de conteúdos,

bem como a compreensão e a elaboração de provas e demonstrações. Os autores esperam despertar o interesse dos professores em criar situações de aprendizagem fundamentadas na proposição e resolução de problemas com as tecnologias digitais, assim como na generalização por meio da elaboração de provas matemáticas.

No capítulo 7, intitulado “Relato de Experiência: Intervenção no âmbito da educação matemática em uma escola pública, Projeto: Caça tesouro Matemático”, Emerson Lomasso, Henrique de Oliveira, Martin Zamit e Pedro de Paula relatam sobre uma proposta de intervenção elaborada por discentes bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, (PIBID) da Universidade do Estado de Minas Gerais. Os autores desenvolveram um trabalho de ensino e aprendizagem envolvendo a prática lúdica e diferenciada, fora da sala de aula, contemplando os conteúdos –números inteiros– e alunos do sexto e sétimo ano do ensino fundamental. Observaram um retorno favorável por parte dos alunos, mostraram-se mais interessados com a matemática e observaram que muitos assimilaram de forma eficaz o conteúdo.

No capítulo 8, intitulado “Uma experiência didática a partir da metodologia *Lesson Study*: explorando a resolução de problemas em aulas de Matemática”, Marcos Pereira e Tiêgo Freitas, buscam evidenciar as potencialidades e limitações do ensino através da metodologia *Lesson Study* com o uso da Resolução de Problemas no ensino de matemática. As ações relatadas ocorreram durante as suas vivências ao longo do Estágio Curricular Supervisionado II, onde destacaram que o ensino através da resolução de problemas deixa os problemas mais próximo da realidade (mais contextualizados e com sentido), contribuindo para que as aulas fiquem mais instigantes e interessantes para os alunos.

A parte 2 é composta por 4 capítulos que enfocam pesquisas sobre currículo de matemática. No capítulo 9, com o título “Ensino da Estatística para os anos iniciais do Ensino Fundamental: Uma revisão sobre pesquisas brasileiras com foco no Livro Didático”, de Loise Medeiros e Edda Curi, apresentam um mapeamento da produção acadêmica, com foco no livro didático, em relação ao ensino da Estatística nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, buscando conhecer as contribuições do que já é feito na área e as possíveis lacunas existentes, ampliando o olhar sob esse foco. As autoras evidenciaram a necessidade de aprofundamento de pesquisas relacionadas às atividades propostas por Livros Didáticos, no que se refere os Anos Iniciais, sobre inclusão da pesquisa, da contextualização, das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação e de recursos didáticos.

No capítulo 10, de Werbert Coutinho, Veronica Almeida, Alessandro Jatobá e Rosa Valim, com o título “Da escola tradicional à escola digital: a evolução do ensino da matemática”, apresenta a evolução do ensino da matemática ao longo do tempo e o quanto a forma de ensinar está sendo impactada pelas tecnologias digitais. Os autores apontam que o uso das novas tecnologias digitais como recursos didático-pedagógicos apresenta-se como possibilidade de promoção do ensino matemático de qualidade, ou seja, condizente com as necessidades atuais dos alunos do século XXI, porém esse uso ainda precisa ser efetivado nas escolas para que todo seu potencial vem a ser verdadeiramente utilizado.

O capítulo 11, intitulado “Pesquisa colaborativa no ensino e aprendizagem de Matemática: mapeamento de pesquisas recentes”, de Jean Oliveira, Jadson Conceição e Zulma Elizabete Madruga, analisam as produções acadêmicas acerca da pesquisa colaborativa no ensino e aprendizagem de Matemática, no período de 10 anos (2009-2019). Constataram que há poucas pesquisas que relacionam as tendências em Educação Matemática com a pesquisa colaborativa, apontando a necessidade de mais investigações numa perspectiva de trabalho colaborativo.

No capítulo 12, “Um Estudo sobre a Abordagem de Álgebra no Currículo do Estado de São Paulo”, de autoria de Paulo Silva e Edda Curi, tecem reflexões sobre a abordagem do pensamento algébrico nos conteúdos de Álgebra apresentados nos Currículos disponíveis ao longo do tempo, em especial, aqueles adotados pelo estado de São Paulo no segmento do Ensino Fundamental nos Anos Finais. Os autores consideram que cada vez mais se torna eficaz para o entendimento do processo ensino aprendizagem da Álgebra, os estudos e o acompanhamento da manifestação do pensamento algébrico dos estudantes em sala de aula, assim como, o acompanhamento de suas respectivas aprendizagens em prol de documentos curriculares coesos e que buscam entender o que os alunos aprenderam ao sair da escola.

Na sequência, a Parte 3 do e-book envolve reflexões sobre formação de professores que ensinam matemática. No Capítulo 13, intitulado “Residência Pedagógica no Curso de Licenciatura em Matemática do Campus II da Uneb: Uma reflexão sobre a prática pedagógica no formato remoto”, de Renata Melo, Shayane Valentim e Dr. Maria Eliana Silva, apresentam uma visão dos residentes quanto ao seu desempenho no Programa Residência Pedagógica (PRP), considerando o formato remoto, elencam os possíveis ganhos e dificuldades citados pelos residentes e relatam as práticas pedagógicas desenvolvidas pelos residentes durante o projeto no formato remoto. Observam que a

adaptação às necessidades do contexto pandêmico proporcionou aos participantes uma experiência única, que fortaleceu a relação destes com os recursos tecnológicos e suas funcionalidades no cenário educacional, possibilitando que compreendessem e desenvolvessem práticas, técnicas e métodos em um ambiente de ensino incomum. Também inferem que tiveram como principal dificuldade a qualidade de conexão, haja vista a precariedade da internet, a interação com os alunos e a limitação de recursos disponíveis.

No capítulo 14, “Desafios e Oportunidades na avaliação da aprendizagem em Matemática: Uma análise dos currículos das principais universidades brasileiras”, de Daniel Lima e Lilian Nasser, apresentam uma análise dos currículos e dos projetos pedagógicos das nove melhores universidades brasileiras, uma de cada região, a partir das 35 mais bem colocadas no ranking da *QS World University Rankings 2023: Top global universities*. Os autores concluem que há muito espaço na formação inicial do professor de matemática que precisa ser preenchido pela avaliação das aprendizagens.

No capítulo 15, intitulado “Residência Pedagógica: Contribuições na Formação do Licenciando em Matemática da Uneb – campus II”, de Shayane Valentim, Renata Melo e Maria Eliana Silva, avaliam as contribuições do programa na articulação entre teoria e prática na formação dos licenciandos em Matemática do Campus II da Universidade do Estado da Bahia, com base nos depoimentos dos residentes. As autoras apresentam a relevância do Programa de Residência Pedagógica para a formação do professor, onde os licenciandos vivenciam a teoria interligada com a prática, fortalecem os conteúdos ministrados na universidade, conhecem a realidade da Educação Básica e aguçam o pensamento crítico e reflexivo.

Esperamos que a leitura contribua para novas pesquisas e diálogos com as redes de ensino, em especial, a pública, a fim de desenvolver projetos e práticas que expressem uma formação cidadã e emancipatória. Que os saberes deste livro possam ecoar nos mais diversos e múltiplos cantos e contextos, podendo contribuir de alguma forma no processo de construção de conhecimentos e em potentes reflexões.

Agradecemos, às direções dos campi Nilópolis e São João de Meriti por publicarem o edital interno para submissão de projetos de extensão do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro, o que possibilitou a realização dos projetos. Dessa forma, reconhecemos a relevância, tanto para a sociedade quanto para a comunidade acadêmica, de que mais editais sejam publicados e novos projetos tenham o

êxito que os nossos alcançaram. Parabéns a todas as equipes das coordenações de extensão!

Nossa gratidão às equipes dos projetos Compartilhar e NuPEMCI, que, juntas e nas suas diferenças, construíram possibilidades de espaços de diálogo, de aprendizagem e de criação.

À Editora Meus Ritmos, manifestamos, com muita alegria, reconhecimento por nos receber e acompanhar, respeitando nossas limitações e inquietações –muitas, por sinal! – e conduzindo, de forma profissional, todo o processo.

**PARTE I**  
*Práticas Pedagógicas*

# Capítulo 1

## **A Geometria através das lentes: uma experiência com alunos de uma Escola Pública no Município de Espera Feliz/MG**

*Sabrina Alves Boldrini Cabral*  
Universidade do Estado de Minas Gerais

*Gisele Pereira de Oliveira Xavier*  
Universidade do Estado de Minas Gerais

### **Introdução**

A aprendizagem é um processo derivado de diferentes perspectivas sociais e culturais. Essa interação do homem com o mundo é mediada por signos e instrumentos físicos disponíveis na cultura (Vygotsky, 1984). Assim, sejam as aprendizagens de natureza diversas, permeiam o processo e desenvolvimento humano de forma contínua. Entender os diferentes posicionamentos pessoais de cada sujeito envolvido nesse processo faz com que a ação educativa se relacione com as vivências e atividades de cada indivíduo (Vygotsky, 1984).

Pensando na estruturação do conhecimento matemático, que decorre da prática escolar cotidiana e da conseqüente busca pela compreensão das dificuldades enfrentadas por professores e alunos em lidar com seus conceitos, pesquisadores e educadores, vêm tentando de diversas maneiras, fazer com que a ação pedagógica do professor, incorpore diferentes concepções de ensino capazes de elevar o estudante a um nível de compreensão que transcenda o conhecimento das propriedades matemáticas e permita a construção de esquemas mentais que possibilitem os indivíduos a interagir com o mundo ao seu redor (Piaget, 1972).

O projeto de extensão: “A Matemática no Cinema: a Geometria através das lentes” foi desenvolvido com o intuito aperfeiçoar a formação profissional do acadêmico, proporcionando-lhe reflexão crítica acerca da ação educativa a partir da relação existente entre teoria e prática. Tendo em mente que o curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG), unidade Carangola, tem como um de seus objetivos formar profissionais capazes de contribuir com êxito no desenvolvimento

do senso crítico e na construção do raciocínio lógico dos discentes das escolas de educação básica onde irão atuar.

Analisando a complexidade do processo de ensino-aprendizagem, não só para o aluno, mas também para o professor, viu-se a necessidade de discutir com os discentes, métodos de aprendizagem matemática que os possibilitassem produzir, de modo mais amplo, uma profunda compreensão da Matemática que irão ensinar, não só em seus conteúdos, mas também na forma de ensiná-los.

Considerando a necessidade de encontrar alternativas que tornassem o ensino de geometria mais significativo, tanto para os estudantes desse curso, como para os alunos da educação básica, o projeto foi implementado. Este trabalho visou aprimorar o conhecimento de conceitos e propriedades geométricas, através de oficinas teóricas e práticas, utilizando a linguagem audiovisual como proposta metodológica de ensino.

Através do olhar geométrico das câmeras, é possível significar o ensino de Geometria, partindo dos enquadramentos e dos movimentos que essa tecnologia de captação de imagens permite quando percorre grandes distâncias, indo de um ponto a outro. Sabendo que a linguagem audiovisual do Cinema é uma linguagem diferente da linguagem tradicional de sala de aula, pode ser capaz de criar um universo de magia e encantamento. Acreditamos que, no mundo globalizado de hoje, essa ferramenta seja capaz de auxiliar no desenvolvimento de habilidades geométricas que se deseja desenvolver, tais como: compreender a ideia de simetria, saber identificar e classificar formas planas, medir ângulos, entre outras, tornando o ensino dessas e de outras temáticas mais significativas para o aluno.

## **Referencial Teórico**

### **Linguagem geométrica e linguagem cinematográfica**

As exigências do mundo contemporâneo implicam o desenvolvimento de habilidades, como: compreensão de fenômenos; solução de problemas; construção argumentativa; elaboração de propostas. O que requer um modo de lidar com um emaranhado de circunstâncias que envolvem a conexão de diversos saberes. Essas situações não se limitam ao campo profissional, mas podem ser entendidas, sobretudo, no que diz respeito à atuação social do indivíduo (Tardif; Lessard, 2014). A escola, nesse sentido, tem o papel de preparar os seus alunos para a vida real, formando sujeitos pensantes. Conforme Durkheim (2011), há no ser humano dois seres: o ser individual, formado por sentimentos próprios; e o ser social, concebido por um conjunto de ideias e



ações expressas pela personalidade do grupo no qual o sujeito está inserido. Logo, “constituir este ser [social] em cada um de nós é o objetivo da educação” (Durkheim, 2011, p. 54).

A interdisciplinaridade, no complexo processo de ensino-aprendizagem de Matemática atual, pode ser utilizada - com o auxílio do cinema – para tecer um novo olhar sobre a Geometria, capaz de criar um ambiente em sala mais produtivo e criativo. Como afirma Paulo Freire (1996, p. 51), “O sujeito que se abre ao mundo e aos outros inaugura com seu gesto a relação dialógica em que se confirma como inquietação e curiosidade, como inconclusão em permanente movimento na História”.

O cinema é feito de imagens, que transmitem um mundo de magia e encantamento, que segundo cineasta Alexandre Arnoux possui seu próprio vocabulário, a sua sintaxe, elipses, flexões, convenções e gramática. Para o cineasta, o cinema é como uma língua, e tem suas características únicas.

Viana, Rosa e Orey (2014, p. 138), apontam em suas pesquisas que a ideia de utilizar o cinema na educação não constitui uma inovação, para os pesquisadores, antes mesmo de 1930 e depois da imprensa, o meio de comunicação de massa mais importante era o cinema. Desde 1928, na Reforma de Francisco de Azevedo, o cinema já era considerado um grande instrumento de comunicação e visto como um recurso auxiliador no processo de ensino-aprendizagem, uma vez, que o cinema educativo já era incluído na reorganização do ensino (Viana; Rosa; Orey, 2014).

Em São Paulo, é possível perceber essa inclusão do Serviço de Rádio e Cinema Educativo através do Código de Educação, artigo 133 de 1933, que visava a instalação de aparelhos cinematográficos na escola (Simis, 1996). Dessa forma, a imagem, por meio da linguagem do cinema se mostrou um estímulo visual para o ensino-aprendizagem (Viana; Rosa; Orey, 2014).

Conforme Liberato, Vercelli e Lauriti (2014, p. 246), a linguagem audiovisual do cinema “faz a ponte entre o real e o imaginário, uma vez que se aproxima das representações pictóricas da vida mental, onde as imagens ganham certo grau de realidade”. Amor, dor, luta, conflito, ambição são algumas das emoções que o cinema provoca no espectador. As sensações são reais, nós torcemos, vibramos e até choramos com as situações apresentadas na trama. E para que a produção cinematográfica seja bela e emocione quem está assistindo, utiliza-se um conjunto de técnicas bem delineadas, onde, num estudo minucioso, observa-se muitos conceitos matemáticos imbricados.

Para Silva (2016) o cinema é um propiciador de conhecimento, nos mostrando como era o passado e os erros que foram cometidos, ele nos ensina e possibilita um olhar mais atento sobre o mundo, sobre nós mesmos e sobre os outros. Dessa forma, compreende-se que o cinema além de proporcionar um mundo de magia e encantamento, pode ser utilizado na produção de conhecimento dentro da escola.

Pensando no ensino e na aprendizagem escolar, Dubinsky (1991) aponta que a motivação do aluno está relacionada à abordagem metodológica do professor. Pesquisas desenvolvidas por ele sobre as estratégias de ensino e aprendizagem em matemática, apontam cada vez mais para a ação docente como fator determinante no desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas. No entanto, atualmente, em Educação Matemática, não cabe mais o termo motivação, mas sim interação entre os envolvidos no ensino e na aprendizagem. Antes utilizava ensino e aprendizagem como processos independentes, hoje, como ensino-aprendizagem, algo interligado e que demanda de interação.

Dependendo da proposta e da estratégia adotadas pelo professor a aprendizagem pode ser apresentar de forma mais significativa ou não (D'Ambrosio, 2002). Nesse sentido, situações de ensino que proporcionam ao aluno o contato com a cultura do cinema podem despertar o desenvolvimento de estratégias que levam à aquisição do conhecimento de forma significativa.

Nesse contexto, Santos (1992) aponta que ao se alterar as estratégias de ensino, ou seja, como se ensina, o conteúdo também poderá ser visto de outro modo e, assim, ganhar uma nova significação. Isso possibilita o desenvolvimento de conhecimentos e práticas que poderão contribuir com a formação do discente nos âmbitos social, cultural, histórico, intelectual e humano.

Considerando que o processo de ensino é algo desafiador e que a existência de novas tecnologias pode auxiliar nessa problemática, o projeto fornece a capacidade de criar de condições para incorporar um saber vivido ao conjunto de habilidades matemáticas que se desejam desenvolver. Para tanto, é necessário também a mudança de “postura” do professor, estando ele aberto às novas possibilidades e utilização de estratégias para além das convencionais, à (exemplo) da linguagem cinematográfica. Nesse sentido, é importante que o professor se torne um investigador de sua prática (Schon, 2000), uma vez que “tal atitude o potencializa a perceber possíveis estratégias para um melhor ensinar de matemática.” (Pereira, 2017, p. 289).

## **Metodologia**

A atividade aqui descrita foi desenvolvida de forma interdisciplinar em parceria com o professor de Sociologia da mesma escola na qual o projeto vem sendo realizado. Essa atividade contou com a participação de 16 alunos da Educação Básica, matriculados em diferentes níveis do ensino médio. Dessa forma, a oficina a ser desenvolvida foi planejada em torno do tema que seria discutido na aula de Sociologia.

O professor de Sociologia havia solicitado aos seus alunos que capturassem imagens no município de Espera Feliz que representassem o patrimônio cultural da cidade, suas características, seu povo e sua cultura e, partindo dessas imagens, os alunos iriam produzir uma exposição fotográfica com o tema: “Meu olhar, minha identidade”. Assim, em uma conversa informal entre o referido professor e a coordenadora do curso, surgiu a ideia de mesclar o projeto com o trabalho requerido.

Nessa perspectiva, a oficina foi desenvolvida em duas etapas. Primeiramente, apresentamos os conceitos geométricos de: simetria e sua manifestação na natureza, onde os participantes tiveram a oportunidade de analisar ao seu redor a simetria presente no formato das plantas e também nas construções feitas pelo homem; ângulos, utilizando o transferidor como instrumento de suporte para que o aluno pudesse reconhecer os ângulos notáveis e tivesse mais facilidade no momento de posicionamento da câmera; ponto, reta e plano, que eram necessários no enquadramento de um objeto a ser fotografado.

Utilizando a linguagem audiovisual do cinema como ferramenta auxiliar no processo de ensino-aprendizagem de conceitos e propriedades geométricas, o projeto de extensão universitária “A Matemática no Cinema: a Geometria através das lentes” vem sendo desenvolvido desde o ano de 2017, completando em 2022, seis anos de execução. O projeto é financiado pelo Programa de Apoio à Extensão (PAEX) da Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG) e conta com a parceira da Escola Estadual Altivo Leopoldino de Souza, situada no município de Espera Feliz, no estado de Minas Gerais.

Com o objetivo auxiliar o desenvolvimento do pensamento argumentativo geométrico dos alunos da educação básica, o trabalho no projeto é realizado na escola, por meio de oficinas que utilizam a linguagem audiovisual do cinema como ferramenta para auxiliar no ensino-aprendizagem de conceitos e propriedades geométricas.

De forma geral, as atividades do projeto são desenvolvidas por meio de oficinas e, essas são desenvolvidas em três etapas: primeiramente, são apresentados aos estudantes da educação básica alguns conceitos cinematográficos e partir deles os conceitos

matemáticos são inseridos. Na segunda etapa, a fim de tornar essa aprendizagem significativa (Ausubel, 1980; 2003), buscamos relacionar os conceitos apresentados aos objetos e espaços que fazem parte do cotidiano dos alunos, assim, por meio de atividades práticas, os alunos são levados a aplicar os conhecimentos adquiridos na primeira etapa do projeto. Por fim, com intuito de desenvolver o senso crítico do estudante, a terceira etapa das oficinas, propõem o desenvolvimento de um roteiro que aponte algum “problema” encontrado na escola ou em sua comunidade, a partir do roteiro elaborado, utilizando os conceitos aprendidos, que produzam um “curta” apresentando o problema identificado e possíveis argumentos capazes de amenizá-los ou solucioná-los.

Assim, as oficinas são preparadas seguindo uma sequência didática (Zabala, 1998; 2002; 2003) que é desenvolvida pela professora coordenadora do projeto juntamente com a aluna bolsista PAEX e com os discentes que trabalham de forma voluntária no projeto. Na tabela 1, observa-se as temáticas discutidas nos encontros realizados:

**Quadro 1** – Temáticas do desenvolvimento das oficinas

Assunto 1	Conhecendo a história da matemática e o cinema
Assunto 2	O que é geometria? E a regra dos terços?
Assunto 3	Ponto, reta, plano: aplicação na regra dos terços
Assunto 4	Simetria e geometria; Simetria e cinema
Assunto 5	Manifestações geométricas naturais e intencionais
Assunto 6	Ângulos e sua aplicação na matemática
Assunto 7	Ângulos e sua aplicação no cinema
Assunto 8	Planos de gravação

**Fonte:** Elaboração pelo(s) autor(es)

Dessa forma, conforme mencionado, já na primeira oficina, ao apresentarmos os termos cinematográficos e sua relação com os conceitos geométricos, o aluno é estimulado pensar: Qual deve ser a foto ideal? O que eu realmente quero fotografar? – para que a imagem possa melhor transmitir seu significado e intenção é necessário pensar na angulação, no corte da imagem, na posição do objeto e do fotógrafo, na distância. É caminhando nessa perspectiva que todas as oficinas são construídas e realizadas no projeto.

## **Análises e resultados**

As figuras 01 e 02 mostram parte da atividade realizada durante o desenvolvimento dessa oficina.

**Figura 1:** Atividade prática



**Fonte:** Dados do projeto

**Figura 2:** Fotografia retirada por uma aluna participante do projeto



**Fonte:** Dados do projeto

É importante mencionar que durante a realização das oficinas, observamos os alunos muito engajados e curiosos. À medida que iam aprendendo os conceitos e as técnicas de fotografia, explicavam aos colegas que ainda não tinham compreendido totalmente.

Um fato interessante sobre essa atitude dos alunos, foi quando um estudante de uma das turmas chegou atrasado na aula e um colega se dispôs prontamente a explicar o conteúdo a ele, antes mesmo da equipe do projeto começar a explanar novamente o que já havia sido discutido. Essa interação/mediação dos próprios envolvidos são elementos fundamentais para o desenvolvimento do processo, uma vez que permite que os processos psicológicos superiores sejam aperfeiçoados e/ou elaborados, tanto por aqueles que estão realizando a intervenção, quanto criam ambiente de possibilidades para os que estão em contato (Vygotsky, 1984).

No segundo momento, foi proposto um passeio pela cidade, nesse passeio, utilizando os conceitos aprendidos nas oficinas anteriores, os alunos iam fazendo o registro fotográfico dos pontos que mais lhes chamavam atenção. Conforme pode ser visto nas figuras 03 e 04.

**Figura 3** – captura feita por um aluno do Ensino Médio utilizando o conceito de simetria



**Fonte:** Dados do projeto

**Figura 4** – Registro fotográfico feito por um aluno residente na zona rural do Município de Esper Feliz



**Fonte:** Dados do projeto.

Sabemos que o aluno é parte fundamental no processo educativo. Ele deve ser o sujeito que pode construir e reconstruir seu saber, tendo a chance de aprender e ensinar. Ele não deve ser visto como uma tábula rasa, mas como sujeito histórico que irá atuar com a consciência crítica cada vez mais desenvolvida no meio social onde está inserido, aplicando, questionando e reformulando o conhecimento aprendido durante sua trajetória escolar (Freire, 1996).

Nos depoimentos dos grupos formados para a realização do trabalho, podemos notar o quanto o trabalho com o projeto foi fundamental para o processo de ressignificação dos conhecimentos adquiridos. A partir deles, percebemos que os alunos conseguiram desenvolver capacidade de argumentar acerca dos conteúdos apresentados. No quadro 02, apresentamos alguns desses depoimentos.

**Quadro 02** – depoimentos dos alunos colhidos no final da oficina de filmagem

<b>Grupo 1</b>	“Aprendemos várias coisas hoje, mas o que me chamou mais a atenção foi como eles tiram fotos ou gravam vídeos usando o método dos terços, as linhas que se encontram fazendo com que o foco transforme uma simples imagem em uma belíssima foto. Eu vou repetir isso várias vezes. Foi um bom começo!”
<b>Grupo 2</b>	“Pra mim a oficina foi boa estou começando a aprender as formas geométricas para tirar as fotos pois assim as fotos ficam mais bonitas e com tamanho certo.”
<b>Grupo 3</b>	“Eu entendi que os ângulos no cinema são para demonstração, ação, movimentos etc. Esses planos são compostos por oito planos”

**Fonte:** Dados do projeto

De acordo com Cabral (2017), entender como os alunos compreendem um processo de construção de conhecimento é buscar elementos que possam auxiliar na estruturação desse conhecimento. Assim, faz-se necessário encontrar situações que irão mostrar para o aluno a diferença entre ‘o que’ se estuda e ‘por quê’ se estuda. Nesse sentido, acredita-se que as atividades aqui descritas apresentaram uma proposta de trabalho que buscou tornar mais significativa para o aluno a construção do saber.

D’Ambrosio (2002), afirma que a aprendizagem pode ser mais ou menos significativa, dependendo das estratégias adotadas pelo professor. Nesse sentido, situações de ensino que proporcionam ao aluno o contato com um contexto real podem motivar o desenvolvimento de estratégias que levam à aquisição do conhecimento de forma significativa.

### **Considerações Finais**

A educação e o cinema são partes integrantes do processo interpretativo da diversidade cultural. De acordo com esse contexto, acreditamos que esse projeto contribuiu de forma significativa para o desenvolvimento da aprendizagem geométrica dos alunos envolvidos, os quais tiveram a oportunidade de buscar meios para a construção da sua própria aprendizagem.

Compreendemos também, que o projeto é importante para auxiliar na formação de seres pensantes, capazes de agir e posicionar-se de forma crítica diante dos desafios impostos pelo convívio social.

### **Agradecimentos**

O presente trabalho foi realizado com amparo do Programa de Apoio à Extensão (PAEX) da Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG) e com a parceria da Escola Estadual Altivo Leopoldino de Souza, situada no município de Espera Feliz, no estado de Minas Gerais.



## Referências

- AUSUBEL, David P., NOVAK, Joseph D., HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Trad. Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.
- CABRAL, S. A. B. Desenvolvendo o pensamento argumentativo geométrico: construindo práticas investigativas. **Dissertação** (mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2017.
- D'AMBROSIO, U. A Matemática nas escolas. **Educação Matemática em Revista**, ano 9, n. 11, p. 29-33, 2002.
- DUBINSKY, E. Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. In: TALL, D. (ed.) **Advanced Mathematical Thinking**. Dordrecht: Kluwer, 1991. p. 95- 126.
- DURKHEIM, É. **Educação e Sociologia**. Trad. Stephania Matousek. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 2014.
- FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- LIBERATO, A. M. F; VERCELLI, L. C. A; LAURITI, N. C. A Linguagem Cinematográfica no Processo de Alfabetização de Crianças Pequenas. **Revista @mbienteeducação**. Tatuapé, vol. 7, n. 2, p. 243-255, mai./ago. 2014.
- PEREIRA, L. H. F. Avaliações externas em matemática: estímulo para o professor ser um investigador. **Revista Thema**. Passo Fundo, v. 14, n. 3, p. 284-290, 2017.
- PIAGET, J. **Psicologia e Pedagogia**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1972.
- SANTOS, L. A. A. dos. **Planejamento e gestão estratégica nas empresas**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 1992.
- SILVA, F. M. da. A Linguagem do Cinema na Escola: um recorte a partir do Prêmio Arte na Escola Cidadã. 2016. 38 p. **Trabalho de Conclusão de Curso** (Licenciatura em Artes Visuais) - da Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2016.
- SIMIS, A. **Estado e cinema no Brasil**. São Paulo, SP: Annablume, 1996.
- SCHÖN, D. A. **Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.
- TARDIF, M.; LESSARD, C. **O trabalho docente: elementos para uma teoria de docência como profissão de interações humanas**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.
- VIANA, M. da C. V.; ROSA, M.; OREY, D. C. **O cinema como uma ferramenta pedagógica na sala de aula: um resgate à diversidade cultural**. 2014 LVES, Maria Bernardete Martins.; ARRUDA, Susana Margareth. Citações em documento. Universidade Federal de Santa Catarina. [s.d]. Disponível em: <http://www.bu.ufsc.br/design/Citacao1.htm>. Acesso em 09. abr. 2009.
- VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 1.ed. Trad. José Cipolla Neto, Luis Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 1984.
- ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

## Capítulo 2

### Charles Sanders Peirce e o ensino de aritmética elementar no contexto do positivismo em meados do século XIX

*Alexandre Souza de Oliveira*

Secretaria de Estado da Educação de São Paulo – SEE/SP

#### Introdução

Dedicado à História da Matemática, este trabalho desdobrou-se a partir de uma série de quatro seminários, ministrados pela Profa. Dra. Maria de Lourdes Bacha (*in memoriam*), que foram realizados nos encontros semanais promovidos pelo grupo de estudos e pesquisa em “História e Epistemologia na Educação Matemática” (HEEMa/PUC-SP). Nesses seminários tomamos contato pela primeira vez com os estudos sobre a vida e a obra de Charles Sanders Peirce e suas diversas contribuições para a ciência, bem como algumas noções sobre a semiótica peirciana no contexto do positivismo do século XIX. Naquela ocasião, fomos apresentados aos projetos e aos estudos dedicados às ideias de Peirce, dentre eles, o *Peirce Edition Project* (PEP), as investigações desenvolvidas pelo Centro Internacional de Estudos Peircianos (CIEP); as coletâneas intituladas *Collected Papers de Charles Sanders Peirce* e *The chronological edition*, que fazem parte de um projeto que tem como missão reorganizar, editar e publicar os manuscritos de Peirce.

Segundo Brent (1998), as publicações de Peirce corresponderiam a cerca de 24 volumes de 500 páginas cada, já os manuscritos não publicados estariam próximos de 80 volumes. Somente em 1964, a maioria desses manuscritos foi reproduzida em microfilme pelo serviço de microrreprodução da Universidade de Harvard. Esta série, que foi denominada *The Microfilm Edition of the Charles S. Peirce Papers in the Houghton Library of Harvard University*, é composta de trinta e oito rolos de microfilmes que incluem diversos manuscritos e algumas correspondências de Peirce.

Esse grande número de publicações e escritos foram examinados e estudados por diversos pesquisadores de diferentes áreas do conhecimento. Entretanto, grande parte das investigações relacionadas às ideias de Peirce explora suas bases filosóficas e semióticas,

com destaque à história da filosofia. Nesse sentido, podemos dizer que Peirce é mais conhecido por seus estudos de lógica e semiótica.

Contudo, Peirce teve grande interesse e se dedicou também a vários assuntos relacionados à Matemática. A esse respeito, Bacha (2003) observa que ele reservou a matemática um lugar de destaque no mapa do conhecimento e, durante sua vida acadêmica, elaborou um diagrama das ciências, dividida em três classes: Matemática, Filosofia e Ciências Especiais, que deveria ser estendido a todas as formas de conhecimento. Por meio deste diagrama, Peirce propunha classificar todas as ciências de tal modo que as mais abstratas, como a matemática, por exemplo, oferecessem subsídios para outras mais empíricas.

A precedência da Matemática no edifício classificatório das ciências, bem como seu papel de provedora de subsídios para as demais ciências, fez com que Peirce examinasse os fundamentos da Matemática e sua relação com outras ciências, principalmente a Lógica. Bacha e Saito (2014) afirmam que ele, por exemplo, apresentou uma proposta para a axiomatização dos números naturais, estudou os postulados e teoremas da geometria euclidiana, e se debruçou sobre a noção de infinito e de contínuo. Além disso, foi por meio de seus estudos matemáticos e lógicos, que Peirce ampliou sua rede de contatos e chegou a conhecer destacados matemáticos e estudiosos das ciências de sua época. Em suas cinco viagens para a Europa, entre 1870 e 1883, ele estabeleceu contato e trocou correspondências, por exemplo, com George Cantor (1845-1918), Augustus De Morgan (1806-1871), Amy Fay (1844-1928), J. Norman Lockyer (1836-1920), Joseph Winlock (1826-1875), George B. Airy (1801-1892), Mario Calderoni (1879-1914), William K. Clifford (1845-1879), Hervé Faye (1814-1902), dentre outros. Ademais, entre outras realizações e iniciativas ligadas às ciências e à matemática daquela época, podemos também destacar que Peirce foi eleito membro da Academia Nacional de Ciências em 1877 e atuou como representante dos Estados Unidos na Associação Geodésica Internacional em Paris, em 1875, e em Stuttgart, em 1877.

Podemos dizer que, em finais do século XIX e início do XX, a ciência e a matemática foram adquirindo importância crescente na formação e no preparo do homem para viver nessa sociedade em que a escola, enquanto instituição formal de ensino, também estava inserida. Desse modo, se considerarmos que Peirce viveu num contexto em que a matemática e a ciência modernas estavam se organizando de tal modo a estabelecer suas bases e fundamentos, provavelmente, a sua crítica ao ensino de aritmética seja um reflexo do contexto matemático e científico daquela época.

Com efeito, se considerarmos que, nesse mesmo contexto, a preparação de futuros cientistas e matemáticos estava em pauta de discussão, muito provavelmente a crítica de Peirce incidiu sobre a forma como os diferentes conhecimentos matemáticos eram ensinados, aqui em particular o da aritmética. Um forte indício a esse respeito é o estudo de Eisele (1979, p. 189) no qual aponta que Peirce objetivava desenvolver a capacidade da mente, notoriamente a imaginação, a abstração e a generalização.

A esse respeito, os estudos de Monroe (1917) e de Suzzallo (1912) observam que o ensino de matemática naquela época enfatizava a aprendizagem por memorização e prática estendida, dando pouca ênfase na compreensão intuitiva das inter-relações dos conceitos e regras, e da relação da matemática com as suas instâncias e aplicações.

### **Fundamentação teórica e procedimentos metodológicos**

Neste trabalho, seguimos de perto as orientações de Dias e Saito (2009) e realizamos um estudo histórico que permitisse, posteriormente, construir uma interface entre história e ensino<sup>1</sup>. Desse modo, a pesquisa aqui apresentada segue as iniciativas de estudos e pesquisas do Grupo HEEMa que propõe estabelecer um diálogo entre historiadores da matemática e educadores matemáticos com vistas a alinhar as concepções historiográficas da história da matemática com outras, didáticas e/ou pedagógicas, da Educação Matemática (Saito, 2013c).

Baseada em três eixos de estudos, a proposta do grupo tem em vista a construção de interfaces entre história e ensino de matemática. O primeiro eixo refere-se à própria história da matemática, tendo por base as atuais tendências historiográficas da história da ciência. O segundo, refere-se a interfaces que podem ser construídas entre e a história e o ensino de matemática com vistas a propor atividades e criar materiais para formação e reflexão de professores de matemática. E, o terceiro, tem por objetivo discutir e examinar a própria articulação entre história e ensino considerando as diferentes propostas da didática matemática. (Saito, 2016).

Nesse sentido, esta pesquisa insere-se no primeiro eixo de estudo e tem em vista levantar questões de ordem epistemológica e matemática, que futuramente poderão ser exploradas para a construção de interfaces entre história e ensino de matemática. Assim,

---

<sup>1</sup> Por interface, compreendemos, tal como observam Saito e Dias (2013, p. 92), um “[...] conjunto de ações e de produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático com vistas a elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática”

para realizarmos a análise histórica, nos baseamos em atuais tendências da História da Ciência e da Matemática.

No que diz respeito à história da matemática e ensino, Saito (2016, p. 09) observa que:

A história da matemática, baseada em tendências historiográficas atualizadas conduz a uma linha interpretativa diferenciada do conhecimento matemático na medida em que propicia abordá-lo numa complexa rede de relações que se entrelaçam diferentes concepções de ciências e outras posições de ordem ética, estética filosófica, religiosa, política ideológica etc. Ela desconecta os conteúdos matemáticos das malhas formais da matemática moderna e os reintegra ao processo histórico, permitindo ao educador a (re)significar as amarras conceituais e a propor novas estratégias de ensino.

Assim, consideramos os documentos como requisitos fundamentais para a produção e sistematização do conhecimento histórico. Para analisar esses documentos procedemos ao estudo de três esferas: a historiográfica, a epistemológica e a contextual.

A análise historiográfica procura realizar um estudo da “escrita da história”, examinando criticamente as diferentes narrativas históricas relacionadas ao tema de estudo aqui considerado. Desse modo, este estudo passou por um refino historiográfico, com vistas a evitarmos anacronismos.

A análise epistemológica tem como principal característica a reflexão sobre a argumentação dos processos do conhecimento que se articula com as diferentes concepções de ciência sem perder de vista as diversas posições de natureza política, religiosa, econômica, filosófica, dentre outras, em diversas épocas e culturas. A esfera epistemológica de análise permite-nos compreender o processo da construção do conhecimento matemático no contexto em que está inserido.<sup>2</sup> A esse respeito, Saito (2016) propõe buscar na história, não somente os conteúdos matemáticos, mas também os processos de sua elaboração de modo a compreender os aspectos internos e conceituais ligados aos documentos, tendo como parâmetro um conjunto de conhecimentos, práticas e critérios aceitos na época.

A esfera epistemológica foi articulada à outra, contextual, com vistas a ampliar o significado dos conceitos e das definições. Desse modo, percorremos os muitos caminhos que os conceitos (e as definições) de modo a flagrar os diferentes sentidos que lhes foram atribuídos de tal modo a compreender o contexto de elaboração das ideias de

---

<sup>2</sup> Desse modo, consideramos que a articulação entre história e ensino deve considerar a *episteme* de uma época. Ver mais em Foucault (1999; 2000).

Peirce. Assim, a esfera contextual nos permite compreender nosso estudo acerca das condições sociais, políticas, econômicas, educacionais, religiosas etc., que emergem e dão significado ao contexto do ensino de matemática de Peirce.

No entanto, nossa narrativa não se satisfaz em apenas constatar a existência de um acontecimento, mas em explicá-lo, permitindo-nos afastar o risco do anacronismo histórico. Dessa maneira, por meio da análise na esfera contextual, articulada às outras duas esferas, buscamos ter uma compreensão mais ampla da história e difusão de conhecimentos científicos, de forma a não mais se restringir somente a uma investigação de cunho matemático e técnico, mas entendendo-a como um processo, em que um conjunto de fatores atuam e articulam-se entre si. O nosso estudo iniciou-se pela biografia do Peirce e, para tanto, consultamos estudos biográficos mais gerais e outros específicos, tais como *Charles Sander Peirce—A life* de Brent (1998). Por meio dessas biografias, tivemos acesso a aspectos e detalhes da vida pessoal, acadêmica e profissional de Peirce.

Consultamos, assim, diversos bancos de dados computadorizados, principalmente o ERIC (Educational Resources Information Center) e o Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Deste levantamento bibliográfico, queremos aqui destacar a tese de Tompkins (1957), intitulada *The development of Arithmetic as Elementary School Subject since 1900*<sup>3</sup>. Neste estudo, o autor teve por objetivo investigar as mudanças na educação aritmética<sup>4</sup> durante o final do século XIX e o início do século XX nos programas da escola elementar norte-americana. Identificamos também uma dissertação de mestrado intitulada *A Aritmética Elementar de Charles Sanders Peirce: tradução e notas para uma hermenêutica* de Leandro Josué de Souza, vinculado ao Grupo História Oral e Educação Matemática (GHOEM) pelo Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência da Unesp de Bauru.

Há outros diversos documentos que permeiam nosso estudo, como por exemplo, a obra *Development of Arithmetic as a School Subject* de Walter Scott Monroe publicado em 1917 pela Universidade de Chicago em Illionis, que nos deu uma visão mais ampla dos estudos de aritmética nas escolas americanas durante o século XIX. Essa obra foi interessante porque analisa as transformações sofridas pelo ensino de aritmética no

---

<sup>3</sup> Na introdução de sua tese Tompkins (1957) informa que seu trabalho dá continuidade ao estudo de Walter Scott Monroe, intitulado *Development of Arithmetic as School Subject* (1917) no qual trata das mudanças ocorridas no ensino de Aritmética num período que compreende desde a América colonial até o final do século XIX.

<sup>4</sup> Convém observar que Tompkins (1957) utiliza a expressão “educação aritmética” sem, entretanto, defini-la ou mesmo associá-la à Educação Matemática.

contexto em que as teses de psicologia passaram a influenciar educadores, estabelecendo um novo olhar para o ensino elementar não só do ponto de vista da organização curricular, mas também da formação dos professores e das finalidades e dos métodos de ensino.

Para que tenhamos um cenário descritivo a respeito das reformas, a organização escolar e curricular dos Estados Unidos a partir dos meados até o fim do século XIX, período em que Peirce elaborou seus manuscritos aritméticos voltados para o ensino elementar, buscamos estabelecer o diálogo com os autores norte-americanos que investigaram a história do ensino primário e a história do currículo nos Estados Unidos.

Embora sejam poucos os estudos que tratam da institucionalização da escola primária naquele país, principalmente no que se refere ao século XIX e ao ensino de matemática, encontramos os estudos de Kaestle (1999) e Tyack (2000), que são particularmente interessantes pela abrangência e pela abordagem sócio-histórica, visto que dão ênfase às iniciativas políticas e organizacionais na constituição do sistema público de ensino. Nessa mesma direção, outros dois estudos interessantes são de Finkelstein (1989) e de Cuban (1984). O primeiro descreve as práticas de sala de aula entre 1820 e 1880, atendo-se aos papéis desempenhados pelos professores na época, e o segundo analisa as práticas docentes no período entre 1890 e 1980. Ademais, cabe aqui observar que os estudos de Tyack (2000) e Cuban (1984) também consistem em uma referência relevante pela forma como os autores problematizam as reformas educacionais questionando o problema da continuidade e mudança na educação estadunidense a partir do último quarto do século XIX até meados do século XX.

No que diz respeito aos estudos dedicados às disputas curriculares do ensino elementar nos Estados Unidos, na transição do século XIX para o século XX, os estudos de Souza (2016), além de Monroe (1917), Warde (2000), Overm (1937), Tompkins (1957) e da National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2003).

Destaca-se aqui que desde os primeiros exames dessas fontes mencionadas foi possível identificar balanços sobre os movimentos de intensos debates em relação ao ensino de Matemática, bem como propostas referentes aos conteúdos matemáticos. Aqui, contudo, por uma questão de delimitação de estudo, demos atenção apenas aos debates envolvendo as propostas e a finalidade do ensino de aritmética no ensino primário. Também aqui notamos que, até meados do século XIX havia uma certa indefinição de nomenclatura referente aos movimentos sobre o ensino, que ora tratavam de ensino de Matemática, ora das áreas em separado: ensino de Aritmética, de Álgebra ou de Geometria.

Por meio da articulação das três esferas de análise, pontuamos alguns aspectos que evidenciam os problemas e as convicções de pessoas envolvidas com o ensino de matemática em finais do século XIX. Para tanto, dividimos este estudo em três partes: na primeira discorremos sobre vida de Peirce e suas publicações; na segunda, sobre o contexto científico e matemático nos Estados Unidos em meados do século XIX; e, na terceira, apresentamos o contexto educacional com foco no ensino de aritmética naquela época.

### **Contexto científico e matemático do século XIX**

Segundo Karnal *et al* (2007), o século XIX é marcado pelas oportunidades econômicas, trilhando assim pela consolidação do capitalismo como sistema, que promoveu diversas transformações culturais, sociais, políticas e econômicas. As transformações ocorridas nesse período, especialmente no modo produção, marcaram o desenvolvimento da ciência. O desenvolvimento e a consolidação do capitalismo estreitaram a relação entre a ciência e o “modo de se fazer ciência”, que cada vez mais passou a atender a uma demanda por produção.

Naquela época, a ciência e a matemática modernas começaram a adquirir os contornos e as características que hoje reconhecemos, bem como passaram a delinear novas frentes de investigação cada vez mais especializadas em diferentes regiões da Europa. Todavia, nos Estados Unidos da América, embora alguns campos do conhecimento, como a química, a medicina e a biologia começassem a ocupar lugares próprios e específicos na ciência moderna, a matemática, entretanto, se mantinha “bem tímida e dependente de modelos europeus, contribuindo muito pouco para o desenvolvimento desta área de conhecimento” (Bacha; Saito, 2014, p.03).

Segundo Eisele (1979), a matemática americana só começou a florescer a partir de 1876, quando foi fundada a *Johns Hopkins University*, em Baltimore. A fundação dessa universidade teve grande impacto no desenvolvimento científico norte-americano, visto que não só fez florescer as investigações em matemática nos Estados Unidos, mas também incentivou o estabelecimento de cursos de pós-graduação em outras universidades, entre as quais, a Universidade Clark, em Worcester, Massachusetts, fundada em 1889 e da Universidade de Chicago fundada em 1892, influente no Centro-Oeste.

Entretanto, devemos aqui considerar que a emergência da moderna universidade nos Estados Unidos foi resultado de um processo multifacetado de modernização da



sociedade norte-americana. De acordo com Barrow (1990, p.14), esse processo pode ser entendido como "um componente cultural da Revolução Industrial, relacionada às transformações na estrutura de classe e a culminação dessas grandes e perturbadoras mudanças nos movimentos de racionalização social da era progressiva". Compreendida entre o início da década de 1880 e a Primeira Guerra Mundial, alguns setores da classe média norte-americana, em nome do progresso social e científico, passaram a clamar por eficiência e justiça social, reivindicando maior controle das grandes empresas por meio de uma administração científica. Esse movimento acabou desencadeando, assim, uma série de reformas nas instituições sociais, principalmente nas escolas e nas universidades, que passaram a ser reorganizadas e expandidas.

Nesse cenário, era viva a sensação de que o progresso nos padrões de vida acompanhava o progresso da ciência. Podemos dizer que a matemática do século XIX esteve associada não só às novas demandas propiciadas pela indústria, mas também àquelas que incentivavam a busca pelo conhecimento abstrato propiciadas pela especialização de novos ramos de investigação na Álgebra e pelos métodos simbólicos.

De fato, a divisão do processo de trabalho caracterizado pela especialização nas tarefas efetuadas no ambiente da fábrica, caracterizada pela particularização das atividades exercidas pelo operário, encontra paralelo com o próprio processo de especialização ocorrido na matemática do século XIX. Uma característica dessa época foi que a matemática começou a ser fragmentada em campos diversos com resultados de suma importância, haja vista que os especialistas, por focarem um objetivo específico, tinham a oportunidade de aprofundá-lo cada vez mais. (Barrow, 1990).

Segundo Mondale e Patton (2001), o processo de institucionalização das diversas áreas trouxe, desse modo, transformações e inovações nos diversos espaços ou locais de prática da matemática, porém, nos diversos âmbitos universitários e escolares estas mudanças não ocorreram de forma simples e natural, muito pelo contrário, envolveu uma grande diversidade de aspectos, muitos deles por vezes contraditórios. É nesse cenário que, de acordo com Bacha (2014, p.76), os cientistas começaram a se especializar.

Nesse processo, o progresso científico foi caracterizado como um saber que aumentava conforme as futuras gerações e contribuíam com novos desdobramentos e descobertas científicas, num movimento infinito que nunca se completaria. Isso fomentou a ideia de que a ciência (e, portanto, a matemática) avançava continuamente de tal modo a compreender que progresso científico era um processo imanente à própria história da

humanidade. Assim, por meio do progresso científico e técnico, justificava-se o progresso político, econômico, e até o moral.

Ainda em relação ao progresso científico, Saito (2018, p. 613) complementa:

Foi nesse contexto que a ciência e a matemática modernas começaram a ganhar corpo. Esse processo foi acompanhado pela crescente convicção de que as novas gerações de estudiosos de ciências e de matemáticas deveriam ser formadas no “espírito progressista” de conhecimento para que o futuro edifício da ciência e da matemática modernas pudesse ser construído.

Foi neste “espírito progressista” que a filosofia positivista ganhou força nos Estados Unidos. A partir das últimas décadas do século XIX, vemos lá surgir o espaço institucional da ciência, que estabeleceu os papéis sociais do cientista, bem como os das universidades por meio de uma filosofia capaz de oferecer, segundo Eisele (1979), “progresso científico da nação”.

A influência desta filosofia se estendeu por toda a formação cultural americana, na medida em que fundamentou as concepções de modernidade, além de atuar como suporte ideológico e fundamental no projeto de construção e afirmação de uma ordem social nos Estados Unidos e de definição do científico como forte componente do ideário da inteligência americana.

É por essa razão muito provavelmente que os norte-americanos buscaram fomentar no país uma educação de “índole científica”, consolidando, assim, um ensino superior responsável pela formação de uma nova elite intelectual dotada de costumes, hábitos e traços científicos, buscando incorporar, inclusive, a classe desfavorecida nas relações de trabalho e de bem-estar social, de modo que se organizasse uma nação com condições básicas para a conquista da modernidade no país. Desse modo, podemos dizer que as ambições de homens de negócios, a ideia de prosperidade e de progresso, entre outros fatores ligados à modernização dos Estados Unidos, impulsionaram muitos estudiosos, industriais e intelectuais a investirem esforços em reformar o ensino de matemática e de ciência.

Foi nesse contexto que Peirce se esforçou em desenvolver pesquisas em matemática e a discutir sobre o seu ensino. Em outros termos, foi num ambiente em que era viva a necessidade de formar jovens para o futuro da ciência e da nação que Peirce elaborou suas ideias.

## **Contexto educacional e o ensino de aritmética no século XIX**

A necessidade de mudanças nas propostas de ensino se fez sentir no âmbito da instituição universitária e do ensino em geral, provocando nos centros mais tradicionais, reações de nítido conservadorismo. Tal reação tinha em vista evitar o surgimento de uma estrutura de ensino que visasse formar mão-de-obra especializada para atender as exigências da expansão econômica, que, por consequência, conduziria a abertura de cursos superiores a camadas mais amplas e heterogêneas da população. No entanto, conforme Silveira (1982) esse conservadorismo não prevaleceu devido a pressões políticas, econômicas e sociais.

Em linhas gerais, o período que compreende o final do XIX e início do XX foi marcado por mudanças em diversas áreas, que também impactaram na educação. De acordo com Urban, Wagoner e Jennings (2014), até 1890, cerca de 27 estados americanos haviam aprovado leis que obrigavam as crianças a frequentarem a escola e isso fomentou calorosas discussões sobre a formação de professores e métodos de ensino, provocando confrontos entre educadores, intelectuais e diferentes grupos sociais que solicitavam reformas no sistema educacional. Isso porque era crescente a sensação de que os saberes elementares, isto é, leitura, escrita e cálculo, passaram a ser considerados insuficientes para preparar as novas gerações para viverem em sociedades modernas, urbanizadas e industrializadas.

De acordo com Warde (2000), a modernização do currículo das escolas estadunidenses era de suma importância para satisfazer as novas exigências advindas do processo de modernização e urbanização naquela época. A educação elementar passou a ser discutida em conjunto com os temas de desenvolvimento econômico e progresso social. Assim, a seleção de conteúdos e a sequência de ensino, bem como os métodos de ensino em cada série, entraram na pauta de discussão e passaram a fazer parte de prática racional de controle do ensino e da aprendizagem nas escolas norte-americanas. Esse processo fomentou a crença de que, por meio da escola, o progresso, a modernização e a mudança social articulada com as exigências do desenvolvimento industrial e o processo de urbanização estadunidense estariam garantidas.

Conforme Mondale e Patton (2001), até o primeiro quarto do século XIX, a extensão e o tipo de escolaridade dependiam exclusivamente dos recursos disponíveis e das ambições de cada cidade, que geralmente seguiam preceitos e orientações religiosas, que acabavam estabelecendo vários tipos de escolas. Desse modo, em muitas cidades, a

instrução destinada às meninas era diferente da dos meninos. As meninas eram educadas para desenvolverem algumas habilidades manuais e, quando entravam nas escolas, recebiam alguma instrução em aritmética, que estava restrito apenas às quatro operações aritméticas: adição, subtração, multiplicação e divisão. A distinção entre meninos e meninas caracterizava os papéis determinados pela sociedade da época e o grau de subordinação a que as mulheres eram submetidas. Estas, em sua grande maioria, eram analfabetas de modo que apenas uma pequena parcela da população feminina recebia a educação escolar.

De forma resumida, o ensino de aritmética não era considerado essencial para todas as crianças, mas somente aos meninos que fossem entrar na vida comercial<sup>5</sup>. Isso porque, para a burguesia o aprendizado de aritmética não tinha tanto “valor” porque era vista como algo comum e mecânico, pois seu ensino estava voltado para instruir filhos de artesãos e comerciantes, ou seja, era um aprendizado direcionado para a prática (Monroe, 1917).

Com o crescimento das cidades a partir da primeira metade do século XIX, o surgimento da manufatura, a invenção de máquinas, novos modos de viagem e transporte, e outros fatores combinaram-se para produzir uma demanda por um grau mais elevado de educação do que o necessário. Como consequência, surgiu um novo conceito do propósito e escopo da educação oferecida pelas escolas e um interesse desperto nas escolas públicas para uma nova demanda, isto é, suprir as necessidades do comércio e das indústrias que ali estavam se instalando. Logo, a ampliação dos programas do ensino elementar acompanhou a ampliação das finalidades sociais e culturais atribuídas à educação popular nos Estados Unidos. Face à ampliação da seleção cultural tornou-se necessária a constituição de novos dispositivos de ordenação curricular. Emergia uma nova exigência, isto é, a de unificação dos programas. Tal debate foi desencadeado no interior dos estudos científicos da educação, que se tornaram a base de legitimação de posições conflitantes sobre a criança, a escola e o currículo. (MONDALE; PATTON, 2001)

Ainda nesse contexto, Filkestein (1989), Kastle (1999) e Tyack (2000) observam que ocorreram grandes mudanças relacionadas à aprendizagem que, cada vez mais, se embasavam em teses psicológicas. Além disso, foi crescente o movimento em prol da

---

<sup>5</sup> Monroe (1917) relata que as atividades de negócios e comércio, centralizadas em cidades como New York, Massachusetts e Pensilvânia, criaram uma demanda por temas associados aos conteúdos aritméticos. E, por isso, na maioria das escolas públicas e instituições privadas, o ensino de aritmética era tratado principalmente como um instrumento para o comércio.

“americanização” de imigrantes de modo a valorizar não só os símbolos e os ideais norte-americanos, num contexto em que se mesclavam o espírito nacionalista e o desenvolvimento econômico e social.

Neste contexto, houve um aumento crescente da discussão sobre a obrigatoriedade da formação escolar que se desdobrou na ampliação do programa do ensino primário que passou a incluir nos currículos escolares novas disciplinas. Segundo Kliebard (1992;1995), Tompkins (1957) e Monroe (1917), isso fomentou grandes debates relacionados a formação de professores, métodos de ensino, disputas curriculares, que se intensificaram até os finais do século XIX. Assim, além do ensino ordinário da leitura, da gramática, do cálculo e da instrução religiosa, que buscou adaptar a escola primária às exigências da formação do homem moderno, portador de uma visão mais racional do mundo e dos valores da modernidade, o currículo se expandiu e passou a incluir disciplinas como História, Geografia, Ciências Físicas e Naturais, Desenho Geométrico, Música, Geometria, Aritmética, Educação Física, Trabalhos Manuais e Instrução Moral e Cívica.

Desse modo, além da decisão do que ensinar, tornou-se fundamental a prescrição do método de ensino que, segundo os profissionais da educação daquela época, deveriam ser vistos como fundamental para a renovação pedagógica, a base racional do trabalho docente e a condição de eficiência do empreendimento educativo. Em relação à escola elementar, um dos primeiros esforços de elaboração de programas para o ensino primário foi na década de 1860. Nesses programas, como observa Souza (2016), a criança e o currículo tornaram-se objetos de conhecimento e de intervenção política.

Ao se referir ao âmbito educacional, Tompkins (1957) destaca que as mudanças que se processaram no século XIX refletiram preocupações de ordem metodológica, bem como do conteúdo de aritmética a ser abordado nas escolas elementares, como, por exemplo, o método intuitivo, conhecido pela expressão *object teaching*. Entretanto, a vulgarização do método intuitivo naquele país ocorreu através da expressão *object lesson* (Souza, 2005). Ainda considerando o contexto estadunidense, “ao longo do século XIX, os princípios de Pestalozzi consubstanciados no método intuitivo foram apropriados de forma peculiar para a sua adoção na escola primária graduada” (Souza, 2005, p. 24)

Conforme aponta a NCTM (2003), Warren Colburn abriu um caminho para uma completa reorientação na educação aritmética, baseando-se nas ideias de Froebel e Pestalozzi, que valorizaram a manipulação de objetos por parte das crianças. Podemos dizer que havia duas técnicas pedagógicas relacionadas no método de ensino de Colburn.

A primeira dessas era o aprendizado de aritmética como um exercício mental, sem recorrer a lápis e papel. Ela era utilizada antes de as crianças aprenderem símbolos abstratos para números e operações. Colburn acreditava que as crianças poderiam desenvolver suas próprias técnicas de cálculo sem a utilização de regras. Ele denominava esta técnica de *aritmética intelectual*, e pelas palavras *mental* e *intelectual* designava os cálculos aritméticos que não envolvessem a representação escrita. Assim, uma vez que os alunos desenvolvessem a habilidade de cálculo mental, eles poderiam então avançar para aritmética escrita. Essa técnica se relacionava com outra que envolvia o raciocínio indutivo. Essa segunda técnica tinha “objetivo conduzir as crianças à descoberta das regras básicas da aritmética por elas mesmas, trabalhando com exemplos cuidadosamente escolhidos.” (NCTM, 1917, p. 58, tradução nossa).

De acordo com Moore (1917) a partir de meados do século XIX a aritmética, que começou a ser ensinada para diversas crianças e jovens, passou a ser denominada “ciência dos números” em algumas academias, tendo um lugar específico e importante. Isso levou algumas universidades a selecionar alunos que tivessem uma boa instrução de aritmética.

Segundo Tompkins (1957), este reconhecimento da aritmética como uma das exigências para a entrada nas universidades, exigiu outras formas de instruir a matemática elementar nas escolas. Devido a tantas mudanças ocorrendo nesse período, houve a necessidade de revisar os materiais utilizados por professores e alunos. Assim a partir de meados do século XIX começaram-se a publicar muitos livros-textos dedicados à instrução de aritmética. Assim, livros escritos por autores norte-americanos e outras numerosas edições de autores ingleses já bem conhecidos, começaram a ser comercializados em grande quantidade.

De acordo com Moore (1917), um dos pioneiros a publicar textos referentes sobre aritmética especificamente norte-americanos foi Nicolas Pike (1743-1819) em 1788. O livro de Pike, intitulado *A New and Complete System of Arithmetic composed for the use of the citizens of the United States*, continha 512 páginas, sendo 408 destinados aos assuntos relacionados a aritmética, 4 páginas a geometria, 11 páginas a trigonometria, 45 páginas a superfícies de sólidos, 33 páginas à introdução a álgebra e 10 páginas à introdução para seções cônicas. Depois de Pike, Moore (1917) relata que foram publicados outros livros especificamente por autores norte-americanos até por volta de 1800.

Podemos dizer que o estabelecimento da necessidade de um currículo comum obrigatório aos alunos de um mesmo nível educativo implicou na necessidade da

produção de livros-textos, com finalidade de apresentar às crianças conteúdos básicos. Nesses materiais seguiu-se uma organização do conhecimento matemático de forma mais clara para então poder ser ensinado. No que diz respeito ao ensino de aritmética, esses livros-textos introduziam inicialmente as crianças à contagem e, em seguida, ensinava-se as primeiras regras e operações (somar, subtrair, multiplicar e dividir).

Nesse sentido, podemos dizer que esses livros-textos, como observa Monroe (1917), refletiram preocupações de ordem metodológica do ensino de aritmética. Essas preocupações alavancaram debates que buscavam decidir qual seria o melhor método de ensino. Assim, de um lado, os defensores do método dedutivo, conhecido também naquela época como “método da regra” (*rule method*), sugeriam ensinar primeiro as regras teóricas para depois aplicá-la. De outro, os partidários do método indutivo, defendiam que o melhor caminho era iniciar com exemplos e a partir deles chegar às regras. Embora houvesse duas possibilidades, a realidade, entretanto, era outra de modo que a discussão sobre o melhor método de ensino teve que considerar outros aspectos que não eram meramente formais.

A esse respeito, Tompkins (1957) observa que, a partir da segunda metade do século XIX, a aritmética a ser ensinada era predominantemente baseada na memorização de regras. Isso porque os cálculos aritméticos eram vistos como bons exercícios para fortalecer e amadurecer a mente. Assim, os exercícios mentais de cálculo, aqueles que os alunos devem fazer sem o recurso de lápis e papel, eram adotados de modo exaustivo pelas escolas. Isso inclusive é observado por Brownell (1954) em *The revolution in Arithmetica* em que o autor relata que o ensino de aritmética ensinado no último quarto do século XIX era muito difícil e com pouca relação com aspectos práticos da vida.

Monroe (1917) observa que propostas como estas tiveram por base o reconhecimento da teoria da psicologia na educação, que considerava que a mente estava constituída por diversas ações como imaginação, memória, percepção e raciocínio, consideradas análogas aos músculos, e que, como tais, deveriam ser exercitados por meio de treinamentos. Nessa nova perspectiva, as faculdades mentais poderiam ser exercitadas e fortalecidas de modo que os cálculos aritméticos passaram a ser vistos como bons exercícios para fortalecer e amadurecer a mente. Isso fomentou a ideia de que as atividades, aquelas que os alunos deveriam fazer sem o recurso de lápis e papel, isto é, mentalmente, fossem aplicadas exaustivamente.

Mas a questão não se voltava apenas para a aplicabilidade prática da aritmética. Como já mencionamos, o ensino de aritmética passou a ser requisitado não só para atender

a demanda prática do comércio e da indústria, mas também da pesquisa científica. Assim, o que estava em jogo não era só uma aritmética voltada para o cotidiano das pessoas, mas ela passou também a ser exigida nos exames de admissão para as universidades. Nesse sentido, a contagem e o ensino das regras e das operações deveriam ser orientados cientificamente.

Nesse aspecto, Peirce (1976, p. 212, tradução nossa) também fez uma crítica e reafirmou a importância de ensinar aritmética elementar de forma científica:

Já se sabe que os números não são aprendidos pelas crianças da mesma maneira involuntária em que parecem aprender as partes mais profundas da fala. Eles precisam aprender números; e é quase indispensável para o futuro deles, e o aprendizado de aritmética em um ambiente científico.

Para orientar ações nessa direção, fundou-se em 1892, a *National Education Association* (NEA) que tinha como finalidade o estudo da situação educacional e fazer indicação de recomendações. Assim, em 1893, os gestores dessa instituição a organizaram um comitê denominado “*Committee of Ten*” com o propósito inicial de reformar o currículo escolar. (Tompkins, 1957; Souza, 2016).

Em 1893 o *Committee of Ten* apresentou o relatório que criticava a inclusão de tópicos obsoletos e apontava para a necessidade de uma abordagem diferenciada no ensino de aritmética elementar, como por exemplo, o uso de material concreto e o desenvolvimento da compreensão dos processos fundamentais da aritmética. Segundo Tompkins (1957), o comitê sugeria suprimir alguns conteúdos e incluir um maior número de exercícios focando cálculos simples e problemas concretos. Nesse sentido, podemos dizer que os membros do comitê foram unânimes em afirmar que a prática pedagógica, até então em vigor, precisava passar por mudanças radicais e recomendaram que o programa de aritmética fosse, ao mesmo tempo, resumido e enriquecido.

Entre os assuntos que devem ser reduzidos ou completamente omitidos, são a proporção composta, a raiz cúbica, as medidas abstratas de quantidades obsoletas e grande parte da aritmética comercial. Porcentagem pode ser reduzida às necessidades da vida atual. [...] O método de ensino deve ser objetivo, e pôr em prática exercício para a atividade mental do aluno (COMMITTEE OF TEN REPORT *apud* Tompkins, 1957, p. 105, tradução nossa).

Ainda de acordo com Tompkins (1957), para um maior estudo sobre o ensino de aritmética foram designados do *Committee of Ten* um subcomitê, denominado “*Committee of Fifteen*” que tinha a finalidade de reportar a situação em que se encontrava o ensino por meio de relatórios. Apesar destes tratarem de aritmética elementar em apenas



um tópico, Monroe (1976) observa que ele pode ser visto como uma “declaração oficial dos professores dos Estados Unidos e marcou o engajamento de um grande número de grandes educadores em defesa da reforma do ensino de Aritmética” (p.90).

Sob a coordenação de William Torrey Harris (1835-1909), que era naquela época Comissário da Educação nos EUA, esse comitê contou com um subcomitê dedicado exclusivamente às questões da educação elementar, principalmente no que dizia respeito à Formação de Professores e à organização das escolas, apontando para a importância do ensino da aritmética para o cotidiano das crianças, bem como sua relevância para a continuidade em estudos futuros. (Tompkins, 1957)

O subcomitê reconhecia a importância do ensino de aritmética enquanto disciplina escolar, bem como sua relevância para as necessidades diárias, como a utilização para e no comércio, quanto para o ensino superior. O relatório, assim, enfatizou a importância do aprendizado do número observando que:

O estudo do número também torna possível para todas as outras ciências da natureza que dependem mensuração exata e registro exato dos fenômenos quanto aos seguintes itens: ordem de sucessão, data, duração, localidade, ambiente, extensão da esfera de influência, número de manifestações, número de casos de intermitência. Todos estes podem ser definidos com precisão apenas por meio de números. O seu valor educacional é indispensável e evidente para toda ciência da natureza. (NATIONAL EDUCATION ASSOCIATION OF THE UNITED STATES, 1985, p. 52-53, tradução nossa)

Notemos que a ênfase no ensino de aritmética recaía agora sobre o ensino dos números. A esse respeito, os estudos de Clason (1968) apontam que, por volta de 1880, as ideias numéricas eram expressas por definições gerais e princípios filosóficos. Isso porque a abstração e a intuição eram tidas como fundamentais para se conhecer o número. Nesse sentido, o ensino de aritmética privilegiava, como já mencionamos, um método dedutivo. Contudo, a partir da década de 1890, houve uma tendência que buscou reduzir o uso de definições e enfatizar aspectos menos formais, para se ensinar aritmética. Assim, os livros-textos deram mais ênfase nos objetos físicos, associando os números abstratos a esses objetos. Era comum encontrar nesses livros figuras de objetos concretos do cotidiano das crianças e objetos mais abstratos tais como pontos, bolinhas e outras figuras associadas aos números, bem como recorrendo ao uso de medidas, à medida que avançamos em direção ao início do século XX.

Clason (1968) aponta que, por volta de 1880, as ideias numéricas eram expressas por definições gerais e princípios que pretendiam refletir o que era considerado um conceito de número. Desse modo, no que diz respeito à metodologia geral de ensino, a

abstração e intuição eram tidas como fundamentais e a aproximação era dedutiva, incentivando um ensino a partir de uma base axiomática. Isso refletiu nos livros-textos publicados após 1895, que passaram a reduzir e até excluir figuras de objetos concretos e semi-concretos, como conjuntos de pontos pretos.

Nos anos que se seguiram, entre 1897 e 1904, houve um aumento na preocupação com a mensuração, perceptível no uso das ideias de medida nas definições, o que parece estar associado às discussões de McLellan e Dewey sobre a ideia de número (Clason, 1968). Próximo ao fim do século XIX, três versões sobre a natureza do número ganharam destaque: 1) o número enquanto relação percebida diretamente; 2) o número baseado na contagem em sequência; 3) o número enquanto razão obtida por meio de mensurações.

Podemos dizer que essas mudanças, encontradas nos livros-textos, são reflexos da ampliação do programa do ensino primário nos Estados Unidos da América a partir dos meados do século XIX. Porém cabe aqui destacar que não havia uma proposta clara que esclarecesse sobre o tratamento que deveria ser dado aos conteúdos aritméticos nas escolas elementares. Assim, embora recomendassem mudanças, não estava claro de que maneira as crianças poderiam ser preparadas para se dedicarem às atividades da vida, como por exemplo no comércio, na indústria, e/ ou para estudos posteriores (Overn, 1935).

Isso foi, inclusive, observado por Peirce que afirmou sobre a necessidade de se buscar um novo método (que fosse científico) para ensinar aritmética. Peirce se queixou não só da inadequação dos materiais didáticos utilizados para o ensino e aprendizagem, como por exemplo, os livros-textos, como também refletiu sobre como o professor poderia proceder. Isso pode ser notado nos manuscritos MS. 181 e MS. 182 em que Peirce (1976, p.43) faz suas exortações aos professores visando a tornar as atividades de sala de aula mais atrativas para os alunos: “o autor do livro-texto e o professor devem envidar os esforços mais vigorosos para tornar o assunto interessante. Estimular o desgosto é simplesmente um crime contra a alma dos alunos”.

Nesses manuscritos, Peirce também se referiu à importância de dar atenção ao modo como as crianças são levadas a aprender a aritmética. Ele destacou a necessidade de as crianças aprenderem os números em ambientes que oferecem oportunidades para que estas se envolvam na investigação científica. Nesse caso, entretanto, faltavam orientações que ajudassem o professor a escolher cientificamente quais livros-textos de aritmética poderiam ser utilizados. Como veremos posteriormente, foi provavelmente a falta de material adequado que motivou Peirce a refletir sobre o ensino de aritmética e a

rascunhar esse conjunto de manuscritos que poderiam futuramente compor uma possível obra que não só servisse de auxílio ao professor, mas também oferecesse um novo caminho para o ensino de aritmética.

Peirce se queixou não só da inadequação dos materiais didáticos utilizados para o ensino e aprendizagem, como por exemplo, os livros-textos, como também refletiu sobre como o professor poderia proceder. Isso pode ser notado nos manuscritos MS. 181 e MS. 182 em que Peirce (1976, p.43, tradução Souza, 2017) faz suas exortações aos professores visando a tornar as atividades de sala de aula mais atrativas para os alunos: “o autor do livro-texto e o professor devem envidar os esforços mais vigorosos para tornar o assunto interessante. Estimular o desgosto é simplesmente um crime contra a alma dos alunos”.

Nesses manuscritos, Peirce também se referiu à importância de dar atenção ao modo como as crianças são levadas a aprender a aritmética. Ele destacou a necessidade de as crianças aprenderem os números em ambientes que oferecem oportunidades para que estas se envolvam na investigação científica. Nesse caso, entretanto, faltavam orientações que ajudassem o professor a escolher cientificamente quais livros-textos de aritmética poderiam ser utilizados. Provavelmente a falta de material adequado que motivou Peirce a refletir sobre o ensino de aritmética e a rascunhar esse conjunto de manuscritos que poderiam futuramente compor uma possível obra que não só servisse de auxílio ao professor, mas também oferecesse um novo caminho para o ensino de aritmética.

### **Considerações Finais**

Discorremos ao longo deste estudo, o contexto em que o ensino de matemática em geral, e da aritmética em particular, estava em debate. Este debate estava relacionado não só à nova ordem social, política e econômica norte-americana, mas também ao contexto científico e matemático daquela época.

De fato, devemos aqui ter em mente as críticas que foram feitas no contexto de ciência e de matemática do século XIX, período no qual a ciência e a matemática modernas se consolidaram, proporcionando, na transição entre este e o século XX, avanços significativos que influenciaram a maneira de viver do homem contemporâneo. Mediante o desenvolvimento promovido pelas ciências naturais, estas foram adquirindo importância na formação e preparo do homem para viver nessa sociedade que se deparava com as diversas mudanças ocorridas, na qual a escola, enquanto instituição formal de ensino, também estava inserida.

Também devemos ter em mente que o ensino de matemática no seu tempo dependia fortemente de aprendizagem por memorização e prática estendida, com pouca ênfase na compreensão intuitiva das inter-relações dos conceitos e regras ou a relação da matemática as suas instâncias e aplicações. É nesse aspecto que a proposta de Peirce para o ensino de aritmética se diferencia das outras bastante disseminadas em sua época.

De acordo com Monroe (1917) a partir de meados do século XIX também estavam em curso as primeiras tentativas de favorecer a expansão da oferta da instrução escolar para as classes populares, havendo a necessidade de expandir o número de escolas devido ao aumento de matrículas, que conseqüentemente exigia uma quantidade e variedade maior de livros e de outros materiais didáticos adaptados ao ensino. Dessa forma, a expansão das escolas públicas desencadeou também o aumento da produção nacional de livros-texto voltados para o ensino de aritmética elementar.

No entanto, pudemos observar que no final do século XIX houve uma série de tensões e crises. A educação se encontrava submersa nessa agitação cultural, resultado de debates nos diferentes estratos da sociedade. Tal fato contribuiu para que, no decorrer do século, essas mudanças fossem acrescidas de outras em nível das relações socioeconômicas, tecnológicas, científicas e o estabelecimento de novas ordens das estruturas sociais. Todo esse contexto em ebulição foi condição determinante para o surgimento e a constante renovação do currículo e métodos de ensino em todos os níveis de escolaridade.

A compreensão do conhecimento matemático dentro do contexto histórico nos permitiu verificar como esse conhecimento foi mobilizado e quais foram suas pretensões. O ensino de aritmética no início do século XIX priorizava a contagem, as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e problemas que envolviam atividades práticas do comércio, com vistas a ajustar a demanda que se anunciava pelas atividades comercial e industrial. No entanto, a partir de meados do século XIX, embora permanecesse a prescrição de que a criança deveria sair do ensino elementar sabendo “contar” e resolver problemas que envolviam práticas do comércio, outras recomendações foram acrescidas, isto é, o ensino também deveria primar por outros conhecimentos matemáticos, como a regra de três, razão e proporção.

Assim, nesse novo cenário, a aritmética elementar tinha como função de preparar a mão de obra para atender às demandas de obra operacional nas indústrias e comércios, bem como a preparação de pessoas que pudessem, em alguns anos, avançar para níveis de escolaridades posteriores, suprimindo a demanda também científica. Desse modo, um

dos pontos que entrou em pauta nos foi justamente o livro-texto que, para muitos, inclusive Peirce, era inadequado para o ensino e a aprendizagem de aritmética elementar.

Os livros-textos de aritmética elementar voltados para a escola primária estadunidense até os tempos de Peirce, refletiam pouco o que ocorria nos anos finais do século XIX, quando o pensamento matemático e os modelos de ensino de matemática passavam por alterações, sendo objetos de inúmeras discussões e experiências. No final do século XX, houve necessidade de uma revisão curricular da matemática escolar. Foi neste contexto que Peirce resolveu escrever seus manuscritos. Assim, as novas demandas sociais fizeram aumentar a necessidade de modernização do ensino e da preparação melhor de um contingente maior de professores.

Ainda há muito a ser estudado, aprofundado, e entendemos que futuramente outros pesquisadores poderão analisar aspectos sobre os quais fomos incapazes de enxergar ou entender, ou ainda, aspectos que conseguimos entender, mas nossas limitações não permitiram que sobre eles dissertássemos no presente trabalho. Enfim, essa pesquisa representa apenas um recorte temporal no ensino de aritmética elementar, mas aponta alguns aspectos que podem – e devem – ser ainda retomados, pois temos aqui uma visão, um olhar, que pode ser interpretado de outra forma por outros olhares, outras visões. Encerramos essas considerações finais com a sensação de ter atingido, ao menos, os objetivos propostos, na certeza de que diversos aspectos podem ainda ser explorados e, ainda o serão em outra oportunidade.

## Referências

- ALFONSO-GOLDFARB, A. M.; M. H. M. Ferraz & Waisse. Reflexões sobre a constituição de um corpo documental para a história da ciência. **Acervo**, Rio de Janeiro, v.26, n.1, p. 42-53, jan./jun. 2013.
- BACHA, M. L. **Realismo e Verdade**. São Paulo: Editora Ltda, 2003.
- BACHA, M. L.; SAITO, F. Peirce e Cantor: Um estudo preliminar sobre Continuidade e Infinitesimais”. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 14, n. 28, p. 1-23, 2014.
- BARROW, C. **Universities and the capitalist state: corporate liberalism and the reconstruction of American higher education. 1894-1928**. Madison: The University of Wisconsin Press, 1990.
- BRENT, J. **Charles Sanders Peirce, A Life**. Bloomington: Indiana University Press, 1998.
- BRINKLEY, A. **The Unfinished Nation: A Concise History of the United States**. Nova York: McGraw Hill, 2004.
- BROWNELL, W. A. The revolution in Arithmetic. **The Arithmetic Teacher**, v.1, n.1, 1954.
- CREMIN, L. **Transformation of the school: progressivism in American education, 1876-1957**. New York: Harper and Row, 1953.
- CUBAN, L. **How teachers taught: constancy and change in American classroom 1890-1980**. Nova York: Londres: Longman, 1984.
- DEWEY, J. **The child and the curriculum**. Chicago: University of Chicago Press, 1895.
- DIAS, M. S.; SAITO, F. Interface entre História da Matemática e Ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: **Anais do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Brasília: SBEM, 2009.
- EARLY AMERICAN TEXTBOOKS 1775-1900. **A catalog of titles held**. Washington: Educational Research. U.S.: Dept. of Education, 1985.
- EISELE, C. Charles S. Peirce Nineteenth Century Man of Science. **Scripta Mathematica**, v. 24, p. 305-324, 1959.
- \_\_\_\_\_. **The New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce**. The Hague: Mouton, vol.I., 1976.
- \_\_\_\_\_. **Studies in the Scientific and Mathematical Philosophy of Charles S. Peirce**. The Hague: Mouton, 1979.
- FISCH, M. H. **The range of Peirce's relevance**. The Monist 65, 1982.
- FOUCAULT, M. **As palavras e as coisas: uma arqueologia das ciências humanas**. 8 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.
- FOUCAULT, M. **A arqueologia do saber**. 6 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2000.
- FOLSCHNEID, D.; WUNENBURGER. **Metodologia filosófica**. São Paulo: Martins Fontes, 2006.
- FRIED, M. N. Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? **Science & Education, Dordrecht**, v. 10, p. 391-408, 2001.
- GLEASON, M. L.; DAUBEN, J. W. Eloge: Carolyn Eisele, 1902–2000. **Isis**, [s.l.], v.95, n.4, p.649-652, dez. 2004. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1086/430655>.
- GUTMAN, H. Work, Culture and Society in Industrializing America, 1815-1919. **American Historical Review**, n. 78, p. 531-588, June 1973.
- KAESTLE, C. F. **Pillars of republic: common schools and American Society (1780-1860)**. New York: Hill and Wang, 1999.
- KARNAL, L.; PURDY, S.; FERNANDES, L. E.; de MORAIS, M. V. **História dos Estados Unidos, das origens ao século XXI**. São Paulo: Editora Contexto. 2007.
- KLIEBARD, H. M. **Forging the American curriculum: essays in curriculum history and theory**. New York: Routledge, 1992.
- \_\_\_\_\_. **The struggle for the American curriculum (1893-1958)**. New York: Routledge, 1995.
- LIEBSCHNER, J. **A child's work: freedom and guidance in Froebel's educational theory and practice**. Cambridge: The Lutterworth Press, 1992.
- MELANDRI, P. **História dos Estados Unidos desde 1865**. Lisboa: Edições 70, 2010.

- MONDALE, S.; PATTON, S. B. **School: The Story of American Public Education**. Boston: Beacon Press, 2001.
- MONROE, W.S. **Development of Arithmetic as a school subject**. Chicago: Illinois: The University of Chicago Libraries, 1917.
- MONROE, P. História da Educação. **A Brief Course in the History of Education**. Tradução de Idel Becker. 11ª ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1976.
- MURPHEY, M.G. **The Development of Peirce's Philosophy**. Indianapolis: Hackett, 1993.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **In: A History of School Mathematics**. v.1, 2003.
- NATIONAL EDUCATION ASSOCIATION OF THE UNITED STATES. Committee of Fifteen on Elementary Education. **Report of the Committee of fifteen on elementary education, with the reports of the sub-committees: on the training of teachers: on the correlation of studies in elementary education; on the organization of city school systems**. National educational association by the American book company. New York, 1895.
- NISBET, R. **A história da ideia de progresso**. Brasília: Ed. UnB, 1980.
- OLIVEIRA, A. S.; SAITO, F. O ensino de aritmética no processo de consolidação do sistema americano de ensino no século XIX. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 7, p. 1-13, 2018.
- OLIVEIRA, M. A. Pedagogia intuitiva da Escola Elementar de Pestalozzi: como se ensinava Aritmética? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro – SP, v. 31, n. 59, p. 1005-1031, dez. 2017.
- OVERN, O. A. **Changes in curriculum in elementary algebra since 1900 as reflected in the requirements and examinations of the College Entrance Examination Board**. The Journal of Experimental Education. Volume V, n. ° 4, 1935.
- PECK, W. G. **Complete arithmetic: theoretical and practical**. A. S. Barnes & Company (Davies & Peck's). New York, 1877
- \_\_\_\_\_. **Elementary arithmetic: oral and written**. A. S. Barnes & Company (Davies & Peck's). New York, 1878.
- PESTALOZZI, J.H. **Antologia de Pestalozzi**. Trad. Lorenzo Luzuriaga. Buenos Aires: Losada, 1946.
- PEIRCE, C. S. **New elements of mathematics by Charles S. Peirce**. Ed. C. Eisele. The Hague. Mouton, vol I. 1976.
- \_\_\_\_\_. **Writings of Charles S. Peirce: A Chronological Edition**, Volume 1: 1857– 1866. Indiana University Press, 1982.
- PEIRCE, C. S. Philosophy of Mathematics – Selected Writings. Ed. Matthew E. Moore. In: **Recreations in Reasoning**, p. 113-133. Indiana University Press, 2010.
- ROMANINI, A. V. **Semiótica minuta – especulações sobre a gramática dos signos e da comunicação a partir da obra de Charles S. Peirce**: Tese de Doutorado. PPGCOM-ECA-USP, São Paulo, 2006.
- SAITO, F. História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas (resenha crítica). **Revista brasileira de história da matemática**, v. 13, n. 26, p. 85-94, 2013a.
- \_\_\_\_\_. Continuidade e `descontinuidade`: o processo da construção do conhecimento científico na História da Ciência. **Educação e Contemporaneidade**. Revista da FAEEBA, v. 22, n. 39, p. 183-194, 2013b.
- \_\_\_\_\_. História da Matemática e Educação Matemática: Uma proposta para atualizar o diálogo entre historiadores e educadores. **In: Actas VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática**. Montevideo, FISEM/SEMUR, 2013c. p. 3979-3987.
- \_\_\_\_\_. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Ed. Livraria da Física/SBHMat, 2015.
- SAITO, F. **Construindo Interfaces entre História e Ensino da Matemática**. Ensino da Matemática SAITO, F. em debate, v. 3, n. 1, p. 3-19, 2016.
- \_\_\_\_\_. A pesquisa histórica e filosófica na educação matemática. **Revista Eventos Pedagógicos**. Edição Especial Temática: História, Filosofia e Educação Matemática Sinop, v. 9, n. 2 (24. ed.), p. 604-618, agosto/outubro 2018.

- SAITO, F; DIAS. M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.
- SANTAELLA, L. **A teoria geral dos signos: semiose e autogeração**. São Paulo: Ática, 1995.
- SILVEIRA, L.F.B. da. Aprender versus Ensinar: Charles Sanders Peirce e a universidade americana do final do século XIX. In: **Progresso da Ciência e Educação: Incursões na questão da Universidade, da Filosofia e do Poder** - 32<sup>a</sup> reunião Anual da SBPC, Rio de Janeiro, p. 77-84, 1982.
- SOUZA, R.F. de. Tecnologias de ordenação escolar no século XIX: Currículo e método intuitivo nas escolas primárias norte-americanas (1860-1880). **Revista brasileira de história da educação**, Maringá-PR, n. 9, jan. /jun., p. 9-42, 2005.
- SOUZA, R.F. de. As disputas pelo currículo e a renovação da escola primária nos Estados Unidos na transição do século XIX para o século XX. In: **História da Educação**. vol.20 no.48 Santa Maria Jan./Apr., 2016.
- SOUZA, L.J. de. **A Aritmética Elementar de Charles Sanders Peirce: tradução e notas para uma hermenêutica**. Mestrado em Educação para a Ciência. Bauru, Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2017.
- TALBOT, W. **Americanization**. New York: The H. W. Wilson Co., 1920.
- TYACK, D. B. **One best system: a history of American urban education**. Cambridge: Harvard University Press, 2000.
- TOMPKINS, S. W. **The development of Arithmetic Elementary school subject since 1990**. Degree of Doctor. Teachers College, Columbia University. New York, 1957.
- URBAN, J. Wayne; WAGONER Jr., JENNINGS L. **American Education: a history**. (E-book). 5 ed. Routledge: Nova Iorque, 2014.
- WARDE, M. J. Americanismo e educação: um ensaio no espelho. **São Paulo em Perspectiva**. V. 14, n. 2, p. 37-47. São Paulo, 2000.
- WEISS, P. Biography of Charles S. Peirce. **Dictionary of American Biography**, v. 14, p. 398-403, 1934.



## Capítulo 3

### De qual prática estou falando?

#### Impressões de professores de matemática acerca de suas práticas em tempos de pós-pandemia

*Leandro Costa Serafim*  
Licenciatura em Matemática - IFES

*Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon*  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

#### 1 O início de uma conversa

A pandemia da Covid-19 teve impactos em toda a sociedade que, como um todo, precisou se adaptar frente a um “novo normal”. Tais impactos não demoraram muito para chegar aos portões das escolas. Alunos e professores, com intuito de não acelerar o contágio do vírus, precisaram deixar de frequentar as aulas presenciais, e, como resultado disso, houve a necessidade de aulas remotas.

Nesse movimento, surgiu a oportunidade de participar do Programa de Residência Pedagógica [PRP] em uma escola pública estadual do município de Cachoeiro de Itapemirim. Essa experiência proporcionou uma imersão no contexto de sala de aula, no ambiente e possibilitou o contato direto com a vida de professor. Estar inserido no PRP e fazer parte do período de transição do ensino remoto para o presencial nos fez perceber que professores, em sua maioria, estavam voltando a utilizar as mesmas formas de ensino de antes da pandemia. Por outro lado, alguns docentes buscavam uma ressignificação dos seus métodos de ensino, apesar de todas as dificuldades de adaptação.

Estando nesse lugar de passagem entre os formatos de ensino é que fez surgir a necessidade desta investigação cujo objetivo principal é identificar quais práticas<sup>6</sup> eram/foram utilizadas em aulas de matemática antes da pandemia, no período de pandemia e quais delas permaneceram no retorno presencial. Frente ao cenário pandêmico

---

<sup>6</sup> Nesta pesquisa entendemos estratégias e metodologias como palavras sinônimas de práticas.

e pós-pandêmico, acredita-se, a partir de nossas<sup>7</sup> vivências, que a educação acabou sendo uma das áreas mais afetadas, visto que, não só apenas os estudantes em geral sofreram como isso, mas também toda a comunidade escolar, em especial, os professores de todos os níveis de ensino. Essa nova realidade acabou evidenciando fragilidades de um sistema educacional que não estava preparado para tamanha mudança, considerando também o despreparo docente diante da necessidade de interagir e dominar novas tecnologias que possibilitavam aulas remotas.

Ao focalizarmos no docente, dedicamos especial atenção aos professores de matemática cuja prática foi diretamente impactada pela pandemia. Esses profissionais enfrentaram, além do fato de precisarem se ausentar do ambiente e do convívio escolar, uma nova realidade, vivendo-a e superando o fato de ter que lidar com tecnologias, traçar novas estratégias e metodologias de ensino que possibilitassem aos alunos algum aprendizado de matemática. Por isso, acreditamos que “na matemática como em outras disciplinas escolares, a aprendizagem dos alunos depende em grande medida do que acontece em sala de aula. E isso, como não poderia deixar de ser, tem muito a ver com o modo como o professor ensina” (Ponte, 2014, p. 5), ou seja, suas práticas.

## **2 Buscando uma conversa com a literatura**

Neste tópico discorreremos sobre a prática como atividade docente e sobre as diferentes perspectivas de prática. Respalda-mo-nos essencialmente nos estudos de Ponte (2014) e Cruz (2007), embora evidenciemos aspectos de algumas resoluções nacionais que normatizam e regulamentam<sup>8</sup> a formação inicial de professores.

### **2.1 A prática como atividade docente**

Ao compreendermos que a aprendizagem de estudantes tem relação com os modos através dos quais os professores ensinam (Ponte, 2014), torna-se relevante entender como a prática é evidenciada em documentos que regulamentam a formação de professores, visto que os currículos de cursos expressam concepções de práticas que norteiam o processo formativo. Até o ano de 2019 formava-se professores sob a luz da Resolução CNE/CP nº 2, publicada em 1º de julho de 2015. Essa Resolução definia as diretrizes curriculares nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura,

---

<sup>7</sup> A partir de agora, escreve-se na primeira pessoa do plural pelo fato de a escrita evidenciar ideias do primeiro autor e de sua orientadora.

<sup>8</sup> Temos consciência das discussões atuais acerca, principalmente, da Resolução nº 2/2019.

cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. Em seu artigo segundo, parágrafo primeiro, o que se esperava para a formação de professores era entender à docência como uma ação educativa intencional e metódica que envolve conhecimentos específicos, interdisciplinares e pedagógicos, constituída de uma sólida formação científica e cultural, que promove a construção de valores éticos, linguísticos, estéticos e políticos, impulsionando a socialização, inovação e diálogo entre diferentes visões de mundo (Brasil, Resolução CNE/CP no 2/2015, p. 3).

Esse trecho nos mostra é relevante compreender que o papel do professor vai muito além de transmitir conhecimentos aos alunos, é importante que com suas práticas, o docente permita que o aluno seja inserido no meio social a que pertence, sendo capaz de exercer sua cidadania, de ter um trabalho digno, e papéis importantes socialmente falando. Por assim intuímos, concordamos com Cruz (2007, p. 192) quando afirma que “falar de prática docente em sala de aula é falar de um saber-fazer do professor repleto de nuances e de significados [...] cheios de pluralidade [...] que vêm à tona no âmbito de suas tarefas cotidianas”.

Focalizando nessa ideia de prática como atividade docente, buscamos conhecer como ela tem sido entendida a partir de 20 dezembro de 2019 quando foi publicada a Resolução CNE/CP nº 2/2019<sup>9</sup>, que diferentemente da anterior (CNP/CP nº 2/2015), parece ter um enfoque mais voltado para a prática. Parece-nos que na perspectiva desta Resolução, a formação docente pressupõe o desenvolvimento de competências específicas previstas na Base Nacional Comum Curricular [BNCC] (Brasil, 2018) da Educação Básica e perpassam por três dimensões não hierarquizadas, mas integradas e complementares na ação docente. Segundo a Resolução CNE/CP nº 2/2019, as dimensões são: I) conhecimento profissional; II) prática profissional; e III) engajamento profissional (Brasil, Resolução CNE/CP nº 02/2019, p. 2).

Quanto à dimensão *conhecimento profissional*, a Resolução aponta em seu inciso 1º que é dever do professor ter domínio das ferramentas e objetos de ensino e saber como transmiti-lo. Além disso, essa dimensão aponta a necessidade de conhecer a multiplicidade da sala de aula, as particularidades de todos os alunos, suas limitações e como eles aprendem. Faz parte, também, da dimensão *conhecimento profissional* a capacidade do professor de reconhecer e saber identificar possíveis situações que os

---

<sup>9</sup> Esta Resolução define as diretrizes curriculares nacionais para a formação inicial de professores para a educação básica e institui a base nacional comum para a formação inicial de professores da educação básica (BNC-Formação).

alunos estejam enfrentando, às vezes, fora do ambiente escolar, que de certa forma, causam impacto no rendimento escolar desse estudante. Igualmente, diz respeito ao conhecimento da estrutura e da governança dos sistemas educacionais, de modo que tal competência seja direcionada para uma maior eficiência da instituição escolar.

Em relação à dimensão *prática profissional* nota-se o desenvolvimento das seguintes ações:

- I - Planejar as ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens;
- II - Criar e saber gerir os ambientes de aprendizagem;
- III - Avaliar o desenvolvimento do educando, a aprendizagem e o ensino; e
- IV - Conduzir as práticas pedagógicas dos objetos do conhecimento, as competências e as habilidades (Brasil, Resolução CNE/CP nº 2/2019, p. 2).

O que se observa diante dessa dimensão é que o papel do professor vai além de conhecer e dominar o conteúdo que ele ministra. Está ligada aos modos, meios e/ou estratégias que ele utiliza no/durante o processo de ensino e de aprendizagem. Assim, esta dimensão, parece se referir às práticas que o professor utiliza no ambiente escolar, de forma a garantir um aprendizado de qualidade para o educando. Tal ideia se coaduna com os pensamentos de Ponte (2014) e Cruz (2007), literatura escolhida para fundamentar esta pesquisa.

Por fim, a dimensão *engajamento profissional* tem a ver com participação do professor no todo escolar. Ele precisa estar engajado não apenas dentro dos muros da escola, mas também com as famílias, comunidade, sociedade, a fim de transformar e ampliar as experiências educativas dos estudantes.

Diante disso, e considerando o objetivo desta pesquisa, nos debruçamos sobre a prática profissional, entendendo-a como “[...] a seleção ou elaboração de tarefas para a sala de aula e a sua apresentação e condução” (Ponte, 2014, p. 6). Assim, a prática se torna uma atividade docente “[...] que vêm à tona no âmbito de suas tarefas cotidianas” (Cruz, 2007, p. 192). Desse modo, falamos de estratégias, metodologias, instrumentos, ferramentas e ações dentre outras usadas em sala de aula para que o processo de ensino e de aprendizagem aconteça.

Por isso, nos empenhamos em identificar quais práticas eram/foram utilizadas por professores, em aulas de matemática, antes da pandemia, no período de pandemia e quais delas permaneceram atualmente com o retorno presencial. Assim, acreditamos poder evidenciar “[...] quais estratégias e conceitos que podem ser úteis para os professores definirem a sua ação no quadro dos objetivos dos documentos curriculares e das

especificidades dos contextos profissionais em que atuam” (Ponte, 2014, p. 6). A partir de nosso entendimento de prática, a seguir, discutimos acerca das diferentes perspectivas/entendimentos do que vem a ser a prática docente.

## **2.2 Diferentes perspectivas de prática**

Os estudos de Ponte (2014) apontam que na literatura, a prática como atividade docente pode ser entendida a partir de duas vertentes: a sociocultural e a cognitivista. Partindo de uma perspectiva sociocultural, amparado pelas ideias de Leontiev (1988)<sup>10</sup>, Ponte (2014), descreve que a prática é uma atividade do professor que para ser caracterizada como tal precisa apresentar ação, motivo e tarefa. Ainda, segundo Ponte (2014, p.7), acrescenta-se

[...] uma atividade comporta três elementos principais: em primeiro lugar as ações, que são os seus componentes básicos; em segundo lugar, os motivos que levam à realização da atividade, tendo em atenção o contexto de trabalho e os seus significados e intenções para os respetivos atores; e, em terceiro lugar, o objeto ou tarefa, que dirige e dá unidade a toda a atividade.

A ação é um ponto chave na realização da atividade. Libâneo (2004), nos informa, a partir dos estudos de Vygotsky, Luria e Leontiev (2010)<sup>11</sup> que a ação “é um processo cujo motivo não coincide com seu objetivo, mas reside na atividade da qual faz parte” (p. 120). Fazendo uma analogia com a prática docente, podemos exemplificar que o ato de planejar uma aula somente pelo fato de ter que lecioná-la, não é uma atividade, é uma ação, pois planejar por planejar não é o objetivo que estimula a ação. A atividade é o planejamento por si mesmo, por causa do seu conteúdo, das expectativas que são impressas nele quando o professor almeja a aprendizagem de seus estudantes. Desse modo, vê que o motivo da atividade (planejamento com vistas à aprendizagem) passa para o objetivo da ação, e, assim a ação transforma-se em uma atividade.

A atividade humana, em sua totalidade se baseia em um motivo, ou seja, toda ação que praticamos é direcionada por um propósito. Segundo Ponte (2014, p. 7), “[...] o objeto da atividade é a realização de certa tarefa e o motivo é o conjunto de razões que leva um dado indivíduo a realizar essa tarefa”. Desse modo, o motivo é o que, de certa forma,

---

<sup>10</sup> LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. Trad. Maria da Pena Villalobos. São Paulo, Ícone. 1988, p. 59-84.

<sup>11</sup> VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. Trad. Maria da Pena Villalobos. 11. ed. São Paulo: Ícone, 2010.

estimula a ação do aluno/professor, de maneira que ele veja significado naquilo por trás da tarefa. Assim, são razões que levam o sujeito a concluir tal atividade (Ponte, 2014). Uma tarefa sem motivo torna-se sem sentido, pois não basta apenas trabalhar algum conteúdo em sala de aula se o aluno não compreender o real propósito daquela ação, como aquilo pode ser usado por ele de fato. Por isso, Libâneo (2004, p. 120) afirma que “[...] quando o motivo da atividade passa para o objeto da ação, a ação transforma-se numa atividade”.

Sobre atividades ou tarefas, Ponte (2014, p.14) destaca que são entendidas como “[...] o elemento organizador da atividade de quem aprende”. Segundo o autor, as atividades assumem papéis distintos, e podem ser definidas como

[...] ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática. Uma tarefa pode ter ou não potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos que pode ajudar a mobilizar. Pode dar lugar a atividades diversas, conforme o modo como for proposta, a forma de organização do trabalho dos alunos, o ambiente de aprendizagem, e a sua própria capacidade e experiência anterior. Pelo seu lado, uma atividade corresponde a uma ou mais tarefas realizadas no quadro de uma certa situação. É pela sua atividade e pela sua reflexão sobre essa atividade que o aluno aprende, mas é importante ter presente que esta depende de dois elementos igualmente importantes: (i) a tarefa proposta; e (ii) a situação didática criada pelo professor (Ponte, 2014, p. 16-17).

Ponte (2014, p.14) afirma ainda que

[...] existem tarefas cuja principal finalidade é apoiar a aprendizagem, outras que servem para verificar o que aluno aprendeu (tarefas para avaliação), outras, ainda, que servem para compreender de modo aprofundado as capacidades, processos de pensamento e dificuldades dos alunos (tarefas para investigação).

Em síntese, podemos considerar tarefas como recursos indispensáveis no processo de ensino e de aprendizagem de matemática. É através delas que o aluno pode ou não desenvolver certas capacidades/habilidades/aprendizagens cognitivas e críticas, que o auxiliem em situações futuras diversas. Para isso, essas tarefas devem provocar nos alunos a realização de conexões que possibilitem ideias matemáticas. Assim sendo, essa perspectiva sociocultural tem um viés mais humanista, na qual “[...] as práticas profissionais do professor são co-construídas em conjunto com outros intervenientes – colegas, alunos, diretores, formadores e outros atores sociais [...] são o resultado de uma construção conjunta de professor e alunos [...] embora com papéis claramente distintos” (Ponte, 2014, p. 7).

Por outro lado, a perspectiva cognitivista, valoriza a cognição. Segundo Ponte (2014) os estudos que analisam práticas profissionais nessa vertente valorizam “[...] conceitos como “guião curricular”, “rotina” e “agenda” [...] “decisões” que o professor assume na sua prática, decorrentes dos seus “planos de ação”, e que se procura explicar, tendo por base o conhecimento, as crenças e os objetivos desse mesmo docente” (Ponte, 2014, p. 7). Assim, considera-se que a essência dessa perspectiva é aquela em que o ser humano constrói seu conhecimento acerca/sobre o mundo a partir da análise dos aspectos que interferem na relação entre estímulo e resposta.

Desse modo, “[...] a perspectiva cognitivista procura ter em atenção o modo como o professor toma decisões, atendendo às prioridades que estabelece e aos planos de ação que formula, e atende também ao modo como estes planos são depois concretizados ou não em sequências de ação” (Ponte, 2014, p. 7). Diante disso, e considerando a escassez de literatura acerca da prática profissional na perspectiva cognitivista e a relação que a prática na perspectiva sociocultural tem com o nosso entendimento de prática apresentado no item 2.1 e com o nosso objeto de investigação, assumimos nesta pesquisa a perspectiva sociocultural como suporte para análise dos dados.

### **3 Os caminhos metodológicos**

A pesquisa desenvolvida trata-se de um estudo de caso qualitativo de base epistemológica interpretativa, na qual o conhecimento é gerado em decorrência da interpretação e compreensão dos fatos observados. Isto porque se busca identificar práticas que foram utilizadas em um contexto de vida real (Yin, 2016) de professores.

Por isso, quando buscamos compreender um fenômeno individual (Yin, 2005) que emergiu da curiosidade do pesquisador, procuramos entender o caso específico das práticas que eram/foram utilizadas em aulas de matemática antes da pandemia, no período de pandemia e quais delas permaneceram no retorno presencial e compreender como elas impactaram o trabalho docente de professores que lecionam em uma escola estadual do município de Marataízes/ES. Assim, acreditamos estudar um fenômeno empírico, único e irrepetível.

Essa compreensão singular nos permite caracterizar um estudo de caso que, segundo Gil (2009) pode ser concebido como um delineamento de pesquisa, que preserva o caráter unitário do fenômeno pesquisado, investiga um fenômeno contemporâneo, não separa o fenômeno do seu contexto, sendo um estudo em profundidade, que requer a utilização de múltiplos procedimentos de coleta de dados.

Nesse cenário de estudo de caso, utilizou-se, entre os dias 03 e 26 de agosto de 2022, um questionário<sup>12</sup>, construído via *Google Forms*, e uma entrevista como principais instrumentos de pesquisa. Ao entendermos o questionário como sendo “[...] um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador” (Lakatos; Marconi, 2010, p. 184), o elaboramos a partir das ideias centrais de nosso objetivo de investigação. Ele foi composto de questões abertas e de uma parte voltada à identificação dos participantes.

Quanto às questões abertas, 3 delas tinham o objetivo de conhecer mais a fundo a formação desses profissionais. Por isso, perguntamos sobre o ano em que concluíram o seu curso de graduação, faculdade em que estudaram e a maior titulação obtida. As outras 15 questões abertas englobavam de fato o objetivo geral da pesquisa, ou seja, evoluíam perguntas que tratavam a respeito de práticas que eram/foram utilizadas em aulas de matemática antes da pandemia, no período de pandemia e quais delas permaneceram no retorno presencial.

A partir do questionário, criamos um roteiro de entrevista para o caso de os sujeitos preferirem dialogar diretamente conosco. Segundo Ribeiro (2008, p. 141), a entrevista é uma

[...] técnica mais pertinente quando o pesquisador quer obter informações a respeito do seu objeto, que permitam conhecer sobre atitudes, sentimentos e valores subjacentes ao comportamento, o que significa que se pode ir além das descrições das ações, incorporando novas fontes para a interpretação dos resultados pelos próprios entrevistadores.

Decidimos manter na entrevista a mesma ordem e estrutura das perguntas do questionário. O que mudou, porém, foi o modo de condução dos questionamentos. Eles foram realizados em forma de diálogo com os professores, mantendo o foco na intenção das perguntas. Quando fizemos a análise dos dados, percebemos ser necessária uma segunda etapa de coleta, visto que as informações que possuíamos se mostraram inconclusivas, principalmente, por haver poucas perguntas voltadas para o período anterior à pandemia.

---

<sup>12</sup> O questionário utilizado na primeira etapa de coleta de dados pode ser acessado pelo link: <https://forms.gle/Wo28erW14fGxTQP97>.



Essa nova etapa de coleta de dados foi realizada entre os dias 21 e 27 de dezembro de 2022, através de outro formulário<sup>13</sup> desenvolvido pelos autores e contou com a participação dos mesmos sujeitos. Dessa vez, o questionário foi composto por perguntas objetivas separadas em 3 seções, quais sejam: Práticas antes da pandemia; Práticas durante a pandemia e Práticas utilizadas atualmente, no período pós pandemia. Todas as seções dispõem basicamente de 3 questões, totalizando 9 perguntas, que versavam a respeito de práticas quanto seleção ou elaboração de tarefas; práticas enquanto metodologia; e práticas como instrumentos de avaliação.

Como desejávamos que os sujeitos respondessem de modo objetivo, contamos com o recurso “caixas de seleção<sup>14</sup>” disponível no *Google Forms*. Além disso, após cada pergunta, o entrevistado era questionado a respeito dos motivos que o levou a tais práticas nos três diferentes momentos em que a pesquisa esteve focada (antes/durante/pós-pandemia).

Quanto aos sujeitos da pesquisa, estes foram 5 professores de matemática que lecionavam em turmas de 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> séries do ensino médio na Escola Estadual de Ensino Médio [EEM] “Professor José Veiga da Silva”, localizada em Marataízes, um município do sul do estado do Espírito Santo, nos turnos matutino e vespertino. Desses 5 professores, 2 eram mulheres e 3 homens, e, neste estudo, serão nomeados como professores C, F, M, MP e V. Em relação a opção pela escola, esta se deu pelo fato de o pesquisador principal ter nela cursado o ensino médio e conhecer o grupo de professores de matemática<sup>15</sup> que nela leciona.

#### **4 Análise de dados**

Trazemos a seguir a análise dos dados obtidos à luz do referencial teórico utilizado nesse texto. Consideramos aqui, o objetivo da pesquisa e o nosso entendimento de prática como “[...] a seleção ou elaboração de tarefas para a sala de aula e a sua apresentação e condução” (Ponte, 2014, p. 6) que “[...] vêm à tona no âmbito de suas tarefas cotidianas” (Cruz, 2007, p. 192).

---

<sup>13</sup> O segundo questionário utilizado na coleta de dados pode ser acessado através do link: <https://forms.gle/R1KWNhPuupuvfrSE9>. É importante ressaltar que os sujeitos autorizaram o uso e divulgação dos dados mediante assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido [TCLE], identificação do entrevistado.

<sup>14</sup> Esse recurso foi utilizado pelo fato de permitir selecionar mais de uma opção dentre as várias disponíveis.

<sup>15</sup> Na ocasião da realização da pesquisa, a escola possuía 7 professores de matemática.

#### 4.1 Um panorama dos professores envolvidos na pesquisa

Nessa sessão apresentamos os sujeitos de pesquisa. Como mostrado anteriormente, colaboraram conosco 5 professores de matemática que atuavam na Escola Estadual de Ensino Médio “Professor José Veiga da Silva” nos turnos matutino e vespertino. A respeito das turmas em que lecionavam, pode-se pontuar que 2 delas, as professoras V e M, atuavam nas 2<sup>a</sup> séries do ensino médio, porém em turnos diferentes. Já os outros 3, professores MP, F, C, trabalhavam nas turmas de 3<sup>a</sup> séries, com a particularidade de que um deles, o Professor C, também lecionava em turmas de 1<sup>a</sup> série. A seguir, no Quadro 1, trazemos um panorama da formação apresentando a maior titulação dos professores sujeitos do estudo e do tempo de carreira/docência no magistério de cada um deles.

**Quadro 1:** Panorama da formação e tempo de docência

Professor(a)	Maior Titulação	Tempo de Docência
C	Mestre em Matemática	18 anos
F	Mestre em Matemática	12 anos
M	Mestre em Matemática	20 anos
MP	Especialista em Ensino de Matemática	08 anos
V	Especialista em Gestão Educacional	20 anos

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

Em relação às instituições nas quais os sujeitos se graduaram, um fato que merece apontamento é que 3 deles, os professores C, M e V, se formaram na mesma universidade, o Centro Universitário São Camilo, localizado em Cachoeiro de Itapemirim, município capixaba. Da mesma forma, o Professor F também concluiu sua graduação em escola privada, na Universidade de Guarulhos, localizada no estado de São Paulo. Apenas o Professor MP, estudou em uma instituição pública, no Instituto Federal do Espírito Santo [IFES], também localizado em Cachoeiro de Itapemirim. É importante ressaltar que durante muitos anos, o Centro Universitário São Camilo foi referência na formação de professores no sul do estado e que as instituições públicas, como por exemplo, o IFES campus Cachoeiro de Itapemirim só emergiu a partir de 2005, sendo que a primeira oferta de Licenciatura em Matemática aconteceu em 2010.

## 4.2 Sobre as práticas dos professores

Dado esse panorama, passamos a analisar as práticas. Para isso, organizamos nossa escrita nos seguintes eixos: i) práticas que eram utilizadas em aulas de matemática antes da pandemia; ii) práticas que foram utilizadas em aulas de matemática durante/no período de pandemia; iii) práticas que permaneceram nas aulas de matemática com o retorno presencial. As respostas dos professores em cada um desses grandes eixos foram subdivididas em: a) Práticas quanto seleção ou elaboração de tarefas - dizem respeito às atividades que foram desenvolvidas/utilizadas pelos professores em aulas; b) Práticas enquanto metodologia –se referem aos modos através dos quais os professores lecionavam, ou seja, buscavam ensinar matemática aos seus alunos; e, c) Práticas como instrumentos de avaliação– remetem às formas pelas quais os sujeitos da pesquisa, professores, avaliavam os alunos.

Importante ressaltar que essas categorias foram pensadas a partir das respostas dos sujeitos aos instrumentos de pesquisa. Assim, foram incorporadas aos eixos “i”, “ii” e “iii” e subsidiaram nossas análises para o período anterior a pandemia, durante a pandemia e no retorno às aulas presenciais.

### 4.2.1 Práticas que eram utilizadas em aulas de matemática antes da pandemia

Na primeira questão do segundo formulário indagamos aos professores sobre suas práticas quanto seleção ou elaboração de tarefas utilizadas antes do período de pandemia no cotidiano de suas aulas. As respostas foram organizadas no Quadro 2 e tem por base o conceito de prática destacado por Ponte (2014) quando diz a respeito da seleção e da elaboração de tarefas para sala de aula e sua apresentação e condução.

**Quadro 2:** Práticas quanto seleção ou elaboração de tarefas antes da pandemia

Prática quanto seleção ou elaboração de tarefas antes da pandemia	
Práticas	Professores que utilizavam as práticas mencionadas
Lista de exercícios	C, F, M, MP, V
Exercícios de livros didáticos	C, F, M, MP
Simulados	C, M, MP
Atividades realizadas em sala de aula	C, F, M, MP, V
Trabalhos escritos e/ou apresentados	M, MP
Tarefas para casa	C, F, M

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

Observamos, no Quadro 2, que listas de exercícios assim como atividades realizadas em sala de aula apareceram, de forma unânime, nas respostas de todos os

professores. A utilização dessas tarefas por eles pode ser justificada levando em conta as respostas dadas quando indagados a respeito da motivação em adotar tais práticas em suas aulas. Pois segundo Ponte (2014), um dos três elementos que constituem uma atividade são os motivos presentes nela, ou seja, as razões que levaram ou motivaram a sua realização. Dois professores citaram como motivos, a questão do nivelamento da turma (professores C e F). Outros mencionaram a questão do reforço no conteúdo, o nivelamento da turma e pela facilidade no manuseio do material didático.

Quanto às outras formas de práticas listadas enquanto seleção ou elaboração de tarefas nota-se que exercícios de livros didáticos, simulados e tarefas para casa aparecem nas respostas da maioria dos professores. Em contrapartida, trabalhos escritos e/ou apresentados se mostraram pouco popular, visto que aparece em menos da metade das respostas deles. Tais resultados apontam uma preocupação desses docentes em entender como os alunos estão aprendendo, a necessidade de conhecer a turma em que está inserido, a multiplicidade da sala de aula, suas limitações e níveis de aprendizagem.

Passamos agora a discorrer sobre práticas enquanto metodologias desenvolvidas em sala de aula antes da pandemia. As respostas listadas no Quadro 3 dizem respeito a elas e considera o que propõe Ponte (2014, p.6), quando discorre sobre “[...] estratégias e conceitos que podem ser úteis para os professores definirem a sua ação”.

**Quadro 3:** Práticas enquanto metodologia desenvolvidas em sala de aula antes da pandemia

<b>Práticas enquanto metodologias desenvolvidas em sala de aula antes da pandemia</b>	
<b>Práticas</b>	<b>Professores que utilizavam as práticas mencionadas</b>
Aula expositiva e dialogada	C, F, M, MP, V
Sala de aula invertida	C
Prática experimental	MP, V
Videoaulas	C, M
Metodologias de resolução de problemas	C, F, M, MP

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

O que se observa no Quadro 3 é que nesse tipo de prática o que mais prevalece é a tradicional “aula expositiva e dialogada” a qual todos os professores relataram usar antes do período pandêmico e que consideramos ser um tipo de metodologia ultrapassada, onde os alunos por muitas vezes se tornam meros repetidores. Esse tipo de prática, em alguns casos, pode ser um problema, por possibilitar que professores e estudantes caiam em uma zona de conforto e que especialmente os estudantes percam o interesse pelas aulas. Por outro lado, conforme afirma Ponte (2014), elas mostram

estratégias úteis ao trabalho do professor que de alguma forma trazem segurança ao docente e ao estudante que tendem a se sentirem mais confiantes.

Olhando novamente para o Quadro 3, vemos que outras metodologias, consideradas mais em evidência atualmente, se mostraram menos populares entre os professores, são elas: a sala de aula invertida, a prática experimental e a criação de videoaulas, o que pode ser justificado por uma fala de um dos professores quando questionado sobre as motivações que o levaram a desenvolver essas metodologias em suas aulas. Na ocasião, ele respondeu “Práticas que dão certo (Área de conforto) e comumente utilizado por professores da área” (Professor MP em 23/12/2022).

Diante disso, chamamos a atenção para o termo “zona de conforto”. Alguns professores, por estarem muitos anos em atividade, acabam entrando nessa zona e não enxergam mais a necessidade de desenvolver coisas novas, por terem aprendido de tal forma ou até mesmo porque se espelham em outros professores que já desenvolveram práticas semelhantes. Assim, acabam reproduzindo sempre as mesmas práticas. Tal interpretação pode ser observada na resposta de outro professor, quando ele diz: “Porque aprendi assim e acreditava que essa era a melhor metodologia. Mas veio a pandemia e tive que me reinventar” (Professor F em 24/12/2022).

O Quadro 3 ainda revela que boa parte dos entrevistados utilizavam a metodologia de resolução de problemas em suas aulas, o que se mostra um ponto positivo, visto que, segundo Ponte (2014), respaldado pelo NCTM<sup>16</sup> (1991/1994), “[...] as tarefas devem exigir a formulação e resolução de problemas e o raciocínio matemático [...]”. Ou seja, o trabalho do professor, dentre outras coisas, também está em propor atividades que provoquem no aluno o desenvolvimento de habilidades que envolvam raciocínio lógico.

Para alguns professores, a motivação por detrás dessas práticas se mostra voltada, de fato, a diversificação das formas de ensino como se pode notar nas seguintes respostas:

Intuito de diversificar as formas de abordagem dos conteúdos  
(Professora M em 21/12/2022).

Atrair atenção dos alunos, trazer mais dinâmica para as aulas  
(Professora V em 27/12/2022).

Essas falas denotam que a criação de ambientes de aprendizagem diversificados e atraentes faz parte do trabalho docente, pois faz parte da ação docente planejar o

---

<sup>16</sup> National Council of Teachers of Mathematics, que em português quer dizer: Conselho Nacional de Professores de Matemática.

ensino que resultem em efetivas aprendizagens, além de criar e saber gerir os ambientes de aprendizagem. Também acreditamos ser papel do docente, avaliar o desenvolvimento do estudante, assim como sua aprendizagem e o ensino. Nesse sentido, o Quadro 4 revela dados a respeito das práticas enquanto instrumentos de avaliação adotados pelos professores em sala de aula antes da pandemia.

**Quadro 4:** Práticas como instrumentos de avaliação utilizados antes da pandemia

Práticas como instrumentos de avaliação utilizados em sala de aula antes da pandemia	
Práticas	Professores que utilizavam as práticas mencionadas
Exercícios avaliativos	C, F, M, MP, V
Avaliação escrita e individual	C, M, MP, V
Trabalhos	M, MP
Avaliação qualitativa	C, F, M, MP, V
Visto no caderno	F, M, MP, V

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

Diante dos dados apresentados no quadro acima, é possível observar que os professores adotavam, antes da pandemia, práticas de avaliar de forma similar. Esse fato pode ser explicado em uma das respostas dos professores, quando justificou a adoção de tais práticas da seguinte forma:

Por padronização e diversificação dos métodos avaliativos. Quando aluno, fui avaliado assim, quando na faculdade, expuseram outras formas de avaliação, mas na nossa escola, se a área sai fora dessas formas, não nos vê com bons olhos (Professor MP em 23/12/2022).

A fala do Professor MP, nos leva a entender que esses tipos de avaliações eram de certa forma, padronizadas pela escola, ou seja, os professores precisavam utilizá-las em suas aulas, com risco de não serem vistos com “bons olhos”, como ele mesmo coloca. É mostrado também, no Quadro 4, que poucos entrevistados optavam por utilizar trabalhos em suas formas de avaliar. Alguns professores citaram como motivação para essas avaliações o reforço escolar, a verificação de aprendizagem além da padronização desses meios avaliativos. Já os professores M, F e V, ao serem questionados sobre a motivação que os levaram a utilizar esses tipos de avaliação mencionados, utilizam falas que corroboram com o que Ponte (2014, p. 14) diz sobre existirem tarefas cuja principal finalidade é a de verificar a aprendizagem do aluno, essa ideia reforça a ideia de que ter a avaliação matemática como parte integrante do processo de ensino e de aprendizagem é algo essencial.

#### 4.2.2 Práticas que foram utilizadas em aulas de matemática durante/no período de pandemia

Outra necessidade encontrada ao longo de nossa pesquisa foi pensar em questões que envolvessem as práticas utilizadas pelos professores entrevistados durante a pandemia. Dessa forma, os Quadros 5, 6 e 7 trazem dados que revelam práticas que precisaram ser desenvolvidas por esses sujeitos no período de aulas remotas.

**Quadro 5:** Práticas enquanto seleção ou elaboração de tarefas durante da pandemia

Práticas em sala de aula enquanto seleção ou elaboração de tarefas durante a pandemia	
Práticas	Professores que utilizavam essas práticas
Exercícios de fixação	C, M, MP, V
Listas de exercícios pelo <i>WhatsApp</i>	C, F, M, MP, V
Simulados pela plataforma <i>Google Forms</i>	C, M, MP, V
Trabalhos escritos e/ou apresentados	M, MP
Exercícios pelo Google Sala de Aula	F

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

Uma característica que se pode notar inicialmente ao comparar o Quadro 5 com o Quadro 2, é que as práticas se diferenciam pela utilização de expressões que remetem à mesma tarefa, como por exemplo simulados (ver Quadro 2) e simulados pela plataforma *Google Forms* (ver Quadro 5). Desse modo, vê-se que o sentido da prática foi preservado. Porém, nota-se que no período de pandemia foram usados meios digitais para implementá-las dada a impossibilidade de aulas presenciais. De modo geral, observa-se que as práticas se mostraram tradicionais alterando somente a forma como foram desenvolvidas.

É possível também verificar diante dos dados elencados no Quadro 5, que alguns tipos de práticas utilizadas antes do período pandêmico continuaram a ser empregadas durante a pandemia, como por exemplo, exercícios de fixação e trabalhos escritos e/ou apresentados. Essas impressões acerca das práticas dos professores nos remetem a Cruz (2007) quando fala sobre o saber-fazer que se evidencia nas tarefas cotidianas. Pareceu-nos que os professores estavam habituados a esses tipos de práticas que mesmo o contexto sendo modificado o saber-fazer permaneceu.

Outro fato bem contundente é a presença da utilização de meios digitais nas aulas, visto que era a única alternativa diante do quadro de saúde pública que enfrentávamos e da obrigatoriedade de medidas de distanciamento, impostas pelos órgãos de saúde responsáveis. Viu-se nesse momento, a necessidade de os professores pensarem em novos meios que viabilizassem suas práticas, como o uso de listas de exercícios pelo *WhatsApp*, *Google Sala de Aula* ou *Google Forms*. Isso, mais uma

vez, mostra a importância do papel docente nesse momento histórico da nossa educação e saúde pública.

A diversificação dos meios desenvolvidos para a efetivação das práticas desses professores demonstra que os professores se mostravam empenhados em garantir aos estudantes, mesmo com limitações e desafios, um mínimo de ensino de qualidade, seja ele por qual meio fosse possível. Seguindo, o Quadro 6 revela dados sobre práticas enquanto metodologias que os professores desenvolveram em suas aulas remotas durante a pandemia.

**Quadro 6:** Práticas enquanto metodologia durante da pandemia

Práticas enquanto metodologia desenvolvida em sala de aula durante da pandemia	
Práticas	Professores que utilizavam essas práticas
Utilização da plataforma Google Sala de Aula	C, F, M, MP, V
Utilização da plataforma <i>Kahoot</i>	M, MP
Utilização de slides	M, MP
Videoaulas próprias	C, M
Videoaulas de terceiros	F, M, MP
Apostilas virtuais	C, M, MP, V

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

Inicialmente, nota-se que todos os professores citaram em suas respostas a utilização da ferramenta Google Sala de Aula durante as suas práticas, o que segundo o Professor MP, ocorreu por uma obrigação vinda da SEDU.

Esses argumentos mostram que algumas metodologias eram comuns aos professores por conta de orientações vindas de órgãos superiores. No entanto, outras como a utilização de slides ou até mesmo o uso da plataforma *Kahoot*, mostraram-se menos populares entre os professores. Vemos emergir atualmente muitos estudos que tratam da inserção da tecnologia no processo de ensino e de aprendizagem e os bons resultados que trazem para este. Alguns professores, como C e M, gravaram suas próprias aulas e disponibilizá-las aos alunos, visto que possuíam uma maior familiaridade com esses recursos.

A Professora M, em seu relato, informou que não houve grande dificuldade em preparar esses materiais por ela se mostrar uma pessoa muito curiosa, apesar de não ter muito domínio sobre os meios tecnológicos. A falta de domínio em relação aos meios digitais era uma realidade de boa parte dos entrevistados. A Professora V, por exemplo, citou a dificuldade em usar os recursos digitais, o que pode justificar a não



utilização de algumas metodologias digitais em suas aulas, conforme aponta o Quadro 6.

Ainda, segundo a Professora V, essas eram as melhores formas a serem utilizadas no momento, visto que ainda existiam inúmeras limitações advindas da pandemia. Essa fala da professora mostra a necessidade de se planejar ações que resultem em efetivas aprendizagens. Assim dizendo, é importante que o professor saiba gerir a turma e disponibilize aos alunos meios que facilitem o aprendizado. Uma possibilidade são as videoaulas, principalmente, para que aqueles que possuem ritmos mais lentos de aprendizagem. As impressões apresentadas mostram um saber-fazer docente (Cruz, 2007) e os modos de apresentação e condução conforme apontado por Ponte (2014).

O que veremos listado no Quadro 7 são dados relacionados com as práticas dos professores enquanto instrumentos de avaliação utilizados em sala de aula no período de pandemia.

**Quadro 7:** Práticas enquanto instrumentos de avaliação durante a pandemia

<b>Práticas enquanto instrumentos de avaliação utilizados em sala de aula durante da pandemia</b>	
<b>Práticas</b>	<b>Professores que utilizavam essa prática</b>
Avaliação individual através de plataformas on-line	C, F, MP, V
Exercícios avaliativos	C, M, MP, V
Avaliação qualitativa	C, F, M, MP
Trabalhos on-line ou impressos	MP
Listas para serem entregues	F

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

O que se nota a partir dos dados acima é que grande parte dos professores optaram por utilizar durante a pandemia avaliações consideradas tradicionais, como a avaliação individual, exercícios avaliativos e avaliação qualitativa<sup>17</sup>. Disso, inferimos que as práticas permaneceram, embora tenham sido feitas através de recursos digitais. Sobre isso, a Professora M, coloca que:

Muitos alunos tinham dificuldades em compreender e até mesmo assimilar conceitos quando as aulas eram presenciais, as atividades qualitativas e exercícios eram utilizados para que o mesmo não abandonasse de vez a escola e ainda mantê-lo em contato, mesmo que a distância, do universo escolar (Professora M em 21/12/2022).

Percebe-se, diante dessa fala, de igual forma ao visto anteriormente quando tratado sobre a elaboração de tarefas na pandemia, o esforço dos professores em

<sup>17</sup> Comumente, os professores da escola utilizam essa avaliação qualitativa para apreciar a participação dos alunos nas aulas e o engajamento nos exercícios através de vistos no caderno ao final das aulas.

garantir o contato dos alunos com a escola ao utilizar artifícios disponíveis no momento para que isso acontecesse. O que se se mostra pouco usado são métodos avaliativos como trabalhos on-line ou impressos e listas para serem entregues pelos alunos.

Ao falar sobre avaliar os alunos através de listas, o Professor F disse que foi “Um dos meios pelos quais pude ter uma devolutiva dos alunos sobre o que eles estavam aprendendo” (Professor F em 24/12/2022). Na fala do Professor F parece estar contido que é seu papel demonstrar conhecimento e a forma através da qual eles aprendem.

O Quadro 7 parece nos mostrar o apego dos professores às formas tradicionais de avaliação. E, ao mesmo tempo, uma preocupação em avaliar os alunos e fazer um diagnóstico do que eles estavam aprendendo, como colocou a Professora V ao ser questionada sobre suas motivações em utilizar essas formas de avaliação. Ela disse que seu engajamento estava em perceber se os alunos tinham entendido ou não os conteúdos trabalhados durante a semana e, de certa forma, fazer com que os estudantes participassem das aulas. Isto nos remete ao que Cruz (2007) coloca sobre o saber-fazer, ao evidenciar que alguns professores tinham em suas tarefas cotidianas formas de ensinar confortáveis, como, por exemplo, essas maneiras de avaliar os estudantes.

O próximo tópico traz o levantamento de dados que dizem respeito às práticas que eram utilizadas no período de pandemia e que permaneceram nas aulas de matemática com o retorno das aulas presenciais.

#### 4.2.3 Práticas que permaneceram nas aulas de matemática com o retorno presencial

O que veremos daqui para frente, nos Quadros 8, 9 e 10, são dados e reflexões referentes às práticas que os professores utilizaram no período pandêmico e que permaneceram com o retorno progressivo das aulas presenciais.

**Quadro 8:** Práticas enquanto seleção ou elaboração de tarefa no período pós pandemia

Práticas durante a pandemia enquanto seleção ou elaboração de tarefas que permaneceram nas aulas de matemática com o retorno presencial	
Práticas	Professores que utilizavam essas práticas
Lista de exercícios pelo <i>WhatsApp</i>	C, F, M, MP
Simulados pela plataforma <i>Google Forms</i>	M, MP, V
Trabalhos escritos e apresentados	M
Exercícios no Google Sala de Aula	F

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

Em comparação com o Quadro 5, o Quadro 8 revela que a utilização de lista pelo *WhatsApp* se manteve nas práticas de 4 professores, que se pensarmos em termos de porcentagem, representa 80% deles. Isso pode se justificar pela praticidade, além do acesso à internet que a escola passou a oferecer com melhor qualidade. Essa possibilidade de acesso, nesse caso, pareceu ser um ponto positivo, pois os alunos tinham acesso às listas, de forma mais rápida, sem a necessidade de excesso de folhas, além do ganho de tempo, como ressalta um dos professores:

Os alunos não gostam de copiar o que for postado, nem todos os alunos têm impressora para imprimir e na hora de estudar eles não vão abrir o celular para estudar, além disso, existe um ganho de tempo em não precisar passar no quadro (Professora M em 03/08/2022).

A utilização de simulados, pela plataforma *Google Forms*, manteve-se nas práticas de 3 dos 4 professores que tinham citado essa ferramenta anteriormente, o que mostra uma valorização e um reconhecimento dos meios digitais pelos professores. É possível notar, portanto, que foi incorporado ao saber-fazer docente (Cruz, 2007) os meios digitais. No entanto, observou-se que o uso de trabalhos escritos e apresentados nas aulas de alguns professores foi diminuindo, o que se mostra como indício de modificações de práticas docentes. Antes da pandemia, 2 docentes (professores M e MP) utilizam essa prática, passando a ser apenas 1 (Professora M) com o retorno das aulas presenciais. A seguir os professores assinalaram as metodologias que, na percepção deles, se mantiveram em suas aulas com a volta do ensino presencial.

**Quadro 9:** Práticas enquanto metodologia no período pós pandemia

Práticas enquanto metodologia desenvolvida na pandemia e que permaneceram nas aulas de matemática com o retorno presencial	
Práticas	Professores que utilizavam essas práticas
Utilização da plataforma Google Sala de Aula	F, M, MP, V
Utilização da plataforma <i>Kahoot</i>	M
Utilização de slides nas aulas	M, MP
Videoaulas próprias	C, M
Videoaulas de terceiros	M, MP
Apostilas virtuais	C, F, M, MP, V

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

De forma orgânica, o que se vê no Quadro 9 em comparação com o Quadro 6 é que a utilização de meios digitais começou a perder força entre os professores. Muitos voltaram para as salas de aulas e continuaram a utilizar seus antigos métodos e meios de ensinar. Porém, algumas metodologias se mantiveram, como por exemplo, a

utilização do Google Sala de Aula, que continuaram nas práticas de 4 dos 5 dos professores que haviam citado esse recurso anteriormente.

Em relação à plataforma *Kahoot*, apenas 1 dos entrevistados, a Professora M, manteve-se utilizando a plataforma em suas aulas. Já a produção de videoaulas próprias e a utilização de slides durante as aulas se manteve sendo utilizada pelos professores C e M. Apesar disso, a indicação de videoaula de terceiros obteve queda, porém observou-se que o Professor F decidiu incorporar em suas práticas após o retorno presencial a adoção de apostilas virtuais como metodologia de ensino e de aprendizagem. Outros professores justificaram o uso contínuo de algumas metodologias, principalmente, as digitais pelo fato de tornar as aulas mais atrativas e dinâmicas, além de facilitar a resolução de atividades por parte de alguns alunos.

A utilização de tecnologias nas aulas se mostrou importante no sentido de proporcionar aos professores novas formas de construção de conhecimento aos seus alunos, sendo ele um mediador, motivando e orientando aprendizagens dos estudantes. Nesse sentido, trazemos Moran (1995) que embora não seja nosso principal referencial teórico, nos ajuda a pensar na utilização de tecnologias em sala de aula quando destaca que elas “[...] permitem um novo encantamento na escola” (p. 4) e que o “[...] processo de ensino-aprendizagem pode ganhar assim um dinamismo, inovação e poder de comunicação inusitados” (p. 5).

O Quadro 10 vem trazendo dados que remetem às práticas enquanto instrumentos de avaliação que foram utilizados pelos professores na pandemia e que permaneceram no retorno presencial.

**Quadro 10:** Práticas enquanto instrumentos de avaliação no período pós-pandemia

Práticas enquanto instrumentos de avaliação utilizados na pandemia e que permaneceram nas aulas de matemática com o retorno presencial	
Práticas	Professores que utilizavam essas práticas
Avaliação individual impressa	C, M, MP, V
Exercícios avaliativos	C, M, MP, V
Avaliação qualitativa	C, M, MP, V

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

A relação entre o Quadro 10 e o Quadro 7 é bem peculiar. O que se nota é que na maioria dos casos, os professores, no retorno presencial optaram por voltar a utilizar não os métodos avaliativos usados durante a pandemia, mas sim os que já utilizavam e tinham mais familiaridade antes da pandemia, como avaliação individual

por meio impresso, exercícios avaliativos e avaliação qualitativa. Isso, a nosso ver, demonstra uma certa instabilidade nas práticas desses professores, no sentido de que eles optam sempre por práticas que os mantêm confortáveis para desenvolver o trabalho com aquele tipo de tarefa, o que corrobora mais uma vez com o que Cruz (2007) diz a respeito do saber-fazer que vêm à tona no âmbito de tarefas cotidianas.

A resposta da Professora V, em nosso entendimento, mostra um apego a essas formas de avaliar, e não é só isso. Muitos deles se sentiam mais seguros em utilizar certos métodos já validados anteriormente. Além disso, durante a pandemia, pelo distanciamento físico dos professores em relação aos seus alunos, ficou evidente a dificuldade de avaliar a veracidade e a legitimidade de algumas respostas dadas pelos estudantes, como ressalta o professor M dos professores ao dizer que:

Por mais que o ensino "híbrido" ajudou a manter o mínimo de contato entre aluno e professor, não foi possível verificar que dicou algo significativo ao aluno. Infelizmente esses métodos que são criticados por muitos, me dão a real noção do que preciso reforçar para melhorar minhas aulas. Nossos alunos não estão preparados para estudar sozinhos... estudar no ensino "Híbrido" e quando avalio somente pela instrumentação on-line, não sei se estou vendo o que posso melhorar para o aluno, pois muitos colaram entre si e até pagaram a professores particulares para fazerem as avaliações. Isso quem fazia (Professor MP em 23/12/2022).

Nota-se, por exemplo, a ausência de instrumentos avaliativos como listas para serem entregues e trabalhos on-line ou impressos, além de avaliações feitas através de plataformas digitais, que eram utilizadas no período de distanciamento social. Outro fato que podemos notar, é que um dos entrevistados, a Professora V, utilizava como método avaliativo a avaliação qualitativa antes da pandemia. Durante a pandemia ele parou de usar e voltou a ter essa prática depois, com o retorno das aulas presenciais. Talvez, isso tenha se dado pela dificuldade de utilização desse meio de avaliação, visto que havia a falta de contato dos professores com os alunos.

Esses professores buscavam, além de tudo, meios avaliativos que fossem eficazes e ao mesmo tempo dessem um retorno preciso a respeito do desenvolvimento e da aprendizagem dos alunos. Nesse aspecto, meios digitais, nos quais os alunos respondem fora do ambiente escolar, pode não oferecer tamanha precisão e confiabilidade conforme já mencionado anteriormente.

## 6 Considerações Finais

A pandemia da Covid-19 e a paralização das aulas presenciais vivenciada de forma mais grave entre os anos de 2020 e 2021, trouxe impactos incontestáveis para a educação como um todo. Novas formas de ensinar e de aprender foram necessárias para que o direito à educação previsto constitucionalmente pudesse ser garantido de forma efetiva aos alunos. Para tal, professores e toda comunidade escolar precisaram passar, de forma abrupta por transformações em suas práticas em sala de aula, seja através de novas metodologias, avaliações ou mesmo formas de condução de aula.

É nesse contexto que se insere a presente pesquisa, com o objetivo de identificar quais práticas eram/foram utilizadas em aulas de matemática antes da pandemia, no período de pandemia e quais delas permaneceram no retorno presencial e compreender como elas impactaram o trabalho docente. Para alcançarmos nosso objetivo principal, nos baseamos principalmente nos textos de Cruz (2007) e Ponte (2014).

Observou-se que antes da pandemia professores e alunos estavam presentes na sala de aula regular e estabeleciam uma relação aluno-professor. Porém, quando foi para o ensino on-line, essa relação direta deixou de existir e os tipos de práticas acabaram se mantendo. O que vimos foi uma alteração na forma com que elas eram desenvolvidas, pois se passou a utilizar, principalmente, recursos tecnológicos, como o *Google Sala de Aula*, *WhatsApp*, *Google Forms*, videoaulas, sejam elas próprias ou de terceiros, e a adoção de slides como meio de conduzir as aulas. Vê-se também que algumas práticas se diferenciaram apenas pela utilização de sinônimos, o que significou o uso de uma mesma ação de ensino/tarefa. Assim, o sentido de prática foi preservado.

Outro ponto que pode ser destacado, mediante a análise feita é que algumas práticas dos professores se mostraram instáveis. Os entrevistados demonstraram em suas respostas que a realização de algumas tarefas estava relacionada ao quão confortáveis/seguros eles se sentiam em concretizar tais práticas, o que à luz do referencial teórico nos parece fazer sentido com o que Ponte (2014) e Cruz (2007) dizem a respeito do saber-fazer presente no cotidiano das aulas desses professores.

O que se notou foi que os professores adotavam certas práticas no período anterior a pandemia, e devido a toda a mudança em decorrência da Covid-19, precisaram modificar suas estratégias. No entanto, com o retorno do ensino presencial, esses docentes, em sua maioria, preferiram voltar a utilizar as mesmas práticas que

usavam antes da pandemia e deixaram de lado metodologias, formas de avaliação e condução de aula que foram, de certa forma, levados a utilizar em seu cotidiano de aulas remotas.

Ao retornarmos ao nosso objetivo central da pesquisa, que foi identificar quais práticas eram/foram utilizadas em aulas de matemática antes da pandemia, no período de pandemia e quais delas permaneceram no retorno presencial e compreender como essas práticas impactaram o trabalho docente, podemos concluir que as práticas enquanto seleção ou elaboração de tarefas que permaneceram no retorno presencial, foram: listas de exercícios pelo *WhatsApp*, simulados pela plataforma *Google Forms*, trabalhos escritos e apresentados, além de exercícios pelo *Google Sala de Aula*. A seguir, mostra-se no Quadro 11 uma possível síntese das práticas enquanto seleção ou elaboração de tarefas.

**Quadro 11:** Síntese de práticas enquanto seleção ou elaboração de tarefas

Aspectos importantes/Práticas	Práticas mais utilizadas	Impressão dos pesquisadores
Antes da pandemia	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Listas de exercícios;</li> <li>○ Exercícios de livros didáticos;</li> <li>○ Simulados;</li> <li>○ Atividades em sala de aula;</li> <li>○ Trabalhos escritos e apresentados;</li> <li>○ Tarefas para casa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Nivelamento da turma;</li> <li>○ Reforço do conteúdo;</li> <li>○ Preocupação dos docentes em entender como as turmas estavam entendendo.</li> </ul>
Durante a pandemia	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Exercícios de fixação;</li> <li>○ Listas de exercícios pelo <i>WhatsApp</i>;</li> <li>○ Simulados pelo <i>Google Forms</i>;</li> <li>○ Trabalhos escritos e apresentados;</li> <li>○ Exercícios pelo <i>Google Sala de Aula</i>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Mesmas práticas adotadas antes da pandemia, porém utilizaram-se expressões sinônimas;</li> <li>○ Utilização de meios digitais;</li> <li>○ Práticas consideradas tradicionais, o que mudou foi apenas a forma como foram desenvolvidas;</li> <li>○ O saber-fazer permaneceu;</li> <li>○ Importância do papel docente.</li> </ul>
Que permaneceram no pós-pandemia	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Listas de exercícios pelo <i>WhatsApp</i>;</li> <li>○ Simulados pelo <i>Google Forms</i>;</li> <li>○ Trabalhos escritos e apresentados;</li> <li>○ Exercícios pelo <i>Google Sala de Aula</i>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Praticidade, além de um melhor acesso à internet oferecido pela escola;</li> <li>○ Valorização dos meios digitais;</li> <li>○ Meios digitais incorporados ao saber-fazer docente.</li> </ul>

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

Ao tratarmos de práticas enquanto metodologias desenvolvidas em sala que continuaram presentes nas aulas dos professores, sujeitos desta pesquisa, após o retorno progressivo das atividades presenciais, podemos citar: utilização de plataformas digitais, como Google Sala de Aula e *Kahoot*, criação e/ou disponibilização de videoaulas de terceiros, além da utilização de apostilas virtuais.

**Quadro 12:** Síntese de práticas enquanto metodologias

Aspectos importantes/Práticas	Práticas mais utilizadas	Impressão dos pesquisadores
Antes da pandemia	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Aula expositiva e dialogada;</li> <li>○ Sala de aula invertida;</li> <li>○ Prática experimental;</li> <li>○ Videoaulas;</li> <li>○ Metodologias de resolução de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Metodologias consideradas tradicionais que traziam segurança ao professor;</li> <li>○ Zona de conforto, por parte dos professores e falta de interesse por parte dos alunos;</li> <li>○ Metodologias mais “modernas” se mostraram menos populares;</li> <li>○ Boa parte dos entrevistados utilizam a resolução de problemas.</li> </ul>
Durante a pandemia	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Utilização do <i>Google Sala de Aula</i>;</li> <li>○ Utilização da plataforma <i>Kahoot</i>;</li> <li>○ Utilização de slides;</li> <li>○ Desenvolvimento de videoaulas;</li> <li>○ Recomendação de videoaulas de terceiros;</li> <li>○ Uso de apostilas virtuais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Utilização de metodologias “obrigatórias”, como <i>Google Sala de Aula</i>;</li> <li>○ Pouca ou nenhuma utilização de recursos alternativos, como slides e a ferramenta <i>Kahoot</i>;</li> <li>○ Houve de certa forma dificuldades de adaptação aos meios tecnológicos por parte dos professores entrevistados.</li> </ul>
Que permaneceram no pós-pandemia	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Utilização do <i>Google Sala de Aula</i>;</li> <li>○ Utilização da plataforma <i>Kahoot</i>;</li> <li>○ Utilização de slides;</li> <li>○ Desenvolvimento de videoaulas;</li> <li>○ Recomendação de videoaulas de terceiros;</li> <li>○ Uso de apostilas virtuais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ A utilização de meios digitais começa a perder força;</li> <li>○ Muitos professores voltaram a utilizar seus antigos métodos e meios de ensinar, por já terem certo domínio sobre eles;</li> <li>○ A utilização de tecnologias nas aulas se mostrou importante pela praticidade.</li> </ul>

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

Quando tratamos de prática enquanto instrumentos de avaliação, identificamos que a avaliação individual impressa e os exercícios avaliativos, assim como a avaliação qualitativa, permaneceram nas práticas dos entrevistados. Vejamos:



**Quadro 13: Síntese de práticas enquanto avaliação**

Aspectos importantes/Práticas	Práticas mais utilizadas	Impressão dos pesquisadores
Antes da pandemia	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Exercícios avaliativos;</li><li>○ Avaliação escrita e individual;</li><li>○ Trabalhos;</li><li>○ Avaliação qualitativa;</li><li>○ Visto no caderno.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Os dados mostram uma padronização e diversificação dos métodos avaliativos;</li><li>○ Os professores utilizam falas que corroboram com o que Ponte (2014, p. 14) diz sobre existirem tarefas cuja principal finalidade é a de verificar a aprendizagem do aluno;</li><li>○ Destaque para a importância da avaliação matemática.</li></ul>
Durante a pandemia	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Avaliação individual realizada através de meios digitais;</li><li>○ Exercícios avaliativos;</li><li>○ Avaliação qualitativa;</li><li>○ Trabalhos on-line ou impressos;</li><li>○ Listas para serem entregues.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Formas tradicionais de avaliação, mudando apenas o modo de aplicação;</li><li>○ Esforço dos professores em garantir o contato dos alunos com a escola ao utilizar artifícios disponíveis no momento para que isso acontecesse;</li><li>○ Utilização de meios avaliativos “confortáveis”.</li></ul>
Que permaneceram no pós-pandemia	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Avaliação individual impressa;</li><li>○ Exercícios avaliativos;</li><li>○ Avaliação qualitativa.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Com o retorno presencial, os professores optaram por voltar a utilizar não os métodos avaliativos usados durante a pandemia, mas sim os que já utilizavam e tinham certa familiaridade antes da pandemia;</li><li>○ Segurança dos professores entrevistados em utilizar métodos avaliativos já validados anteriormente;</li><li>○ Ausência de avaliações realizadas através de plataformas digitais, possivelmente dadas pela inconsistência dos resultados que seriam obtidos.</li></ul>

**Fonte:** Elaborado pelos autores, 2022.

A respeito da compreensão e da percepção acerca dos impactos que os professores identificaram em suas práticas como resultado da pandemia, o que mais se observou foi que, na maioria das respostas, aparece o reconhecimento da importância dos meios tecnológicos para a educação, principalmente, no período de pandemia. Isso talvez justifique a continuidade desses meios nas práticas de grande parte dos professores no retorno presencial, que como já visto anteriormente, é defendido por Moran (1995) quando trata de sua importância em sala de aula. Outro aspecto que identificado foi a valorização das aulas presenciais, do contato direto com a sala de aula e com os estudantes.

Apesar de toda dificuldade resultante da pandemia, da falta de preparo em relação a utilização de meios digitais por parte de algum dos entrevistados, da ausência de contato “olho no olho” e da falta de interesse e engajamento dos alunos, o que se viu, por parte de todos os professores foi um empenho incessante em garantir a esses estudantes um mínimo de educação de qualidade possível, vistas as condições vividas naquele contexto. Seja produzindo videoaulas próprias ou disponibilizando materiais para estudo através do *WhatsApp* ou *Google Sala de Aula*, esses professores sentiram na pele o desafio de ter que se adequar ao “novo normal” de forma totalmente imprevisível.

A pesquisa desenvolvida nos abriu o horizonte para pensarmos cotidianamente no movimento das práticas docentes que emergem no dia a dia da sala de aula, pois cremos que “[...] a aprendizagem dos alunos depende em grande medida do que acontece em sala de aula (Ponte, 2014, p. 5). Por isso, vislumbramos a necessidade de mais pesquisas que tenham como foco a presente temática e esperamos que outros pesquisadores se interessem em desenvolver investigações semelhantes.

## Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular [BNCC]**. Brasília: MEC/CONSED/UM DIME, 2018.
- BRASIL. **Resolução CNE/CP nº 2**, de 20 de dezembro de 2019. Brasília, 2019.
- BRASIL. **Resolução CNE/CP nº 2**, de 1 de julho de 2015. Brasília, 2015.
- CRUZ, G. B. da. A prática docente no contexto da sala de aula frente às reformas curriculares. **Educar**, Curitiba, n. 29, p. 191-205, 2007.
- GIL, A. C. Estudo de caso. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2009.
- LAKATOS, E. M; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. 7. ed. São Paulo, 2010.
- LIBÂNEO, J. C. A aprendizagem escolar e a formação de professores na perspectiva da psicologia histórico-cultural e da teoria da atividade. **Educar**, Curitiba, n. 24, p. 113-147, 2004.
- MORAN, J. Novas tecnologias e o reencantamento do mundo. **Revista Tecnologia Educacional**. Rio de Janeiro, v. 23, n. 126, set./out. 1995.
- PONTE, J. P. **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014.
- RIBEIRO, E. A. A perspectiva da entrevista na investigação qualitativa. **Evidência**, Araxá/MG, n. 04, 2008, p.129-148.
- YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 3. ed, Porto Alegre: Bookman, 2005.
- YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Porto Alegre: Penso, 2016.

## Capítulo 4

### **Ferramentas para soluções de problemas matemáticos olímpicos: Possibilidades de democratização de saberes**

*Gabriela dos Santos Barbosa*

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

*Mariana Carvalho Pinto*

Colégio Ação 1

*Patrícia Nunes da Silva*

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

*Renan Pereira Souza*

Programa de Pós-graduação em Ciências Computacionais - UERJ

*Raphael Constant da Costa*

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

O tema central deste artigo é a resolução de problemas, mais especificamente dos problemas propostos na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Temos como objetivo descrever uma ferramenta de resolução de problemas olímpicos que permite verificar e acompanhar o processo de aprendizagem de conceitos matemáticos na educação básica.

A resolução de problemas na Educação Matemática vem assumindo diferentes significados ao longo dos anos. Durante muito tempo, compreendeu-se a resolução de problemas como um objetivo final do ensino de Matemática, ou seja, todo processo de educação matemática ocorria com a finalidade de instrumentalizar os estudantes para a resolução de problemas. Entretanto, além desta concepção, Schroeder e Lester (1989) propuseram mais duas maneiras distintas para se compreender a resolução de problemas: ensinar sobre resolução de problemas e ensinar através da resolução de problemas. De acordo com Braga (2020), ensinar sobre resolução de problemas seria ensinar o assunto resolução de problemas como uma nova teoria e ensinar através da resolução de problemas é compreender a resolução de problemas como um método para o ensino de Matemática.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a importância da resolução de problemas nas aulas de Matemática é destacada para todos os níveis de ensino, com as três diferentes concepções aqui apresentadas alternando-se ao longo de todo o texto.

Assim como é preciso conceituar resolução de problemas, precisamos refletir também sobre o que vem a ser um problema. A palavra *problema* possui vários significados tanto no senso comum quanto no meio científico. Num sentido específico em que se compreende a resolução de problemas como um método de ensino, problema não pode ser sinônimo de exercício. Problemas são, segundo Braga (2020, p. 6), “questionamentos para os quais o aluno não possua ferramentas prontas e, de imediato, conhecidas para resolvê-lo; ainda assim, mostram-se interessados em buscar e investigar caminhos para solucioná-los”.

Assumindo essa perspectiva, podemos afirmar que os problemas propostos anualmente, desde 2005, na OBMEP, têm efetivamente sido problemas apenas para a parcela restrita de estudantes da educação básica que apresentam bons resultados nas etapas desse evento. Nossa expectativa, ao desenvolvermos uma ferramenta de resolução de problemas, é iniciar um processo de transformação deste quadro. Esperamos que, por meio da integração da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau ao Método de Resolução de Problemas de Polya, um número maior de estudantes da educação básica produza significados para os problemas olímpicos e se engajem na busca de soluções. Entendemos que, enquanto política pública, a OBMEP precisa contemplar um número maior de estudantes. Concordamos com Alves (2021), quando ele afirma que o universo olímpico tem sido excludente, selecionando e dando atenção para ditos prodígios enquanto uma grande parte dos estudantes se sente incapaz diante das provas.

Com o objetivo principal de aproximar estudantes “comuns” do seletivo universo olímpico, Oliveira (2016) e Alves (2021) enfatizam o conceito de Situação Didática Olímpica (SDO). Trata-se de um conceito que une o universo da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2007) com o de problemas de competições matemáticas, como os Problemas Olímpicos (POs). Diante de um PO, o estudante se vê solitário, dispendo apenas de caneta e papel para buscar a solução. Já, numa SDO, os estudantes podem discutir em equipe e, inclusive, com o professor, que terá um papel fundamental de argumentação junto a eles para que produzam significados para os problemas e mobilizem conceitos matemáticos para lidar com eles. Além disso, numa SDO, os estudantes podem recorrer a materiais manipulativos e utilizar recursos tecnológicos, como o GeoGebra, para interpretar o problema e avançar na busca pela solução.

O estudo que apresentamos neste artigo se aproxima de Oliveira (2016) e de Alves (2021), pois se preocupa em avaliar a aprendizagem matemática a partir de problemas olímpicos, porém realizamos isso de formas distintas, pois não focamos na utilização de recursos tecnológicos. Utilizamos as situações didáticas (Brousseau, 2007) para avaliar melhor o processo pelo qual o estudante passa ao resolver um problema olímpico e, dessa forma, entender os saberes matemáticos já construídos por ele ou que se encontram em construção. Associamos a esta perspectiva o método de resolução de problemas de Polya como elemento estruturante. Assim, conseguimos sistematizar o processo, já que conseguimos separar com mais clareza as etapas pelas quais o estudante passa, e, conseqüentemente, analisar o conhecimento gerado a partir de cada uma delas.

Desenvolvemos essa ferramenta durante 14 meses de realização de tutoria no Programa de Iniciação Científica Jr. da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Nessa tutoria, supervisionados por uma professora do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), atendíamos semanalmente estudantes de escolas públicas de educação básica, interessados em se preparar para a OBMEP. Nesses encontros discutíamos a solução de problemas olímpicos e vivenciamos inúmeras situações didáticas olímpicas. Para uma melhor compreensão da ferramenta ali desenvolvida, nas próximas duas seções, descrevemos, respectivamente, as principais ideias da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau e o método de resolução de problemas de Polya. Na seqüência, apresentamos as circunstâncias da pesquisa (ou seja, da vivência da tutoria), e a ferramenta que desenvolvemos por meio da análise das resoluções de dois problemas olímpicos. E, por fim, tecemos nossas considerações mais gerais.

### **A teoria das situações didáticas**

A Teoria das Situações Didáticas surgiu a partir dos estudos de Brousseau (2007) como uma tentativa de tipificar o melhor processo pelo qual um estudante pode passar para adquirir um conhecimento matemático específico. Uma situação didática se caracteriza pela participação de três agentes, que são o professor, o estudante e o saber a ser construído. Além disso, esses três estão inseridos em um meio que influencia todo o processo de construção e a tentativa do estudante de se adaptar a esse meio também faz parte da situação.

Em princípio, Brousseau (2007) conceitua três situações didáticas iniciais. São elas: situação de ação, situação de formulação e situação de validação. Porém, nenhuma

dessas tem a presença do professor de forma ativa e Brousseau (2007) sinaliza que, para completar o ciclo de aprendizagem, o estudante normalmente necessita de uma intervenção do professor, surgindo, então, o conceito de situação de institucionalização.

A situação de ação é o momento em que o estudante toma atitudes mais imediatas e sem muito embasamento teórico. Mesmo que sua ação possua algum vínculo com alguma teoria, o estudante não tem consciência disso. Normalmente ocorre em um primeiro contato que o sujeito tenha com um problema, quando ele ainda está na tentativa de entender a lógica por trás daquele exercício para depois então partir para uma aplicação de algum conteúdo ou resultado específico.

A situação de formulação implica na formulação do conhecimento e corresponde à capacidade do sujeito de reescrevê-lo (reconhecê-lo, identificá-lo, decompô-lo e reconstruí-lo) em um sistema linguístico. Os meios que exigirão que o sujeito use uma formulação devem, então, envolver (fictícia ou efetivamente) outro sujeito, a quem o primeiro deve comunicar a informação. Pais (2002) indica que, na situação de formulação, o estudante faz uso de resultados teóricos ou raciocínios mais elaborados para resolução de um problema. Aqui o saber não tem a função de justificar ou validar pois o estudante ainda não se sente obrigado a defender ou verificar seus argumentos.

Já, na situação de validação, os esquemas de ação e formulação envolvem processos de correção, sejam empíricos ou apoiados em aspectos culturais, para garantir a relevância, adequação, adaptação ou conveniência do conhecimento mobilizado. Mas a modelagem em termos de situação permite distinguir um novo tipo de cenário: o emissor não é mais um informante, mas um proponente, e o receptor, um oponente. Eles devem ter as mesmas informações necessárias para lidar com um problema. Eles cooperam na busca da verdade, ou seja, em vincular com segurança o conhecimento a um campo de conhecimento já estabelecido, mas se enfrentam quando há dúvidas. Eles lidam juntamente com as relações formuladas entre um meio e um conhecimento relacionado a esse meio. Cada um pode expor o seu ponto de vista e, se houver desacordo, solicitar uma manifestação ou exigir que o outro aplique suas declarações em ação com o meio.

Após o processo de aprendizagem ser “concluído”, é tarefa dos professores avaliar e discutir os resultados que surgiram a partir dos métodos aplicados. É assim que se vivencia a situação de institucionalização. Os professores têm que dar conta do que os alunos fizeram, descrever o que havia acontecido e o que estava ligado ao conhecimento em questão. Nesta etapa, é necessário identificar os objetos de ensino, aproximar as

produções de conhecimento de outras criações (culturais ou programáticas) e por fim, indicar quais poderiam ser utilizadas novamente. De acordo com Pais (2002), nesta situação o saber extrapola o limite subjetivo e é possível testemunhar, sempre que possível, a passagem do conhecimento “à dimensão histórica e cultura do saber científico” (Pais, 2002, p. 74).

Brousseau (2007) usualmente relacionava as situações didáticas a um tipo de jogo que pode ser desenvolvido com os estudantes em sala de aula, mas a teoria das situações didáticas ultrapassa exemplos individuais e pode ser aplicada em diferentes contextos. Um deles é o universo da resolução de problemas, mais especificamente problemas olímpicos.

### **O método de resolução de problemas de Polya**

Cada passo na resolução de problemas possui características diferentes de um problema para outro. Isso frequentemente acontece em Matemática, onde uma resolução adotada também pode apresentar características específicas e isso deve ser conhecido e compreendido no momento anterior ao resolver um problema. Algum conhecimento prévio e compreensão das características de um problema podem ajudar a encontrar um caminho adequado para a solução intencionada.

Neste sentido os métodos e técnicas de resolução de problemas resultam em um conjunto de várias ideias de diferentes especialistas para resolver problemas que são expressos em modelos de resolução de problemas, e um dos maiores expoentes destes métodos é George Polya. Em 1957, ele conseguiu aplicar uma metodologia para resolver problemas. Esta metodologia é chamada de método de Polya. De acordo com Polya (1995), na resolução de problemas matemáticos, quatro etapas podem ser percorridas. São elas: a compreensão do problema ou compreendendo o problema, o estabelecimento de um plano, a execução do plano e o retrospecto.

Dessa forma, o método de Polya se desenvolve em torno de questões e estímulos reunidos em um conjunto de quatro fases que orientam e auxiliam de maneira simples e lógica a organização, o entendimento, a análise e a obtenção do resultado de um problema. [Muito implementado para resolver problemas matemáticos de todos os níveis, do elementar ao superior, este método orienta os estudantes a cumprirem etapas na resolução de problemas e também a completarem o resultado olhando para trás. Esta condição, na verdade, é quase a mesma com os princípios gerais na gestão de fazer uma atividade, ou

seja, planejar, organizar os aspectos envolvidos, fazer e controlar atividades e resultados obtidos.

Polya (1995, p. 4) afirma que “é uma tolice responder uma pergunta que não tenha sido compreendida” e, assim, ele inicia a descrição da primeira fase da resolução de problemas. “Compreender o problema” para muitos pode parecer óbvio, mas compreender o problema nesse contexto é muito mais do que ler o enunciado e entender superficialmente o que se pede. Esta etapa considera a realização de uma análise inicial identificando todos os componentes do problema, como por exemplo reconhecer a incógnita, compreender os dados do problema e adoção de uma notação adequada aos elementos do problema.

A segunda etapa da resolução de problemas ainda é analítica, é o momento em que se busca reconhecer a conexão entre os dados identificados e a incógnita. Aqui será levantada uma série de questionamentos acerca do problema tendo em vista a compreensão plena do que é procurado. Começarão a surgir ideias de caminhos a percorrer, no entanto o aluno precisa selecionar as melhores e mais vantajosas ideias para aplicar ao problema. Ainda é possível constatar que as relações entre dados do problema não sejam diretas ou eficazes. Eventualmente, chega o momento de se desconectar parcialmente do problema original para poder ir em busca de um problema correlato que possa auxiliar de alguma forma.

Após o momento de investigação e reconhecimento e da decisão de qual plano tomar, o terceiro passo é finalmente botar esse plano em ação, realizando as etapas de cálculo necessárias e desenvolvendo conclusões, sempre verificando os resultados.

Por fim, e não menos importante, Polya (1995) propõe a etapa de retrospecto, que envolve o “olhar para trás”. Segundo Polya (1995), essa etapa é deixada de lado até mesmo pelos estudantes que apresentam os desempenhos mais elevados. Trata-se do momento de revisão do problema resolvido, após chegar à resposta procurada para as verificações dos argumentos e da conclusão a que se chegou. Esse momento não é apenas de conferir a validade da resolução criada, mas também de consolidação do conhecimento adquirido através daquele problema, sendo assim uma etapa de grande importância para a aprendizagem do estudante.

Estas quatro etapas por si só não garantem o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas. Subjacente a elas encontra-se o chamado raciocínio plausível. Polya (1995) está ciente de que não há um método infalível para se aprender ou ensinar a ter *insights* ou desenvolver a intuição ou o pensamento analógico ao se resolver problemas,



porém saber por onde começar e desenvolver uma gama de estratégias pode ser de grande utilidade.

### **As circunstâncias da pesquisa**

Esta é uma pesquisa qualitativa em educação com características de um estudo de caso. A pesquisa qualitativa possui foco no indivíduo e se preocupa com a sua complexidade, bem como com a sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural (D'Ambrósio, 2012). O estudo de caso envolve um número reduzido de participantes e, nele, não há intenção de se generalizar resultados.

Para validar uma ferramenta para a resolução de problemas, decidimos implementá-la e avaliar seus efeitos para a aprendizagem dos estudantes. Assim, direcionamos nossas observações para a conduta e para os argumentos dos estudantes durante o processo de resolução de problemas. Nossos sujeitos são os seis estudantes de escolas públicas de educação básica, interessados em se preparar para a OBMEP que frequentavam a UNIRIO no Programa de Iniciação Científica Jr. da OBMEP durante os anos de 2020 e 2021. Nesse programa atuávamos como tutores e, supervisionados por uma professora do curso de Licenciatura em Matemática, atendíamos semanalmente os estudantes para resolvermos juntos problemas olímpicos e esclarecermos suas dúvidas.

Durante esse período, os argumentos, as estratégias e as reflexões vivenciadas eram registradas num diário de bordo para periodicamente serem analisados à luz das ideias de Polya, de Brousseau e da nova ferramenta que estávamos testando.

Cabe apenas mencionar que parte desta pesquisa foi desenvolvida durante a pandemia do novo coronavírus, isto é, anos 2020 e 2021. Portanto, parte dos encontros com os estudantes foi realizada virtualmente.

### **A ferramenta e seus usos**

Brousseau e Polya possuem focos distintos em seus trabalhos, porém o ponto em comum entre eles é o tópico geral em que se encaixam, os dois tratam sobre o desenvolvimento do saber matemático. Enquanto Brousseau analisa situações do cotidiano da sala de aula, Polya tem como foco as resoluções de problemas. E, por mais que cada autor dê diferentes nomes para os diversos processos e situações que envolvem o desenvolvimento do conhecimento matemático, eles parecem se encontrar em pontos específicos em suas análises. Polya (1995) explicita ações mais concretas

em seu método, enquanto Brousseau (2007) caracteriza situações para serem categorizadas. Utilizaremos o passo a passo de Polya (1995) como base para identificação das situações de Brousseau.

A primeira etapa proposta por Polya (1995) é a de compreensão do problema. Ela consiste em uma tentativa imediata de resolver o problema, sem realmente pensar no plano que será utilizado para sua solução. É basicamente conhecer o problema, entender o que é pedido, habituar-se às suas especificações, definir incógnitas eficientes. Cabe observar que nada disso envolve um conhecimento prévio muito amplo, é apenas o momento de entender o problema. Podemos identificar a situação de ação de Brousseau (2007) nesse processo, pois envolve atitudes imediatas. Apesar da etapa de Polya (1995) ser um pouco mais objetiva do que a situação de ação descrita por Brousseau (2007), muitas vezes elas ocorrem em paralelo, por exemplo, quando fazemos intervenções próprias nas figuras de algum problema geométrico, como traçar segmentos que parecem ser úteis para a solução, porém nesse momento não há certeza de nada ainda, as modificações nos desenhos são apenas experimentos que surgem com base numa intuição e não corresponde à execução de um plano pensado.

Definimos, então, para o nosso trabalho, a situação *ação-compreensão*, que é uma fusão de conceitos dos dois autores. Porém, a etapa de compreensão do problema parece extrapolar a situação ação, pois, nessa etapa, o estudante já olha para o problema de uma forma mais objetiva, já utilizando um padrão matemático, como a determinação de incógnitas, e adentra na situação formulação. Dessa forma, definimos também a situação *formulação-compreensão*, que é o momento de compreensão do problema mais voltado para uma teoria, algo mais elaborado do que apenas uma abordagem imediata do problema.

Na etapa de estabelecimento de um plano, Polya (1995) mobiliza totalmente o universo teórico. Nesse momento, é necessário portar um conhecimento matemático um pouco mais aprofundado para dar continuidade à solução, pois é o momento em que o estudante passa a pensar em experiências anteriores que podem levar a uma solução. Sendo assim, ainda permanecemos na situação formulação, onde há uma base teórica muito forte e, por isso, firmamos a situação *formulação-planejamento*.

É interessante pontuar também que é nesse momento que um estudante detentor de técnicas de solução de problemas, como as técnicas de Posamentier e Krulik (1998) por exemplo, revisita sua gama de opções para tentar encontrar a que mais lhe auxilia no problema específico.

Na etapa de execução do plano de Polya (1995), podemos observar duas situações. Primeiramente permanecemos na situação *formulação*, pois é o momento de colocar em prática toda a base teórica para finalmente resolver o problema proposto, o que nos leva à situação *formulação-execução*. Por outro lado, ultrapassamos a situação de *formulação* quando nos propomos a demonstrar que a solução que desenvolvemos está correta, chegando, assim, à situação de *validação*. Como essa situação envolve a tentativa de convencer o outro da validade da solução, surge o que chamamos de situação *validação-execução*.

Na verdade, o próprio ato de uma escrita organizada para a resolução de um problema entra na situação *validação-execução*. Afinal, a partir do momento em que nos propomos a escrever algo que outra pessoa seja capaz de ler e compreender, já estamos em uma situação de *validação*. Todavia, ao analisarmos o produto final das soluções, tal etapa só pode ser intuída em nossas análises a partir dos registros apresentados.

Por fim, resta-nos apenas a revisão, etapa de extrema importância (Polya, 1995). Existe a possibilidade de o estudante finalizar a sua solução sem, de fato, provar seus argumentos, suprimindo a situação *validação-execução*, deixando para realizar essa tarefa apenas no momento de revisão. Temos, assim, uma situação de *validação-revisão*. Vale lembrar apenas que, para a solução de um problema, não necessariamente essa etapa deve ocorrer.

É importante ressaltar que a situação de institucionalização não se faz presente nas etapas de Polya, pois é o momento em que o professor entra em cena para auxiliar o estudante e integrar todo o conhecimento que ele adquiriu naquele processo. Mas, mesmo sendo uma situação que não podemos identificar no tipo de análise que fizemos, o paralelo *institucionalização-revisão* é evidente, já que essa revisão proposta por Polya pode ser feita pelo professor na situação de institucionalização.

Na Figura 1, traçamos um paralelo entre as ideias de Brousseau e Polya:

**Figura 1:** Paralelo Brousseau (coluna à esquerda) -Polya (coluna à direita)

Ação	Compreensão
Formulação	Planejamento
Validação	Execução
Institucionalização	Revisão

**Fonte:** Os Autores, 2022.

Consideramos importante pontuar que não necessariamente, na resolução de um problema, um indivíduo irá perpassar todas essas situações. Cabe mencionar também que, em um primeiro momento, a fusão dos dois autores poderia não parecer bem definida em muitos aspectos. Poderiam ser levantados pontos de divergência entre a situação de ação e a etapa de compreensão. A situação de ação é bem ampla. Nela há tanto uma parte caótica, sem o mínimo de organização, quanto um pensamento mais organizado ainda que não seja muito teórico. No entanto, entendemos que especialmente na etapa de compreensão, o pensamento não estritamente dedutivo, tão valorizado por Polya (1995), tem lugar e que esta é essencialmente uma etapa de experimentação, que se alinha ao descrito na situação ação proposta por Brousseau (2007). É bem verdade que, o objetivo de Polya (1995) ao propor as etapas para solução de um problema é justamente evitar o caos que uma situação de ação livre pode significar. Afinal, ao criar um passo a passo organizado, o estudante trabalha de forma objetiva. No entanto, isto não significa que não haja espaço para pensamentos desordenados que podem surgir numa abordagem inicial do problema, pensamentos esses que são levados em consideração na situação de ação e que são parte natural do primeiro contato com um problema. O que Polya (1995) nos oferece são mecanismos de sistematização deste processo. Por isso, entendemos que suas etapas podem ser estruturantes para as situações propostas por Brousseau (2007).

Para ilustrar o uso da ferramenta apresentada, nós selecionamos dois problemas olímpicos retirados de materiais da OBMEP e que foram discutidos nos encontros da tutoria.

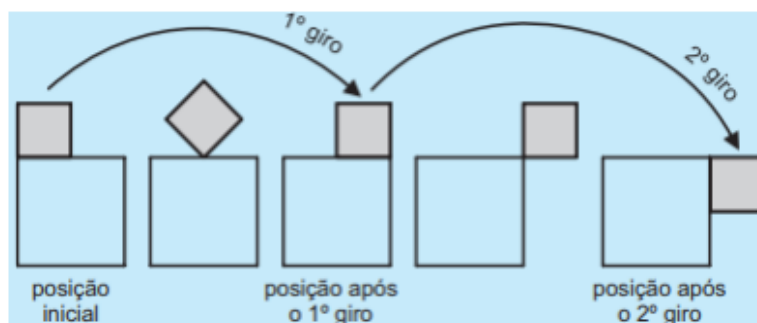
Esses problemas foram selecionados pois permitem delimitar cada etapa de forma bem clara. Mas, além disso, o problema 1 (Questão 1 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2012) foi escolhido por ser um tipo de problema recorrente na OBMEP, porém em contextos diferentes. Problemas com a mesma abordagem ilustram como a expansão do repertório de problemas resolvidos pode potencializar a habilidade de resolução de problemas no geral. Inclusive uma das perguntas que Polya sugere que seja feita é “Conhece um problema correlato?” (Polya, 1995, p. XII).

O que nos chamou atenção no problema 2 (Questão 4 - Prova da 1ª fase OBMEP – Nível 2 - 2013) foi o fato de ser um problema com diferentes soluções. Temos uma abordagem mais algébrica, uma solução que utiliza uma técnica de resolução de problemas e a última solução que é tão simples que poderia ser trabalhada, inclusive, com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Passamos a seguir à apresentação e análise à luz da ferramenta que criamos de cada problema individualmente. Na Figura 2, temos o problema 1.

**Figura 2:** (Questão 1 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2012)

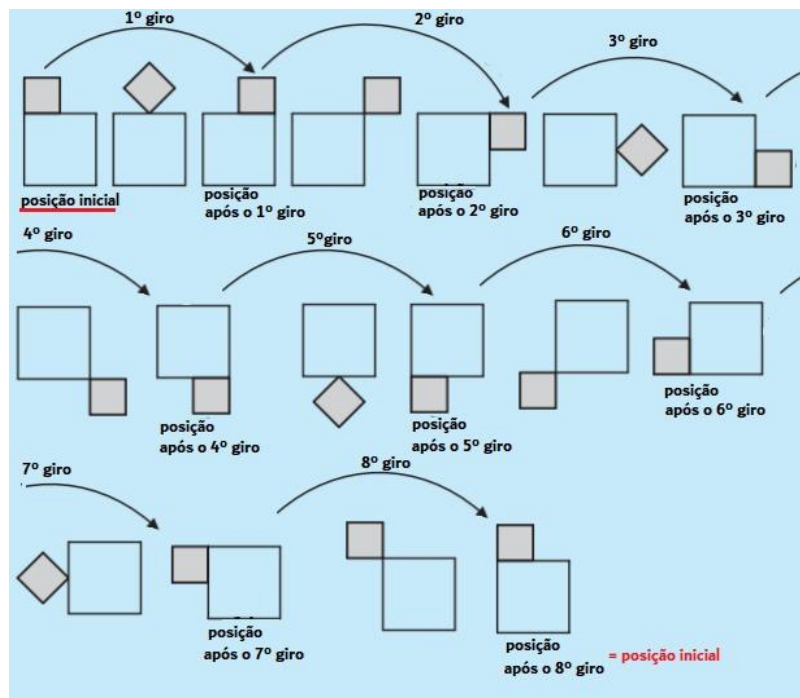
Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura abaixo, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior. Como ficaria a figura que representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?



Fonte: OBMEP, 2012.

Um dos aspectos interessantes deste problema são as oportunidades da exploração visual. A ação-compreensão parte da necessidade de entender visualmente o comportamento do quadrado menor ao redor do quadrado maior, do giro inicial até retornar ao ponto de origem. Na Figura 3, escrevemos as posições do quadrado da posição inicial até retornar ao seu ponto inicial. Constatamos que são necessários oito giros para completar a volta.

**Figura 3:** Posição final após oito giros.



Fonte: Material PIC Jr, 2020.

Uma primeira solução, considera a repetição dos giros. Se continuarmos com esse processo de girar o quadrado menor, teremos uma volta completa a cada oito giros. A formulação-compreensão direciona a associar a posição final aos múltiplos de 8. Cabe observar que os múltiplos de 8 representam, a partir da posição inicial, a quantidade de giros necessários para que o quadrado menor retorne a ela (posição final). Isto é, são necessários  $8k$  giros para que o quadrado retorne pela  $k$ -ésima vez para esta posição.

A formulação-execução orienta a formalizar a posição final e inicial e criar uma relação entre as posições dos quadrados após determinados giros. Entre as posições finais e iniciais, existem outras 7 posições diferentes, observe que se há um certo número  $8k$  de voltas e acrescentarmos outro valor de 1 a 7 teremos a posição do quadrado menor em relação ao maior.

Como  $2012 = 8 \times 251 + 4$ , após o  $2012^{\circ}$  giro o quadrado cinza terá dado 251 voltas completas no quadrado maior e mais quatro giros. A Figura 4 apresenta a posição final após 2012 giros.

**Figura 4:** Posição final após 2012 giros.



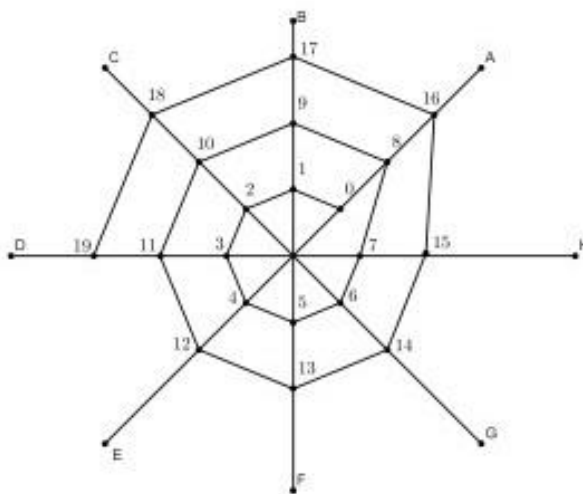
Fonte: Material PIC Jr, 2020.

Os passos utilizados recorreram a resultados elementares da aritmética, no entanto uma formalização final na validação-execução, permite explorar os conceitos de restos. Neste problema, sempre que há um resto na divisão por 8, este determinará será a posição do quadrado menor no quadrado maior.

É importante mencionar que, nesta questão, acrescentamos um problema complementar, para mostrar que apesar de enunciados diferentes, ambos se conectam no que se refere à estratégia de observar o padrão. Esses problemas estão relacionados a sequências, sejam elas numéricas, com figuras, símbolos etc. Em que dado um número natural de itens, a sequência se renova e volta a repetir os elementos. A solução é caracterizada pela divisão do número total de itens, com relação a quantidade de itens que se repetem, o resto está diretamente associado a posição em que ocupa cada item que se repete na fileira da sequência. A Figura 5 apresenta o Complementar 1 como exemplo. Para isso, escreveremos uma solução mais detalhada, incluindo tabelas para a procura do padrão.

**Figura 5:** Complementar 1

A, B, C, D, E, F, G e H são fios de apoio que uma aranha usa para construir sua teia, conforme mostra a figura. A aranha continua seu trabalho. Sobre qual fio de apoio estará o número 118?



**Fonte:** Os autores, 2022.

Neste problema complementar identificaremos a similaridade na construção das etapas com relação ao problema dos giros no quadrado. Observe que a etapa inicial de ação-compreensão é a observação e a compreensão da posição dos fios de apoio utilizados pela aranha para construir a teia. Além disso, a aranha possui 8 fios de apoio e ela segue um padrão começando pelo fio de apoio A seguindo na ordem até o fio de apoio H e retornando para o A outra vez, criando assim uma sequência que consiste em um grupo de 8 elementos se repetindo de forma ordenada A.

**Tabela 1:** Organização dos dados do Complementar 1

Nº	Fio de apoio	Nº	Fio de apoio
0	A	8	A
1	B	9	B
2	C	10	C
3	D	11	D
4	E	12	E
5	F	13	F
6	G	14	G
7	H	15	H

**Fonte:** Os autores, 2022.

Na etapa de formulação-compreensão identificamos o grupo de 8 elementos que se repete de forma ordenada. A etapa de formulação-execução orienta a formalizar a posição final e inicial e criar uma relação entre a posição da aranha após cada passo.



Agora devemos procurar um padrão. E o padrão que podemos observar é que os múltiplos de 8 sempre estão posicionados no fio A e isso ocorre justamente pelo fato de que a quantidade de elementos é 8. E isso significa dizer que os números posicionados no fio A deixam resto zero na divisão por 8, sendo assim, ao seguirmos para o próximo número da sequência que é o anterior mais uma unidade, teremos no fio B sempre um valor que deixa resto 1 na divisão por 8, e assim sucessivamente. Na Tabela 2, apresentamos nossas novas informações de padrão:

**Tabela 2:** Novas informações para o padrão do complementar 1

Nº	Fio de apoio	Resto na divisão por 8
0	A	0
1	B	1
2	C	2
3	D	3
4	E	4
5	F	5
6	G	6
7	H	7

Fonte: Os autores, 2022.

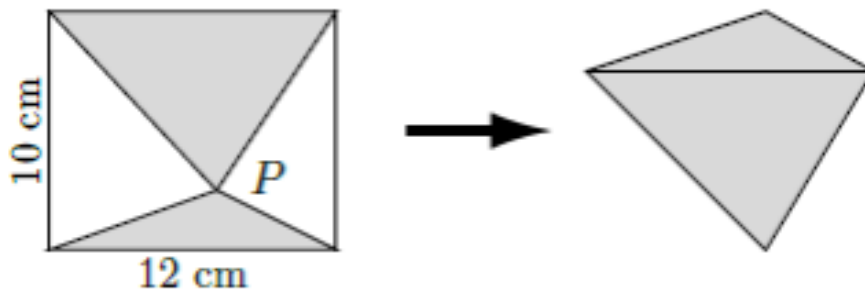
Então percebemos que, para sabermos em que fio certo número natural estará posicionado, devemos investigar sua divisão por 8. O número em questão é o 118, que na divisão por 8 deixa resto 6. Pelo nosso padrão achado, observamos que os números que deixam resto 6 na divisão por 8 estão posicionados no fio *E*.

Na validação-execução interpretamos os restos como a posição em cada passo da aranha, sendo o resto 0 quando dividido por 8 a posição inicial e final ao completar cada volta.

Ressaltamos que, como mencionado anteriormente, dependendo da solução, certas etapas ou problemas complementares podem ser suprimidos. No problema 2, apresentado na Figura 6, verificamos três soluções distintas e esses aspectos são exemplificados:

**Figura 6:**(Questão 4 - Prova da 1ª fase OBMEP – Nível 2 - 2013)

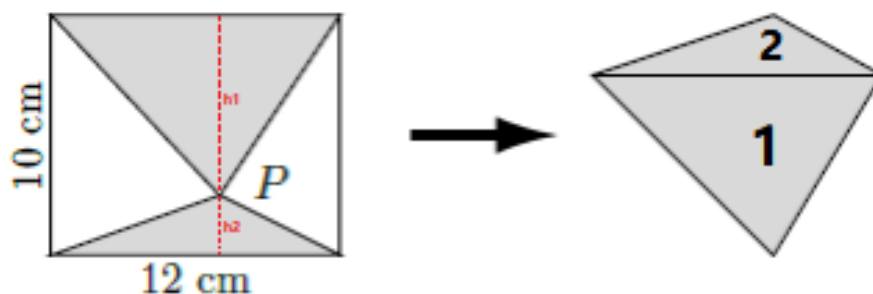
Juliana desenhou, em uma folha de papel, um retângulo de comprimento 12 cm e largura 10 cm. Ela escolheu um ponto  $P$  no interior do retângulo e recortou os triângulos sombreados como na figura. Com estes triângulos, ela montou o quadrilátero da direita. Qual é a área do quadrilátero?



Fonte: Material PIC Jr, 2020.

Uma primeira solução leva em consideração conhecimentos sobre equivalência de áreas. Na figura do enunciado, a área do quadrilátero da direita é a soma das áreas de dois triângulos. Para esta conclusão, basta observar que as bases desses dois triângulos têm a mesma medida, isto é, elas medem 12 cm, pois coincidem com a base do retângulo. E a soma de suas alturas é a altura do retângulo, que é 10 cm. Chamando a altura do triângulo 1 de  $h_1$  e do triângulo 2 de  $h_2$ , temos:

**Figura 7:** Solução 1 - Problema 2



Fonte: Material PIC Jr, adaptada pelos autores, 2022.

$$h_1 + h_2 = 10$$

O momento descrito é uma situação de ação-compreensão, é o momento em que o estudante escreve os dados que possui do problema e começa a perceber detalhes que serão úteis na solução, como por exemplo o fato de os dois triângulos possuírem bases com mesma medida, medida esta que é conhecida. Esse ato de traçar as alturas, fazer suas próprias intervenções no desenho original também caracteriza esse primeiro momento de ataque ao problema.

Na sequência, começamos a adentrar a situação de formulação-planejamento. Ainda não se sabe onde irá chegar com isso, mas começa a aparecer uma base teórica na solução, surgindo a fórmula da área do triângulo e utilizando as notações determinadas na situação anterior, começando a se formar um plano concreto com a observação de como esses dados se comportam quando aplicados a fórmula.

A área que queremos é a soma da área desses dois triângulos, vejamos então as áreas isoladas de cada triângulo e depois iremos somá-las. Chamemos de  $A_1$  a área do triângulo 1 e  $A_2$  a área do triângulo 2.

$$A_1 = \frac{12 \times h_1}{2} = 6 \times h_1$$

$$A_2 = \frac{12 \times h_2}{2} = 6 \times h_2$$

Ao se deparar com essas equações, o estudante chega a um resultado indeterminado, pois não conhece a medida de nenhuma das duas alturas, mas necessita delas para a solução do problema. É o momento, então, de revisitar o enunciado, lembrar o que é pedido. Ao tomar essa atitude, ele segue na situação formulação-planejamento, pois surge um plano para o tratamento do problema: somar as duas áreas e o ponto chave é que o único dado que temos é a soma das alturas dos triângulos. Adentra-se, dessa forma, na situação formulação-execução.

A área  $S$  que desejada é  $A_1 + A_2$ :

$$S = A_1 + A_2 = (6 \times h_1) + (6 \times h_2) = 6 \times (h_1 + h_2)$$

Sabemos que a soma das alturas é 10. Logo,

$$S = 6 \times 10 = 60$$

E a área da figura é  $60 \text{ cm}^2$ .

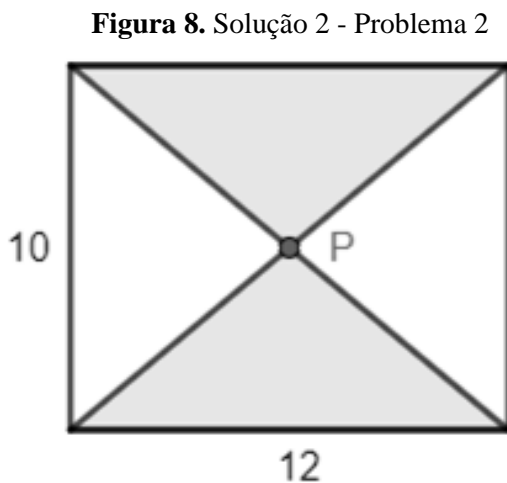
Podemos ainda obter uma solução muito menos algébrica. Para isso, basta observarmos que a posição do ponto  $P$  não influencia na área do quadrilátero da direita na Figura 6. Para entendermos melhor essa afirmação devemos analisar o retângulo dado na Figura 6, que é formada por 4 triângulos e dividir os movimentos do ponto  $P$  em dois sentidos, horizontal e vertical, podendo o  $P$ , dessa forma, chegar a qualquer ponto ao longo do retângulo. Vejamos primeiro horizontalmente. Se deslocarmos  $P$  no sentido horizontal, os triângulos cinzas permanecem com a mesma altura e mesma base, logo sua

área se mantém a mesma. Como a área dos triângulos brancos é a área complementar a cinza, esta também se mantém a mesma. E o mesmo pensamento se aplica ao movimento vertical, os triângulos brancos mantêm sua área já que seus dados não são modificados e, conseqüentemente, a área cinza complementar também não altera. Ou seja, suas áreas permanecem as mesmas.

Na escrita da solução, o produto final da situação de validação-execução aparece num primeiro momento, pois justifica a atitude descrita a seguir de movimentar o ponto P. Porém, num processo de solução por parte do estudante, uma atitude característica da situação ação-compreensão pode anteceder o momento de validação-execução acima, quando o estudante decide movimentar o ponto P sem ter a certeza ainda de que ele pode realizar esse procedimento. Esse sentimento de que se pode movimentar o ponto P pode surgir a partir do fato de que o enunciado não determina a posição exata de P. O estudante não pode usar isso como argumento para movimentá-lo, mas contribui para sua intuição. Essa atitude de movimentar P desencadeia a situação acima, que não precisaria necessariamente ocorrer para a solução do problema, mas seria apenas um esforço a mais para garantir a validade da solução. A seguir observamos a situação formulação-execução pois é o momento em que a questão é de fato solucionada, em cima da conclusão teórica que surgiu a partir da observação da posição do ponto P.

É válido observar aqui a técnica de Posamentier e Krulik (1998) de resolver um problema mais simples e análogo, pois depois que mostramos que podemos movimentar o ponto P, podemos posicioná-lo de uma forma muito mais fácil de visualizar o resultado.

Assim, podemos pensar num problema mais simples e análogo. Como nós podemos fixar esse ponto num local conveniente para nós, se P se localizar no centro do retângulo, ficamos com a Figura 8:



**Fonte:** Os autores, 2022.

Dessa forma, o problema passou a ser calcular a área de dois triângulos congruentes cujas alturas e comprimentos são conhecidos. Assim,

$$2 \times \frac{12 \times 5}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

Essa posição do ponto  $P$  é conveniente uma vez que nos fornece dois triângulos congruentes, porém podemos trabalhar com qualquer posição de  $P$  que esteja dentro do retângulo. Então podemos supor qualquer altura para um dos triângulos cinzas e a altura do outro se dá subtraindo esse valor do total que seria 10 cm.

Podemos observar mais um exemplo de situação de validação-execução, pois mostramos que, a partir de dois exemplos distintos, chegamos a resultados similares. Vamos supor que a altura do triângulo maior seja 6 cm, logo a área de um dos triângulos cinzas será:

$$A_1 = \frac{12 \times 6}{2} = 36$$

Como a altura do triângulo maior é 6, a do menor será  $10 - 6 = 4$  cm e sua área será:

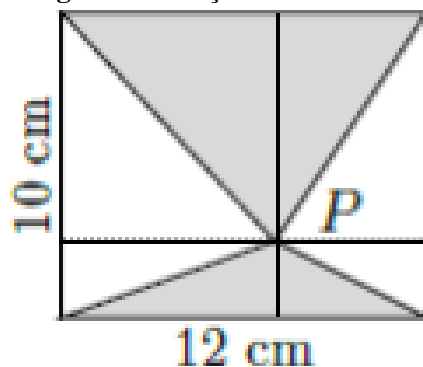
$$A_2 = \frac{12 \times 4}{2} = 24$$

Então, a área total se dará por  $A_1 + A_2 = 36 + 24 = 60 \text{ cm}^2$ .

Observando as duas formas de solucionar esse problema, percebemos que a área desejada corresponde à metade da área do retângulo. Sendo assim, um questionamento se levanta: Conseguiríamos perceber isso sem ver essas soluções anteriores?

Passamos, então, a uma terceira solução, em que simplificamos mais ainda a resolução do problema. Caso tracemos dois segmentos paralelos aos lados do retângulo que passe pelo ponto  $P$ , ficamos com a seguinte figura:

**Figura 9:** Solução 3 - Problema 2



Fonte: Os Autores, 2022.

Ao fazermos isso, é fácil observar que a área desejada representa metade da área do retângulo, pois ficamos com quatro quadriláteros divididos ao meio pelas diagonais. Essa terceira solução é baseada apenas em uma situação de ação-compreensão, sem a necessidade de algo além do que a observação da figura.

### Considerações finais

A experiência de trabalhar com turmas compostas por alunos medalhistas é diferenciada, já que não é comum na nossa realidade uma turma apenas com alunos com interesse e/ou facilidade para problemas olímpicos. Sabemos, então, que estamos falando de um universo muito específico. Todavia, quando estudamos o processo de resolução de problemas, percebemos que os resultados obtidos podem ser úteis a todos os atores do cenário escolar. São úteis para os estudantes que se interessam por Matemática, mas também são úteis para os estudantes que apresentam dificuldades para iniciar a resolução de um problema ou para organizar seus pensamentos.

Além disso, ao estudarmos os problemas olímpicos na perspectiva das situações didáticas, revelou-se a importância da atuação dos professores. É por meio da interação com ele que o estudante poderá adentrar as situações e avançar na resolução do problema e na construção de conceitos matemáticos. Cabe ao professor observar todo o processo pelo qual o estudante passa ao resolver um problema e reconhecer o valor que esse processo possui no desenvolvimento do estudante. Desenvolvimento este que não se restringe à Matemática, mas à construção da autoestima e da capacidade de superar desafios do estudante.

Acreditamos que, quando o professor tem maior consciência de caminhos que o estudante pode trilhar na resolução de um problema, ele consegue ele consegue interagir melhor, trazendo argumentos e questionamentos desde a compreensão do problema até a

escrita da solução. Dessa forma, estar em contato com a ferramenta de análise não influencia apenas o olhar do professor para uma solução pronta, mas também o seu olhar sobre o estudante e sua própria forma de ensinar.

## Referências

- ALVES, Francisco Regis Vieira. Situação Didática Olímpica (SDO): Aplicações da Teoria das Situações Didáticas para o Ensino de Olimpíadas. **Revista Contexto & Educação**, v. 36, n. 113, p. 116–142, 2021. Belo Horizonte.
- BRAGA, Eduardo dos Santos de Oliveira. Resolução de problemas no ensino da matemática: algumas considerações. **Revista Em Teia**, n 1, V 11, 2020.
- BROUSSEAU, Guy. **Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas**. Formación docente - matemática. Buenos Aires: Editorial Libros Del Zorzal, 2007. 129 p.
- LIMA, Maria Luziana Oliveira. Situações Didáticas Olímpicas para o Ensino de Sequências Numéricas: Um contributo da Engenharia Didática. **Dissertação** (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal do Ceará, Ceará, 2016. 136 p.
- OLIVEIRA, Cícera Carla do Nascimento. Olimpíadas de Matemática: Concepção e descrição de situações olímpicas com o recurso do software Geogebra. **Dissertação** (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal do Ceará, Ceará, 2019. 121 p.
- PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 128 p.
- POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Trad. Joaquim Gomes Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- POLYA, George. **Mathematics and Plausible Reasoning: Induction and analogy in mathematics**. London: Princeton University Press, 1954. 296 p.
- POLYA, George. **Mathematics and Plausible Reasoning: Patterns of plausible inference**. London: Princeton University Press, 1954. 200 p.
- POSAMENTIER, Alfred S.; KRULIK, Stephen. **Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions: a resource for the mathematics teacher**. California: Corwin Press, 1998.
- SCHROEDER, Thomas L.; LESTER, Frank K. Developing understanding in mathematics problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

## Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da FAPERJ - Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro, Processos E-26/010/101140/2018 e SEI-260003/015892/2021 e ao apoio da UERJ, Programa Prodocência, edital 35/2021.

## Capítulo 5

### **O lúdico e a insubordinação criativa: estimulando narrativas e práticas de alunos e docentes**

*Flávia Streva Nunes*

Programa de Pós-Graduação de Ensino em Educação Básica – CAp/UEJ

*Andreia Passos Ferreira*

Programa de Pós-Graduação de Ensino em Educação Básica – CAp/UEJ

*Monike Alves Gouvea*

Programa de Pós-Graduação de Ensino em Educação Básica – CAp/UEJ

*Mariana Barbosa Cassiano*

Programa de Pós-Graduação de Ensino em Educação Básica – CAp/UEJ

*Gabriela Félix Brião*

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

*Nós nunca descobriremos o que vem depois da escolha, se não tomarmos  
uma decisão. Por isso, entenda os seus medos, mas jamais deixe que eles  
sufoquem os seus sonhos.  
(Alice no país das Maravilhas)*

#### **1. Introdução**

Vivemos no século XXI uma realidade dinâmica em que, apesar disso, a matemática normalmente continua a ser ensinada de forma tediosa para os estudantes. Há um excesso de repetições e memorizações de propriedades, o que nem sempre é algo interessante e atrativo aos olhos dos educandos.

Contudo, quando pensamos na formação de professores, não se busca mudar esse contexto. O que muitas vezes verificamos, são reproduções de experiências, em geral, tradicionais de ensino, isto é, um ciclo repetido aula após aula: o professor expõe o conteúdo, em seguida os alunos, de forma passiva, resolvem ou respondem exercícios por meio das técnicas apresentadas (Alrø; Skovsmose, 2010).

Paulo Freire (2019) chama esse tipo de ensino de educação bancária. Nele não há, segundo o autor, espaço para a criatividade, a transformação e, conseqüentemente, para o verdadeiro saber. O aluno é percebido como um receptor de conteúdos construídos



culturalmente e socialmente, sem que seja possibilitada uma intervenção de saberes advindos de seu contexto. Não há troca de conhecimentos, há transmissão.

Ao contrário dessa visão, Freire (2019) propõe uma educação mais humanizada, em que se prevê a valorização do saber construído pelos sujeitos e se incentiva o compartilhamento dessas ideias. O diálogo é pensado pelo viés da amorosidade, do reconhecimento e do pertencimento desse sujeito como um ser pensante e capaz de atuar na transformação do seu meio social.

Diante disso, neste texto, pretendemos apresentar e, sobretudo, explorar, por meio da narrativa de uma educadora matemática, práticas que fugiram ao dito ensino tradicional. Nossa intenção é partilhar a forma como essas práticas se desenrolaram e como o aporte teórico para sustentá-las pode trazer uma possibilidade de respaldo ao educador que venha a se aventurar em trilhas similares.

Acreditamos, assim como Lopes (2014), que o uso das narrativas pode fornecer subsídios profícuos para ampliar o conhecimento profissional e a agência docente por meio das reflexões provocadas, tanto teóricas quanto práticas, a partir da análise de suas próprias experiências.

Esse exercício de narrar e compartilhar suas vivências pedagógicas proporciona um movimento que permite ao educador plena “percepção de suas competências e fragilidades, podendo trabalhar sobre elas” (Lopes, 2014, p. 845). Segundo Lopes (2014), do ponto de vista da formação de professores, esse é um processo propulsor do desenvolvimento profissional.

A perspectiva apresentada pode vir a ser um caminho fecundo para contribuir com a construção de uma formação de professores de matemática mais moderna e repensada. Quem sabe assim os futuros educadores sintam-se mais encorajados a ousarem, de forma ética, segundo suas crenças e com responsabilidade, na intenção de proporcionar o melhor para seus discentes.

Nossa concepção nos faz assumir, portanto, “que o professor é um elemento fundamental, pois o seu *saber* e o seu *saber fazer* são significativos e essenciais para a criação de novas perspectivas teóricas e metodológicas” (Lopes, 2014, p. 847, grifo da autora).

Motivadas na busca por incentivar práticas outras, em educadores e futuros educadores matemáticos, apresentamos esse texto, banhado pelas imprevisibilidades que advém do confronto com aquilo que está posto há muito e muito tempo, empenhadas na

tentativa de desafiar trajetos cômodos e proporcionar uma perspectiva ousada e criativa, sustentada pela ética docente.

As atividades aqui apresentadas<sup>18</sup> foram vivenciadas em uma escola do setor privado, localizada na Zona Norte do município do Rio de Janeiro. A escola atua com alunos da Educação Infantil até o Ensino Médio, apresentando uma metodologia específica para a realidade vivida, com práticas influenciadas e fundamentadas, principalmente, nas pesquisas de Celétin Freinet<sup>19</sup> e no já citado nesse texto, Paulo Freire.

Na unidade onde as narrativas aconteceram funcionam os segmentos de Ensino Fundamental II e Ensino Médio. Nesses ciclos há uma turma de cada ano escolar e as classes de Ensino Fundamental II limitam-se a 28 estudantes. O espaço físico da escola é amplo, possui uma quadra externa, uma quadra coberta, um pilotis e um estacionamento que muitas vezes é local de lazer com jogos e brincadeiras. Além da parte construída, há uma área verde, da Mata Atlântica, que pode ser explorada em atividades.

Faz parte do cotidiano a escuta atenta dos docentes para com as demandas advindas dos discentes, assim como há a construção de acordos sobre as atividades a serem realizadas e como se dará esse processo. No entanto, ao ser surpreendida com o pedido dos alunos em sua chegada à sala de aula, a professora lançou mão de ações de auto insubordinação criativa<sup>20</sup>, atribuindo um papel de destaque aos demais sujeitos, considerando-os protagonistas do processo de aprendizagem e modificando seu planejamento inicial para aquela manhã.

As atividades propostas pelos alunos foram aplicadas sem que pudessem ser muito pensadas pela docente, ficando a cargo deles esse planejamento inicial. Assim, poderia se dizer que eles também se auto insubordinaram pela necessidade em rever as etapas da atividade, resolver conflitos e construir conhecimentos ao mesmo tempo.

---

<sup>18</sup> As atividades aqui relatadas fizeram parte da prática de uma das autoras do texto.

<sup>19</sup> Celétin Freinet (1896 -1966) foi um educador francês e “sua pedagogia foi sendo tecida na perspectiva da construção de uma escola viva, ativa e dinâmica e, simultaneamente, contextualizada do ponto de vista social e cultural” (Filho, 2016, p. 3).

<sup>20</sup> Por auto insubordinação criativa se entende que, ao lançar mão da criatividade na prática pedagógica, os docentes podem tanto se insubordinar ao sistema quanto a si mesmos diante do olhar de seus pares, em um caminho que mira a autossuperação das formações tidas e experienciadas por esse educador (BRIÃO, 2015). Seria assim, também, um ato de reconhecer que o conhecimento do outro é, da mesma maneira, fundamental para a construção das aprendizagens e, além disso, que suas ideias podem ser válidas e valorizadas no espaço escolar.

## 2. Memórias de práticas outras

Quinta-feira. Sete e vinte da manhã. Primeiro tempo de aula. Me aproximo da porta da sala da turma do sétimo ano e, antes que pudesse entrar para os primeiros dois tempos, já sou cercada por uns três estudantes:

– Professora!! Bom dia!! Vamos para a quadra? - cheios de animação e energia.

É comum pedirem por tempo livre, seja na própria sala ou, até mesmo na quadra. Respondi ao bom dia, ainda me localizando no espaço-tempo e minha expressão deve ter sido de negação, pois logo completaram o pedido, esperançosos pela aceitação:

– CALMA, escuta... a gente faz algum jogo com Matemática...

– Vai, contém a ideia de vocês...

Ainda na porta da sala, começaram a falar da ideia que tiveram: colocar desafios matemáticos em um jogo de queimado<sup>21</sup>. Fui aos poucos concordando e os ajudando a refinar a dinâmica da brincadeira.

Chegamos a uma estrutura de funcionamento das regras: eram válidas as regras do queimado tradicional, sendo que, ao ser queimado, o participante deveria sair do jogo e só poderia voltar para a área de queimado após acertar uma operação com números decimais. Esse tema foi escolhido por ser o conteúdo estudado naquele período letivo.

Após as definições das regras, compartilhei com o grupo de estudantes qual seria o planejamento do dia e que, para podermos ir para a quadra, precisaríamos atingi-lo. Eles mesmos sugeriram substituir o momento de fazer os exercícios em aula pelo queimado, aumentando assim o volume de questões do dever de casa. Concordei com a sugestão deles. Estávamos prontos para, enfim, entrar em sala e compartilhar a proposta com o restante da turma. Os três estudantes entraram primeiro, já falando:

– Pessoal, organiza *aí* para a aula de Matemática... pode ser que hoje tenha quadra...

Compartilhei a proposta com a turma e fizemos um combinado: se até determinado horário concluíssemos a dinâmica planejada para o dia, faríamos o *Queimado Matemático*. A turma adorou a ideia e concordou em ter mais atividades para casa para garantir a quadra.

---

<sup>21</sup> O jogo de Queimada ou Queimado é praticado por dois times, cujo objetivo é eliminar o adversário atingindo-os ("queimando-os") com a bola. No jogo tradicional, ao ser "queimado", o jogador deve permanecer em uma área, separado de seu time e atrás do time adversário. Para retornar ao time, precisará "queimar" um oponente.

Durante a aula, os estudantes se regulavam entre si em relação ao comportamento: “ei, silêncio!” ou “concentra aí, galera, para podermos descer”. Essas foram algumas das falas que apareceram quando a turma começava a se movimentar mais.

Dado o horário estabelecido, a maior parte já havia concluído a tarefa proposta, então fomos para a quadra. Apenas três estudantes não a fizeram e, por não cumprirem sua parte do combinado<sup>22</sup>, esses ficaram em sala com o professor de turma<sup>23</sup> até que a concluíssem, se integrando com o grupo depois.

Os próprios estudantes se organizaram nas equipes e ajustaram as regras da brincadeira. Eu fiquei de fora, responsável por criar e conferir a realização das operações matemáticas dos alunos que fossem “queimados”.

Por ter sido uma dinâmica criada no improviso, eu não havia preparado cartões com os desafios e suas respostas, de maneira a agilizar o andamento do jogo. Levei algumas folhas de papel A4, lápis e caneta, para fazer isso simultaneamente à dinâmica.

O início da brincadeira foi tranquilo: os estudantes queimados chegavam até mim, eu entregava um pedaço de folha com uma operação, eles me entregavam e eu conferia. Caso estivesse certo, voltavam correndo para o jogo. Caso estivesse errado, eu devolvia o papel e ele tentava refazer a operação até achar a resposta correta.

Conforme o jogo avançava e mais pessoas eram “queimadas”, começou-se a tumultuar a área de pegar os desafios. Os alunos então se organizaram em uma fila, para receber, na ordem, os cartões, mas como não havia cartões já prontos e lápis para todos, o processo demorava mais do que o esperado.

Os risos dominavam o espaço de resposta dos desafios. Às vezes, risos de nervoso pela pressão de ter que acertar para voltar para o jogo, às vezes por acertar ou até por errar e ter que tentar de novo, ou um riso apressado de querer logo seu desafio, “*me dá... me dá um, aqui...*”. Eu, mesmo que na função de professora, me divertia ali, interagindo com os estudantes, com a demanda de ter que criar operações e conferir tudo ao mesmo tempo.

Surgiram algumas situações de relacionamento entre os estudantes na quadra, por conta das regras e acontecimentos do jogo, em que eles mesmos resolveram sem minha

---

<sup>22</sup> Uma das características da metodologia adotada na escola se dá por elaborar combinados com os alunos, de maneira que possam desenvolver autonomia e responsabilidade com a realização de suas atividades e com seu processo de construção do conhecimento. Quando não cumprem com o que foi estabelecido, os alunos estão cientes de que precisarão concluí-la e que somente depois disso poderão participar da seguinte.

<sup>23</sup> As turmas de sexto e sétimo anos possuem um professor de turma que fica na escola durante todo o período das aulas. Ele acompanha a turma nas aulas, auxilia os estudantes na transição dos Anos Finais para os Anos Finais do Ensino Fundamental, trabalha as demandas específicas de cada grupo e mantém o contato do cotidiano com os responsáveis.

mediação. Além disso, ao final da atividade muitos dos discentes vieram até mim para agradecer e pedir para fazermos isso mais vezes.

Rememorando essa primeira história, fatos ocorridos em uma outra turma surgiram em minha mente, logo, uma outra experiência que vou relatar para você, leitor, a seguir.

Sexto ano, três estudantes chegam em mim:

– Professora, pensamos em jogar um vôlei, tipo recorde<sup>24</sup>, com matemática.

E lá fomos nós, conversar e ajustar regras. Surgiram duas possibilidades: 1) ao fazer a contagem do recorde, seguir a sequência dos múltiplos de algum número ou; 2) metade da turma seguiria os múltiplos de dois e a outra metade os múltiplos de três. Ao contar um múltiplo de dois, o grupo deveria pular. Ao contar um múltiplo de três, o grupo deveria agachar.

Combinamos que essa atividade aconteceria na aula de outro dia da mesma semana. Vale dizer que o perfil dessa turma é mais agitado que a turma da atividade anterior. Logo, por conta disso, fizemos alguns combinados antecipadamente, ligados ao comportamento durante a saída da sala.

Sexta-feira. Meio-dia e dez. Último tempo de aula do sexto ano. Já tínhamos feito nossos combinados e quando cheguei em sala eles já estavam cumprindo o primeiro deles: organizar a sala e guardar o material. Resolvemos que jogaríamos o jogo dos múltiplos de dois e três.

Era uma tarde de sol forte e por isso preferimos ir para a quadra coberta. Peço para a representante de turma buscar a chave da quadra e subimos os três lances de escadas até o local do jogo, com os grupos de múltiplos de dois e três já separados.

Ao chegar na quadra nos deparamos com o primeiro imprevisto: a porta da sala de bolas estava trancada. Eu não poderia deixar os alunos sozinhos na quadra enquanto iria pegar a chave. A representante de turma se prontificou a ir. Enquanto isso, os demais estudantes estavam cumprindo os combinados e ajeitando os grupos, intercalados, na roda da brincadeira.

A representante de turma não demora e retorna à quadra, já ofegante. Ela traz a informação de que somente os professores de Educação Física têm a chave da sala e que

---

<sup>24</sup> Os jogadores se posicionam em roda onde o objetivo é conseguir, colaborativamente, a maior quantidade de passes sem deixar a bola cair no chão.

não havia outra bola na escola. Essa era uma determinação recente, da qual eu não tinha conhecimento.

Ainda poderia haver uma solução. Eu tinha uma bola de vôlei no carro. Mas eu não poderia pedir para um estudante ir sozinho buscar no estacionamento e, tampouco, deixá-los sozinhos na quadra enquanto eu fosse. Então, descemos todos para a quadra aberta, ao lado do estacionamento. Peguei a bola no carro e fomos começar a brincadeira.

Iniciamos com os estudantes se posicionando no centro na quadra, mas logo se deslocaram para um canto com sombra, por causa do sol que estava forte e diretamente nos olhos de metade deles. No único lugar com alguma sombra, o problema era outro, o chão estava molhado, com algumas poças, o que reduzia ainda mais o espaço que ocupavam.

Preferiram a sombra e deram prosseguimento ao jogo. Percebi que os “múltiplos de dois” estavam pulando, mas os “múltiplos de três” não se agachavam. Nessa hora já estavam todos cansados da saga que havia se desenrolado até a brincadeira iniciar de fato e se estabilizar. Após um reforço e incentivo meu para todos fazerem as ações, a mecânica se estabeleceu. Ainda desordenada, mas estavam tentando melhorar. O tempo da aula acabou pouco depois.

A expectativa do planejamento era que, na aula seguinte, fosse feita uma atividade de observação das contagens em que cada grupo executava suas ações e que trabalhássemos o conceito de múltiplos em comum. Porém, devido ao pouco tempo que a dinâmica efetivamente aconteceu, modificou-se o planejado para a aula seguinte, retirando a etapa mencionada, relacionada aos fatos acontecidos durante a brincadeira.

Refletindo sobre a atividade realizada, avaliei que o objetivo matemático não foi alcançado. Já os objetivos atitudinais foram uma surpresa positiva, visto que os estudantes cumpriram os combinados pré-estabelecidos e sem que fossem lembrados a todo momento. Dias depois perguntei ao meu filho, estudante dessa turma, sobre essa atividade e o que ele achava ter sido o motivo principal da dinâmica não ter fluído:

– Claro, já estava todo mundo cansado, no sol, e você coloca para agachar. Os múltiplos de três estavam morrendo lá...

### **3. Construção da fundamentação teórica**

Com a intenção de provocar uma fenda nas ideias e metodologias tradicionais, almejando “romper com qualquer forma de opressão sobre a produção de conhecimento”

(D'Ambrosio; Lopes, 2015a, p. 378), assumiremos neste texto a perspectiva da insubordinação criativa na pesquisa.

Para mais, temos a intenção, assim como colocado por D'Ambrosio e Lopes (2015), de explorar o desconhecido, além de, particularmente, comunicar novas ideias por meio desse escrito, tentando proporcionar que elas adquiram maior relevância por meio das interações que virão a surgir a partir dessa comunicação:

[...] nesse processo, conforma-se uma escrita-tecido que convida seu leitor a operá-la não apenas desde a leitura e as compreensões e sensações que esta possa produzir, mas também junto à movimentação física do trabalho, com o intuito de tensionar o olho-corpo que percorre as palavras que ali unem, entrelaçam e amarram linhas e entrelinhas que escondem risos, silêncios, lutas e sentires (Miarka, 2022, p. 118).

Assim como Miarka (2022), nossa intenção não consiste em adjetivar determinada prática como insubordinada criativa, mas o que essa prática pode vir a produzir na Educação Matemática e no mundo e como, nós educadores e/ou pesquisadores, podemos potencializá-las.

A insubordinação aqui funciona, na verdade, como uma ferramenta docente capaz de modificar ou promover outras práticas: “insubordina-se criativamente para inaugurar novos mundos, e não para acumular novas práticas por meio da insubordinação” (Miarka, 2022, p. 125).

Pensando nisso é importante questionarmo-nos frequentemente quanto a nossa forma de ser um educador matemático:

[...] se nosso foco é a aprendizagem matemática de toda e qualquer pessoa, que práticas teremos que assumir para que este objetivo seja alcançado? Seremos ousados em pensar sobre ‘qual’ matemática se deseja aprender? Confrontaremos o currículo prescrito e a realidade de nossas turmas? (D'Ambrosio; Lopes, 2015b, p. 14).

A narrativa apresentada no tópico dois deste texto, escrita por uma educadora matemática, também autora deste capítulo, tem bastante do mencionado anteriormente. Suas práticas adotam como base as teorias que entendem o lúdico como um caminho viável na implementação de uma proposta séria e possível na/para as construções de conhecimentos. Intenta-se com essa abordagem propor um ambiente mais acolhedor, prazeroso, receptivo à diversidade, levando em consideração o contexto social, histórico e cultural dos sujeitos.

Além disso, lança-se às ações de insubordinação criativa como uma proposta democrática, humanizada, em prol do bem-estar dos sujeitos, suscetível a novas

perspectivas e, por que não, em acatar o lúdico como percurso possível para se alcançar tais objetivos.

De maneira a embasar esse pensamento, apresentamos as ideias defendidas por Vygotsky (1991), Huizinga (2007), Kishimoto (1999), Grando (2000; 2004), entre outros, que compreendem o jogo como algo que ultrapassa os muros escolares, revelando muito sobre a maneira como o aluno aprende e apreende a realidade que o cerca.

Vygotsky (1991) percebe o jogo como função social, objeto capaz de recriar a cultura, tal como Huizinga (2007) também o concebeu. Ambos entendem os jogos do “faz-de-conta” como uma alternativa para o sujeito se apropriar do mundo que o cerca, levando-o a compreender melhor essa realidade e seu papel social, utilizando a imaginação como ferramenta para esse entendimento.

Além disso, Vygotsky (1991) ainda ressalta a importância da ludicidade em favorecer a criação de zona de desenvolvimento proximal na criança, atuando fortemente na mudança entre o concreto e o abstrato. Essa zona seria a distância entre o que o sujeito já consegue realizar sozinho e o que ele ainda precisa de mediação, de auxílio para alcançar. O jogo atua nessa distância por ser uma possibilidade de impulsionamento para o sujeito se lançar a novas aprendizagens.

Huizinga (2007) corrobora com a ideia de que o jogo é mais antigo que a cultura por sua existência se dar antes da presença humana. Esse autor lança a ideia do jogo como algo irracional, ritual e regrado, afirmando que os animais brincam independente da ação dos homens. Assim, reafirma essa importância quando cita que “já há muitos anos que vem crescendo em mim a convicção de que é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve” (Huizinga, 2007, p. 1).

Dessa maneira, Huizinga (2007) apresenta o jogo como um encanto, um fascínio e que lança um feitiço no sujeito. Está ligado ao prazer, à alegria, à diversão, em antagonismo à seriedade e ao trabalho, embora entenda que o jogo, para a criança, se revele como uma ação compenetrada. Sendo assim,

[...] mesmo em suas formas mais simples, ao nível animal, o jogo é mais que um fenômeno fisiológico ou um reflexo psicológico. Ultrapassa os limites da atividade física ou biológica. É uma função *significante*, isto é, encerra um determinado sentido. No jogo existe alguma coisa ‘em jogo’ que transcende as necessidades imediatas da vida e conferem um sentido à ação. (Huizinga, 2007, p. 3-4, grifo do autor).



Contrariamente à essa ideia, Vygotsky (1991) entende que há o desprazer no jogo, devido ao fato de nem sempre se alcançarem os objetivos, a vitória e o sucesso nessa ação de brincar.

Moreira (1996) reforça tal paradigma quando observa que, para a criança, o jogo é muito mais que diversão e que carrega em si uma rica fonte de saberes, se constituindo em uma maneira de aprender a compreender e a lidar com a realidade que o cerca, trabalhando com o imaginário e com o prazer/desprazer. Sendo assim, para esse autor

[...] a criança que brinca, experimenta-se, constrói-se através do brinquedo. Ela aprende a dominar a angústia, a conhecer seu corpo, a fazer representações do exterior e, mais tarde, a agir sobre ele. O brinquedo, pois, é um trabalho de construção e de criação (Moreira, 1996, p. 54).

Kishimoto (1999) corrobora com essas ideias quando percebe o jogo como o resultado de um contexto social, revelando suas características linguísticas e agindo como um instrumento cultural aplicado à realidade que o cerca. Dessa maneira, entende que “cada contexto social constrói uma imagem de jogo conforme seus valores e modo de vida, que se expressa por meio da linguagem” (Kishimoto, 1999, p. 17).

Ligando a ideia da insubordinação criativa com a utilização do jogo em sala de aula, podemos nos apropriar da teoria defendida por Moreira (1996), quando entende que “cada vez que propomos um jogo estamos penetrando em uma zona desconhecida, pois quando efetivamente se joga, inevitavelmente se produz algo novo, se cria” (Moreira, 1996, p. 57).

Pela perspectiva da insubordinação, às ações propostas nos impelem a criar algo novo, capaz de nos levar a novos conhecimentos, trabalhando com as emoções positivas e negativas e nos levando a uma observação de si mesmo e no grupo como um todo.

Já Grando (2000; 2004) contribui para essa reflexão por conceber o sujeito como autor de seu processo de ensino e compreendendo o jogo como possibilidade de aprendizagens significativas, no estímulo da imaginação, da criação, do questionamento e incentivando a investigação, intentando o desenvolvimento de uma sociedade mais atuante, autônoma, colaborativa e criativa, assim como prevê a teoria da subversão responsável.

A partir da experiência aqui revelada com os jogos criados junto aos alunos e implementados pela docente, encontra-se respaldo no que nos diz Grando (2000) quando entende que o jogo de regras pode atuar para engendrar a relação entre alunos e professores, baseada em respeito, admiração e prevendo construções de saberes. Além

de reforçar a ideia de aprendizagem colaborativa, quando se aprende com o outro, seja por imitação ou tomando-o como referência, na intenção de superá-lo.

Não se está incentivando aqui a ideia da competição, mas ao contrário, estimula-se a ideia de que ao perder, outras possibilidades de aprender podem ser geradas. Essa questão ficou muito clara na proposta do jogo do *queimado matemático*, quando a saída do jogo se transformava em uma possibilidade de retorno no acerto da atividade sobre cálculos decimais.

Dando continuidade à essa ideia, Grandó (2000) prevê que no jogo de regras pode-se produzir relações quantitativas ou lógicas, sendo possível por meio dessas, raciocinar, demonstrar, solucionar problemas, levantar hipóteses, compreender e articular diferentes pontos de vista. Sendo assim, a autora ressalta o quanto o jogo revela sua importância para o campo educacional, se constituindo como um recurso capaz de contribuir para a construção de conhecimentos e de auxiliar no desenvolvimento do pensamento abstrato.

Compartilhamos do pensamento defendido por Grandó (2004, p. 10) e por autores como Leontiev e Kamii, quando esses ressaltam que

[...] os jogos, as brincadeiras, enfim, as atividades lúdicas exercem um papel fundamental para o desenvolvimento cognitivo, afetivo, social e moral das crianças, representando um momento que necessita ser valorizado nas atividades infantis. O que se observa é que a criança, quando vai à escola, leva consigo um grande conhecimento sobre as brincadeiras e os jogos que está acostumada a praticar em sua casa, ou na rua com seus colegas. É comum observamos, no recreio, muitas dessas brincadeiras se desenvolvendo. A questão que nos surge é: por que ‘no recreio’, e não ‘na sala de aula’?

A partir desse questionamento trazido pela autora, desenvolvemos nosso texto, relatando uma experiência sobre o lúdico, e logo nos veio a intenção de expô-la sob a perspectiva da insubordinação criativa. A intenção é pensar sob as perspectivas dos autores aqui relatados (Freire, Freinet, D’Ambrosio, Brião, Lopes, Grandó e outros) e trazer à tona a ideia de um aluno mais participativo, atuante, pensante, argumentador e construtor de conhecimento e cultura.

Para tal, também nos apoiamos na ideia defendida por Café (2018), quando nos revela o quanto o lúdico é capaz de ser utilizado como um recurso atuante na transformação da realidade escolar, deixando de lado a violência para estimular a troca de saberes, a curiosidade, a cooperação/colaboração, incentivando uma relação prazerosa e acolhedora, usando a criatividade na resolução de conflitos e no lidar com as diferenças. E, assim, possibilitando uma atenuação das desigualdades sociais que estruturam nosso

contexto, almejando a formação de sujeitos livres, que se percebam capazes de transformar essa realidade.

D'Ambrosio (2009) se faz presente nesse momento para reforçar que o desafio que se coloca para os educadores é que o conhecimento de hoje encontre eco no futuro. Pensando sobre essa lógica, pensamos em práticas que possam se revelar como formação de um sujeito mais engajado e consciente de sua realidade, que respeite o outro e suas diferenças. O lúdico assim, assume o papel de romper com a sociedade capitalista e competitiva e possibilita, em contrapartida, um espaço mais acolhedor e prazeroso para os sujeitos.

Essa ideia vem ao encontro da abordagem trazida por Assemany (2020), no que se refere a adoção de ações de insubordinação criativa no cotidiano da sala de aula, acreditando que, dessa maneira, poderemos vislumbrar a formação de sujeitos mais conscientes e críticos de seu papel social e almejando transformações na realidade. E assim,

[...] por acreditarmos que a construção resultante da reflexão e da tomada de decisão sobre suas ações profissionais conduz os educadores matemáticos a assumir atos de subversão responsável, consideramos que a insubordinação criativa exerce um papel importante quando propicia e estimula os docentes e investigadores a ousar, criar, inovar e (trans)formar a produção científica da Educação Matemática (Assemany, 2020, p. 99).

Sendo assim, intenta-se a busca por um espaço mais democrático, possibilitando aos sujeitos vez e voz, intencionando a criação de laços que favoreçam construções de conhecimentos. Para tal, pensa-se no educador descrito por Grandó (2004, p. 13) que “deve estar atento a essas manifestações e valorizar tais atitudes, propiciando ‘espaços’ em suas aulas para a ocorrência do resgate cultural.

A insubordinação criativa e o lúdico são alicerces potentes para que se alcance esse objetivo quando apresentam em seu cerne as ideias de bem-estar dos sujeitos, justiça social, ações éticas, troca de saberes, colaboração, desenvolvimento de autonomia e criatividade na busca por uma sociedade mais justa, respeitosa e plural. Esperamos ter corroborado com a explanação e confirmação dessas ideias na narrativa apresentada e nos entrelaços apontados com o referido referencial teórico.

Para mais, é importante dizer que os jogos aqui narrados podem ser utilizados para a abordagem de outros conteúdos, cabendo apenas ao professor fazer pequenas adaptações necessárias. Por exemplo, na prática aplicada sob a forma do jogo de queimado, poderíamos alterar os números decimais por qualquer outro conteúdo desejado

(frações, equações, operações com números inteiros etc.), bastando apenas trocar as questões que estariam nas fichas. Na atividade realizada por meio do jogo de vôlei poderíamos alterar os números dos múltiplos ou fazer com três grupos/números diferentes. Um desdobramento viável dessa atividade é utilizá-la como disparador para trabalhar o conceito de múltiplos comuns, fazendo a investigação daqueles os quais os grupos fizeram suas ações ao mesmo tempo.

As regras e os conteúdos podem ser analisados, discutidos e criados conjuntamente entre alunos e docentes. Afinal, o jogo se caracteriza como uma intervenção pedagógica capaz de gerar aprendizagem, quando proporciona um problema, um verdadeiro desafio, instigando conflitos cognitivos, que movem e envolvem os alunos com a atividade proposta, estimulando-os mais e mais (Grando, 2004).

Além disso, se configura igualmente como uma ação de insubordinação criativa quando favorece o desenvolvimento da autonomia, na colaboração dos sujeitos e na arte de criar algo novo e envolvente, capaz de possibilitar a esses um certo grau de pertencimento ao grupo em si.

Para reforçar a possibilidade de expandir as aulas de matemática para outros espaços, apostando na ludicidade, resolvemos trazer um exemplo similar ao apresentado em nosso texto.

Em Assemany e Santos (2021), é narrada a execução de uma tarefa sobre inequações do 1º grau, realizada na quadra, com estudantes do 1º ano do Ensino Médio.

Na prática relatada por Assemany e Santos (2021), foi desenhada uma reta numérica no chão da quadra e os estudantes deveriam se posicionar nela, cada aluno sobre um número na reta. Em seguida, o professor apresentava uma inequação de forma narrada, como por exemplo,  $x - 1 > 3$ , a qual o professor lia como: quais os números que subtraído uma unidade são maiores do que três? E questionava aos estudantes quais alunos estavam posicionados em soluções para ela.

Para esses autores (Assemany; Santos, 2021, p. 61),

[...] quando os estudantes estavam inseridos em uma atividade prática, eles ganhavam ânimo e motivação na procura de soluções para os problemas matemáticos, nomeadamente, em atividades fora do espaço da sala de aula, por proporcionar ludicidade.

Sabemos que tais práticas possuem limitações, assim como quaisquer outras que tentemos desenvolver com nossos estudantes, um grupo tão diverso, com interesses e vontades variadas. Contudo, acreditamos que, apesar disso, ainda há grande relevância em narrar tais ações lúdicas e, como vimos, insubordinadas criativas, com a finalidade de

compartilhar com outros educadores como pode ser benéfico se aventurar em outros caminhos e, dessa maneira, possivelmente, motivá-los a executar práticas semelhantes em suas docências.

Por meio das atividades desenvolvidas, a professora, também narradora e uma das autoras deste capítulo, avaliou que, no queimado, os estudantes se empenharam na busca de soluções pela motivação de voltarem ao jogo. No vôlei, buscaram diferentes estratégias para perceberem quando fariam suas ações, como contar de três em três ou nos números da tabuada do três.

#### **4. Possíveis conclusões**

A escola apresentada no texto pode ser pensada como uma realidade muito distinta de diversas outras instituições do nosso país. E o é. Trata-se de uma escola privada, situada em um grande centro urbano, apresentando uma grande amplitude e inúmeras possibilidades quanto ao espaço físico, além de um corpo docente atento e que acata as demandas colocadas pelos estudantes.

No entanto, percebe-se que, mesmo em espaços como esse, ainda se encontram caminhos possíveis para que os educadores possam refletir, reavaliar, reagir e modificar o cotidiano em suas salas de aula. Está previsto e se respeita o direito do ser humano de se compreender em sua inconclusão, assim citada por Freire (1997), como algo intrínseco ao sujeito.

Há que se pensar que a insubordinação criativa é uma ação que nos possibilita esse exercício de análise e questionamento, intencionando a transformação da realidade que nos cerca, visando o desenvolvimento de sujeitos participativos, atuantes, críticos, reflexivos e conscientes de seu papel social.

O lúdico encampa tal processo e auxilia nessa imersão quando provoca nesses mesmos sujeitos um prazer/desprazer que os impulsiona a buscar novas perspectivas, a trilhar caminhos nunca pensados, levando-os a se reconhecerem como seres sociais, históricos e culturais.

Uma das questões recorrentes nas práticas didáticas das cinco autoras desse texto relacionava-se ao pedido de seus alunos para se valerem de outros espaços da escola, o que acabou por despertar-lhes certa inquietação.

Essas cinco professoras, atuam em diferentes escolas e municípios, com distintas realidades. No entanto, foi unânime a fala de que os alunos solicitam atividades lúdicas, tempo livre, deslocamento para outros espaços como uma maneira de colocarem as suas

ideias em prática, de serem ouvidos e, ainda que talvez de forma inconsciente, se tornarem protagonistas do cenário educacional em que estão inseridos.

Embora não da mesma forma, inúmeros são os alunos e turmas que estão neste momento pedindo ao seu professor, dos anos iniciais aos finais, para que se desloquem para outro espaço que não a sala de aula, por exemplo: o auditório, a sala de vídeo, a quadra, o corredor... O quão insubordinado é esse pedido? Quantas vezes como docentes paramos para refletir que aquele pedido é quase que uma súplica de nossos alunos para que eles tenham domínio, pelo menos em um pequeno espaço de tempo, das ações que são impostas a eles? Ou pelo menos do local onde essas mesmas ações acontecerão?

A narrativa da professora, uma das autoras deste texto, nos leva a refletir sobre o quanto oferecemos espaços *outros* aos nossos alunos. Será que os alunos só pertencem à quadra quando estiverem em uma aula de Educação Física? Ou ao laboratório em uma aula de Ciências? Ou a sala de vídeo apenas em disciplinas de Linguagens e Humanas? E quanto às escolas que possuem pouco ou quase nada de espaços distintos para seus estudantes? O que a eles pertence? Uma mesa e um quadro? E a escola (como um todo) pertencerá quando aos principais autores dela (os educandos)?

Para que nossos estudantes se sintam parte do processo educativo é primordial que eles se sintam parte da escola. Desde as trocas às tomadas de decisão. E nós, enquanto docentes, temos a responsabilidade por estimular essas discussões e promover sua participação na escola.

Não estamos falando em transformar as aulas de Matemática, Português ou Ciências em atividades lúdicas e investigativas todos os dias, mas em propiciar aos nossos estudantes senso de responsabilidade, reflexão e autonomia. Assim, estaremos os auxiliando a compreender que a escola pertence a eles e não somente aquela sala de aula, que eles usam do início ao fim do ano letivo. Eles podem passar a compreender também que a quadra, o laboratório ou o corredor é espaço de pertença, contribuição e desenvolvimento de saberes.

Mesmo que, a princípio, tenhamos estudantes querendo a diversão e brincadeiras, ou até mesmo um descanso para além dos conteúdos disciplinares, que se dão sempre da mesma forma, sabemos que, ao passo que eles se descobrem parte da escola e a escola parte deles, até mesmo uma aula de matemática pode ser transformada em uma

brincadeira de *queimado* ou um simples *vivo ou morto*<sup>25</sup> pode ensinar tanto ou mais que vários quadros de múltiplos e divisores... Mesmo com muito sol.

Com esse texto pretendemos relatar e fundamentar essas experiências, para incitar que outras tantas sejam pensadas e colocadas em prática. Ele instiga a todos nós, enquanto docentes, à coragem de nos permitir, e permitir aos nossos estudantes, desbravar o desconhecido e ver beleza e aprendizado nele.

Que se possa ouvir mais os alunos, que se permita a criação de atividades individualmente ou colaborativamente. Que eles possam explorar a criatividade como forma de pensar autonomamente e diversificar as possibilidades em sala de aula.

Apresentamos aqui uma forma de conceber a escola e, sobretudo, as aulas de matemática, como um espaço de pertencimento, de aconchego e de prazer, em que se possa dar vez e voz, contribuindo para a formação de cidadãos conscientes e atuantes, protagonistas.

---

<sup>25</sup> Nesta brincadeira um dos participantes é escolhido para comandar, enquanto os outros formam uma reta, um ao lado do outro. Quem comanda dá orientações aos demais com as palavras “morto”, que indica que os participantes deverão se agachar, e “vivo”, indicando que deverão se levantar.

## Referências Bibliográficas

- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- ASSEMANY, D. Insubordinação criativa, auto(trans)formação e conexões matemáticas: engendrando saberes na autoformação de professores portugueses. 2020. 358 f. **Tese** (doutorado em Ensino e Divulgação das Ciências) – Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Porto, 2020.
- ASSEMANY, D.; SANTOS, R.; Narrativas em avaliação insubordinada criativa: reflexões de um professor-pesquisador. **Comunicações**, Piracicaba, v. 28, n. 3, p. 55-69, 2021.
- BRIÃO, G. Algumas insubordinações criativas presentes na prática de uma professora de matemática. In: D'AMBROSIO, B.; LOPES, C. (Org.). **Ousadia criativa nas práticas de educadores matemáticos**. 1. ed. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2015, p. 87-102.
- CAFÉ, A. O jogo lúdico na escola de ensino básico. **Licere**, Belo Horizonte, v. 21, n. 4, p. 1-25, 2018.
- D'AMBROSIO, B. LOPES, C. (Org.). **Vertentes da subversão na produção científica em Educação Matemática**. 1. ed. Campinas, SP: Mercado de letras, 2015a.
- D'AMBROSIO, B. LOPES, C. (Org.). **Ousadia criativa nas práticas de educadores matemáticos**. 1. ed. Campinas, SP: Mercado de letras, 2015b.
- FILHO, A. L. Livre expressão: a perspectiva freinetiana de educar. **E-Mosaicos: Revista Multidisciplinar de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura do Instituto Fernando Rodrigues da Silveira (CAP-UERJ)**, Rio de Janeiro, v. 5, n. 10, p. 3-11, 2016.
- FREIRE, P. **Pedagogia da Esperança: Um Reencontro com a Pedagogia do Oprimido**. 4. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.
- FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 71. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2019.
- GRANDO, R. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. 2000. 239 f. **Tese** (doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2000.
- GRANDO, R. **O jogo e a Matemática no contexto da sala de aula**. 1. ed. São Paulo, Paulus, 2004.
- HUIZINGA, J. **Homo ludens: o jogo como elemento da cultura**. 5. ed. São Paulo: Perspectiva, 2007.
- KISHIMOTO, T. (Org.). **Jogo, Brinquedo e a Educação**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1999.
- LOPES, C. As narrativas de duas professoras em seus processos de desenvolvimento profissional em Educação Estatística. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 49, p. 841-856, 2014.
- MIARKA, R. A insubordinação criativa na educação matemática: da adjetivação à verbalização. In: D'AMBROSIO, B. LOPES, C. (Org.). **Subversão responsável e formação de professores**. 1. ed. Campinas, SP: Mercado de letras, 2022, p. 109-127.
- MOREIRA, P. **Psicologia da Educação: interação e identidade**. 2. ed. São Paulo: FTD, 1996.
- VYGOTSKY, L. S. **A Formação social da mente**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.



## Capítulo 6

### Provas e demonstrações através da resolução e proposição de problemas de geometria analítica utilizando o geogebra

*Mário Barbosa da Silva*

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

*Norma Suely Gomes Allevato*

Universidade Cruzeiro do Sul

#### Introdução

Pesquisadores em Educação Matemática, como Hanna (1990), Hanna e Barbeau (2010), Balacheff (2008), Silva (2016), Silva e Junior (2020), entre outros, enfatizam a importância de desenvolver atividades em sala de aula que envolvam provas e demonstrações, visando promover a compreensão em Matemática, bem como o desenvolvimento, a criação, a reflexão e a comunicação do conhecimento matemático, tanto na Educação Básica como na Educação Superior.

O trabalho com Matemática é essencial para favorecer a aquisição e desenvolvimento de importantes habilidades intelectuais e de aprendizagem para a formação dos estudantes, tais como: elaborar conjecturas; resolver e propor problemas; validar estratégias de resolução e resultados; refletir e refutar as respostas dos seus pares; desenvolver raciocínio por meio da intuição, indução e dedução; utilizar procedimentos e conceitos matemáticos nas resoluções e estabelecer conexões e aplicações em diferentes contextos.

Esses aspectos também são evidenciados nos documentos oficiais atuais em âmbito nacional e internacional, ao recomendar, para prova e demonstração matemática, um lugar mais proeminente nas atividades escolares. Neste sentido, pesquisadores (Boavida; Gomes; Machado, 2002; Ferreira, 2016) e alguns documentos normativos e de orientação curricular (Brasil, 2018; NCTM, 2000) são contundentes em defender que prova e demonstração em Matemática sejam trabalhadas com os estudantes em todos os níveis de ensino. Ademais, pesquisadores em Educação Matemática, formadores de professores e os próprios professores têm um desafio significativo de ajudar os estudantes para que

compreendam os raciocínios e a importância da prova matemática (Hanna; De Villiers, 2012).

Acreditamos que em um contexto envolvendo provas e demonstrações matemáticas a proposição e resolução de problemas sejam atividades essenciais na formação do estudante, podendo ser associadas à implementação dos recursos tecnológicos digitais impostos pelo advento, inclusive, das mídias sociais e pelas exigências do mercado de trabalho.

Nos processos de ensino e aprendizagem, os recursos tecnológicos permitem ao estudante desenvolver conhecimento sobre conceitos e procedimentos matemáticos, resolver e elaborar problemas, formular e testar conjecturas, fortalecer e aprimorar a compreensão de resultados, avaliar a validade das suas resoluções e das de outros estudantes em situações diversificadas, com autonomia e aplicação de conhecimentos matemáticos. Além disso, a relação entre prova/demonstração e a proposição e resolução de problemas, em particular na Geometria Analítica, utilizando tecnologia pode se caracterizar em um importante contexto de compreensão de conceitos, propriedades e definições; de estabelecimento de conexões de ideias e conceitos matemáticos; e de suas articulações na proposição e resolução de problemas.

Lucast (2003, p. 43) acredita numa relação íntima entre a resolução de problemas e a prova matemática, devido às convergências de objetivos que ambas apresentam nos processos de ensino e aprendizagem em Matemática, em que o estudante deverá pensar “cuidadosamente sobre a arquitetura de seus métodos de solução”, tanto para encontrar a resposta do problema como para desenvolver a prova matemática.

Diante desses aspectos, nos questionamos: como podemos promover atividades em que o estudante desenvolva provas e demonstrações em relação a conceitos de Geometria Analítica, especificamente sobre Circunferência, envolvidos em situações de aprendizagem fundamentadas na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Proposição e Resolução de Problemas?

Assim, o presente trabalho tem como objetivo apresentar o desenvolvimento e a análise de atividade sobre circunferências para estudantes do Ensino Médio, fundamentada na proposição e resolução de problemas. A proposta busca promover a aprendizagem e a compreensão desse conteúdo, bem como estimular os estudantes a elaborar provas e demonstrações matemáticas. Além disso, será indicado o GeoGebra como recurso tecnológico para auxiliar o processo de ensino em sala de aula.

Para fundamentar este trabalho, na sequência desta introdução, realizamos breve discussão teórica. Em seguida, explicitamos os procedimentos metodológicos adotados; apresentamos a discussão e análise da atividade proposta; as considerações finais sobre esse estudo e, por fim, as referências.

### **Fundamentação teórica**

A literatura em Educação Matemática, tanto nacional quanto internacional, apresenta uma ampla conceituação para os termos explicação, prova e demonstração matemática relacionada ao seu ensino. A aparente falta de concordância entre esses termos sugere que há diferenças significativas em sua compreensão, principalmente no contexto escolar. Segundo Balacheff (2008, p. 501) no entanto, é importante “ser explicadas e relacionadas de uma maneira que mantenha coerente a compreensão geral que temos dos processos e fenômenos relacionados ao aprendizado e ao ensino de prova matemática”.

Para este pesquisador, existe uma relação entre a explicação, a prova e a demonstração matemática. A explicação visa esclarecer e validar um argumento a partir do entendimento do estudante, por meio de conhecimento próprio e sem regras. Ela permite a discussão, aceitação ou a rejeição do argumento. Por outro lado, a prova consiste em uma explicação respaldada por argumentos convincentes e aceita por uma comunidade. Já a demonstração matemática é caracterizada por um conjunto bem definido de regras e atende aos padrões atuais estabelecidos pela comunidade de matemáticos. (Balacheff, 2019)

Concordamos com Mod (2016, p. 90) ao enfatizar que “a riqueza da demonstração de um teorema não reside somente na prova da tese nele contida, mas na Matemática que é desenvolvida pelas tentativas de demonstração”. Nesse mesmo sentido, Rav (1999, p. 20) considera que a importância da prova matemática não seria apenas a validação de teoremas, mas os aspectos didáticos que ela apresenta, de modo que “[...] Todo o arsenal de metodologias matemáticas, conceitos, estratégias e técnicas de resolução de problemas, o estabelecimento de interconexões entre teorias, a sistematização de resultados — todo o conhecimento matemático está embutido em provas”.

Para Hanna (1990, p. 6, grifo nosso), há que se considerar três aspectos distintos da prova no âmbito da Educação Matemática

1. **Prova formal:** prova como um conceito teórico em lógica formal (ou metalógica), que pode ser pensado como o ideal do qual a prática matemática real apenas se aproxima.
2. **Prova aceitável:** prova como um conceito normativo que define o que é aceitável para matemáticos qualificados.
3. **O ensino da prova:** a prova como atividade na educação matemática que serve para elucidar ideias que valem a pena transmitir ao aluno.

A pesquisadora esclarece que a prova formal foi desenvolvida para evitar erros graves e a dependência de evidências intuitivas e do julgamento humano. A prova aceitável, por sua vez, tem como objetivo apresentar implicações relevantes para o campo da Matemática e estabelecer conexões com outras áreas do saber. Por fim, o ensino da prova tem objetivo de empregar ideias matemáticas para evidenciar como as propriedades utilizadas nesse processo são essenciais para encontrar os resultados desejados.

Segundo Hanna (1990), o ensino da prova (o terceiro apresentado acima) pode ser dividido em dois tipos legítimos, os quais atendem aos requisitos para uma prova matemática e estabelecem a validade de uma afirmação matemática. Não há distinção no grau de rigor entre eles, e ambos são aceitos pela comunidade matemática, são eles: (1) provas que provam e (2) provas que explicam.

A importante distinção existente entre esses dois tipos de provas, segundo Hanna (1990), está relacionada ao aspecto pedagógico, ou seja, à abordagem empregada em cada tipo. Enquanto as provas que provam têm por objetivo evidenciar que um determinado teorema matemático é verdadeiro, as provas que explicam também apresentam esse mesmo objetivo, além de evidenciar quais propriedades, ideias e conceitos matemáticos foram empregados para comprovar a veracidade do teorema. Em outras palavras, as provas que explicam possuem dois principais objetivos: estabelecer a veracidade e promover a compreensão do conteúdo matemático, indo além do mero procedimento realizado. É importante ressaltar que nem todas as provas são passíveis de explicação (Hanna, 1990).

Conseqüentemente, em um contexto de sala de aula, a prova matemática deve ser tanto portadora quanto impulsionadora do desenvolvimento do conhecimento matemático, conforme apontou Rav (1999). Ademais, é necessário que a prova explique as propriedades e os conceitos empregados na resolução de problemas, a fim de tornar os processos de ensino e aprendizagem mais significativos para os estudantes (Hanna, 1990).

Orientações curriculares atuais ressaltam que “[...] os diferentes significados e interpretações dados à atividade de provar em matemática devem estar relacionados aos conceitos matemáticos e aos contextos em que a atividade se realiza” (São Paulo, 2019,

p. 48). Apesar de a Matemática estar alicerçada em um sistema hipotético dedutivo, é fundamental considerar o papel heurístico <sup>26</sup> da experimentação na aprendizagem Matemática (BRASIL, 2018).

Para De Villiers (2010), as principais funções da experimentação (sem ordem específica) na prova matemática no ambiente escolar são: elaboração de conjectura, verificação, refutação global, refutação heurística e compreensão com o propósito de refinar as respostas dos estudantes e a compreensão dos conceitos abordados. O pesquisador acredita na relação íntima entre experimentação e dedução matemática, ressaltando que a experimentação pode desenvolver habilidades cognitivas no estudante tal que

[...] em matemática, a experimentação e a dedução complementam-se em vez de se oporem. Geralmente, nossa certeza matemática não se baseia exclusivamente em métodos lógico-dedutivos ou experimentação, mas em uma saudável combinação de ambos. Os alunos devem desenvolver um ceticismo saudável sobre as evidências empíricas e as provas dedutivas em matemática e aprender a examiná-las cuidadosamente. O pensamento intuitivo e a experiência experimental ampliam e enriquecem; eles não apenas estimulam a reflexão dedutiva, mas também podem contribuir para sua qualidade crítica, fornecendo contra-exemplos heurísticos. A matemática intuitiva, informal e experimental é, portanto, uma parte integrante da matemática genuína. (Wittmann, 1981, p. 396 apud De Villiers, 2010, p. 216-217)

Acreditamos que o contexto de aprendizagem através da proposição e resolução de problemas pode favorecer a compreensão dos conteúdos abordados e da prova matemática, devido ao potencial de despertar no estudante o desafio e a curiosidade para solucionar o problema proposto. Esses pressupostos estão em consonância com o conhecimento matemático, principalmente com a prova, pois a prática matemática apresenta um relacionamento íntimo com a descoberta, criatividade, explicação, intuição e dedução, que também estão presentes na proposição e resolução de problemas.

Assim, em um cenário de proposição e resolução de problemas, podem surgir evidências de provas empíricas que podem se tornar uma demonstração formal após os estudantes aprenderem a examiná-la cuidadosamente conforme especificou Wittmann (1981 apud De Villiers, 2010). Ademais, é importante considerar qual é a técnica de organização ou arte empregada na solução do problema (Lucast, 2003).

---

<sup>26</sup> O papel heurístico refere-se as estratégias ou abordagens informais que o estudante pode utilizar para argumentar, conjecturar, testar casos particulares, explorar exemplos e contraexemplos, identificar padrões, entre outros visando criar argumentos que possam conduzi-los a uma prova válida.

E, ainda, a utilização de um software de geometria dinâmica pode promover um melhor desempenho dos estudantes nesse contexto, conforme discutiremos na próxima seção.

### **Provas e demonstrações com o recurso tecnológico**

O advento das tecnologias digitais de informação e comunicação proporcionou transformações importantes e estruturais na sociedade, ao possibilitar uma maior interação entre o ser humano e os recursos informatizados em prol do seu desenvolvimento social, cultural, profissional e acadêmico.

No âmbito educacional, diversos pesquisadores e documentos oficiais, tanto nacionais como internacionais, têm mencionado aspectos significativos dos recursos tecnológicos que podem contribuir para os processos de ensino e aprendizagem. Isso se deve às potencialidades de despertar o interesse, a curiosidade, a criatividade e o protagonismo do estudante, além de auxiliá-lo na compreensão dos conceitos abordados. Ressalte-se que a função do professor nesse contexto deve ser a de mediador e não mais de transmissor.

Segundo Valente (1999, p. 22), os recursos tecnológicos na sala de aula possibilitam uma mudança de papéis tanto para o estudante como para o professor. Nesse sentido, “a ênfase da Educação deixa de ser a memorização da informação transmitida pelo professor e passa a ser a construção do conhecimento realizada pelo aluno de maneira significativa, sendo o professor o facilitador desse processo de construção”.

Em particular, a pesquisa de Batistela, Barbariz e Lazari (2016, p. 207) destaca a relação entre os recursos tecnológicos e a Matemática, evidenciando que o computador “oferece ferramentas de cálculos, resoluções, simulações, explorações e esboços, por exemplo”. Além disso, o computador contribui para a atividade matemática ao permitir verificações, teste de hipóteses iniciais e a elaboração e reelaboração de conjecturas, processos essenciais na produção de demonstrações matemáticas.

Assim, os recursos tecnológicos podem ser utilizados com o objetivo de auxiliar os estudantes na compreensão das propriedades dos conceitos matemáticos, na elaboração de provas e demonstrações matemáticas, além de permitir o desenvolvimento de atividades que vão além das propiciadas apenas por papel e lápis (Borba; Villarreal, 2005).

Lourenço (2002, p. 104) ressalta que as representações visuais de proposições matemáticas, proporcionadas por um software de geometria dinâmica, por exemplo, adquirem grande credibilidade; e afirma que “quando bem conduzidas, construções,

figuras e esboços de gráficos apontam para resultados corretos e até sugerem caminhos que permitem o desenvolvimento do raciocínio lógico”. Nesse mesmo sentido, De Villiers (2001) considera que os ambientes de geometria dinâmica proporcionam, na sala de aula, uma relação entre o estudante e a demonstração matemática, de modo que quando os estudantes precisam verificar a veracidade de um resultado, são desafiados a buscar argumentos dedutivos para explicá-los, promovendo uma compreensão eficaz e justificativa da sua resposta.

Mariotti (2019, p. 179) enfatizou que as potencialidades de um software de geometria dinâmica estão relacionadas às construções estáveis<sup>27</sup> que os estudantes precisam realizar visando evocar os significados teóricos das construções geométricas realizadas e, também, “todas as propriedades que delas podem ser derivadas segundo a geometria euclidiana”.

Concordamos com essas pesquisas e com os documentos oficiais ao enfatizarem a relevância que os recursos tecnológicos podem adquirir no contexto educacional. Um ambiente de geometria dinâmica, tal como o GeoGebra, pode fomentar situações de aprendizagem que possibilitem o desenvolvimento do conhecimento matemático, a elaboração e reelaboração da dedução e uma melhor compreensão de uma prova matemática desencadeada pela e dando sustentação à resolução e proposição de problemas, as quais serão abordadas nas próximas seções.

### **Resolução e proposição de problemas na aprendizagem matemática**

A literatura em resolução e proposição de problemas matemáticos se constitui de numerosa e diversificada gama de pesquisas em todos os níveis de ensino em âmbito nacional (Possamai; Allevato, 2022b; Allevato; Onuchic, 2021; Andreatta; Allevato, 2020) e internacional (Zhang; Cai, 2021; Cai; Hwang, 2020; Leikin; Elgrably, 2020, Cai; Lester, 2012).

De acordo com algumas orientações curriculares e documentos oficiais (Brasil, 2018; NCTM, 2000), assim como com a comunidade de pesquisadores em Educação Matemática, a resolução e a proposição de problemas são consideradas estratégias de aprendizagem que visam à compreensão dos conteúdos abordados, ao desenvolvimento intelectual e à criatividade dos estudantes, de forma cada vez mais complexa. Além disso, a criatividade é uma condição necessária para a construção do conhecimento, segundo

---

<sup>27</sup> Construções estáveis consistem em figuras geométricas construídas respeitando a lógica de construção e utilizando as devidas propriedades matemáticas.

Leikin (2016), e fundamental para estabelecer uma conexão com as habilidades de provas matemáticas (Savic; Karakok; Tang; Turkey; Naccarato, 2017).

### **Resolução de problemas**

A busca pela melhoria da compreensão e da qualidade do aprendizado matemático é notório tanto nos documentos oficiais em âmbito nacional e internacional como nas pesquisas em Educação Matemática. Nesse contexto, algumas metodologias de ensino, tais como a modelagem matemática, as investigações matemáticas e, principalmente, a resolução de problemas, têm fundamentado trabalhos e contribuído significativamente para a melhoria da qualidade de ensino de Matemática.

Cai e Lester (2012) especificam que a resolução de problemas tem como objetivo promover desafios intelectuais nos estudantes, visando à compreensão dos conteúdos matemáticos. Além disso, Allevato e Onuchic (2021, p. 53) são contundentes ao enfatizar que a resolução de problemas deve possibilitar “o desenvolvimento de processos sofisticados de pensamento matemático”.

A dinâmica de trabalho defendida pelas autoras, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige uma nova postura, tanto do professor como do aluno. O processo é centrado no aluno enquanto o professor atua como mediador, incentivador, questionador.

Allevato e Onuchic (2021) sugerem dez etapas a serem seguidas para promover aprendizagem de Matemática em sala de aula com essa metodologia:

(1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas. (Allevato; Onuchic, 2021, p. 52)

A eficácia da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas decorre de um conjunto de fatores e saberes, segundo os pesquisadores nesta linha de pesquisa, porém os primordiais para Onuchic e Allevato (2011, p. 82) são as funções atribuídas ao professor e ao estudante. "O Professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir, sendo dos alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretende atingir". Ressalte-se que, nessa metodologia:



[...] os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema [o problema gerador] que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. (Onuchic; Allevato, 2011, p. 85)

Aos aspectos supracitados acrescenta-se os apontados pelos pesquisadores Liljedahl e Cai (2021, p. 725): os estudantes em um ambiente colaborativo de resolução de problemas podem beneficiar-se “não apenas dos recursos que obtém dos colegas de grupo, mas também compartilhar suas próprias ideias, explicar seus pensamentos e justificar suas resoluções e o progresso como indivíduo é promovido pelo feedback positivo que recebem dos colegas de grupo”.

Nessa perspectiva, acreditamos que o trabalho com a resolução de problemas tem um impacto significativo nos processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos. E, ao associar essa metodologia de ensino à proposição de problemas, é possível criar um ambiente que requer um alto nível de envolvimento de atividade cognitiva pelo estudante, de modo que essa abordagem “fornecer contextos intelectuais para o rico desenvolvimento dos alunos” (Zhang; Cai, 2021, p. 962).

### **Proposição de problemas**

Cai et al. (2015, p. 26) consideram que as atividades de proposição de problemas pelos estudantes são uma maneira promissora de ensino, que além de oportunizarem a compreensão do conteúdo matemático, desafiam e estimulam o pensamento do estudante, pois “as atividades de proposição de problemas geralmente são tarefas cognitivamente exigentes com o potencial de fornecer contextos intelectuais para o desenvolvimento rico de matemática dos alunos”.

Conforme Leikin e Elgrably (2020), a proposição de problemas no contexto escolar permite a aplicação de tarefas desafiadoras, promovendo principalmente a criatividade e o conhecimento matemático, e o elevado desenvolvimento cognitivo do estudante. Essa abordagem também fomenta a busca por justificativas formais e provas matemáticas, auxiliadas pelas tecnologias digitais.

De acordo com Zhang e Cai (2021, p. 962), a proposição de problemas pode revelar a compreensão conceitual dos estudantes, sua capacidade de raciocinar e se comunicar

matematicamente, bem como seu interesse e a sua curiosidade, pois “fornece oportunidades de aprendizado de piso baixo, mas de teto alto”. Mesmo os alunos com mais dificuldades, quando estão engajados nesse contexto, são capazes de proporem problemas (piso baixo), e utilizam todo o seu potencial para compreender a situação em que se encontram envolvidos, para propor problemas com elevado grau de complexidade (teto alto).

Para esses pesquisadores, o estímulo ao estudante a propor novos problemas não apenas auxilia na identificação de suas compreensões dos conteúdos matemáticos, mas também promove o desenvolvimento de estratégia de resolução mais avançadas, tanto para os proponentes do problema como para aqueles que o resolverão. Esses fatos também são corroborados na pesquisa de Possamai e Allevato (2022b), ao ressaltarem que a proposição de problemas valorizou as resoluções dos estudantes, permitindo que eles avançassem em sua aprendizagem.

Desta forma, acreditamos que o professor de Matemática ao promover atividades através da resolução e proposição de problemas matemáticos em sala de aula, pode despertar não apenas o interesse dos estudantes pelo seu aprendizado, mas estimular a criatividade, a compreensão e a elaboração de provas matemáticas utilizando o auxílio de um recurso tecnológico. Ademais, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução e Proposição de Problemas será uma ferramenta importante como prática pedagógica para o professor atingir os objetivos propostos.

### **Proposta de atividade para sala de aula**

Este estudo se caracteriza por uma pesquisa teórica, que segundo Demo (2000, p. 20) trata-se da pesquisa que é “dedicada a reconstruir teoria, conceitos, ideias, ideologias, polêmicas tendo em vista, em termos imediatos, aprimorar fundamentos teóricos”, e tem por objetivo apresentar e analisar uma atividade idealizada para promover uma situação de aprendizagem sobre circunferências fundamentada na proposição e resolução de problemas para estudantes do Ensino Médio, com a intenção de promover a aprendizagem e a compreensão de conteúdo, bem como a elaboração de provas e demonstrações utilizando o GeoGebra em sala de aula. Como pesquisadores, formadores e professores da Educação Básica, também consideramos relevante minimizar as lacunas existentes em atividades de provas matemáticas no contexto escolar.

Para atingir o objetivo pretendido, é essencial que o problema a ser trabalhado tenha o potencial para desafiar o estudante, exigindo o pensar; promovendo um trabalho árduo

de elaboração de procedimentos de resolução e de aprendizagem de conteúdo matemático e suas conexões com outras áreas do saber e, também, capacitando o estudante a encontrar generalizações e elaborar provas e demonstrações matemáticas.

Para Lester e Cai (2016, p. 122), é possível promover situações de aprendizagem em sala aula centradas em ‘problemas que valham a pena’, que venham ao encontro do que estamos almejando. Segundo os pesquisadores, os “problemas matemáticos que são verdadeiramente problemáticos e envolvem matemática significativa têm o potencial de fornecer os contextos intelectuais para o desenvolvimento matemático dos alunos”.

No Quadro 1, apresentamos uma questão retirada de livro didático relacionada ao conceito de circunferência para ser aplicada em uma turma do 3º ano do Ensino Médio.

**Quadro 1:** Problema sobre conceito de circunferência

Duas emissoras de rádio, a primeira com uma potência que é o dobro da segunda, estão separadas por uma distância de 5 quilômetros. Sabe-se que a intensidade com que um receptor recebe os sinais emitidos é proporcional à potência e inversamente proporcional ao quadrado da distância da emissora ao receptor. Determine os pontos nos quais a qualidade de recepção das emissoras é a mesma.

**Fonte:** Giovanni e Bonjorno, 2005, p. 82

Giovanni e Bonjorno (2005) apresentam uma questão com o intuito da fixação do conteúdo já apresentado anteriormente aos estudantes, relativos à equação da circunferência e seus elementos. No Quadro 2, é apresentada a reformulação dessa questão, com o propósito de que seja um problema gerador.

**Quadro 2:** Problema gerador sobre as emissoras de rádio

Duas emissoras de rádio, a primeira com uma potência que é o dobro da segunda, estão separadas por uma distância de 5 quilômetros. Sabe-se que a intensidade ( $I$ ) com que um receptor recebe os sinais emitidos é proporcional à potência ( $P$ ) e inversamente proporcional ao quadrado da distância ( $d$ ) da emissora ao receptor, segundo a equação:  $I = \frac{P}{d^2}$ .

- a) Faça uma possível representação do problema utilizando o GeoGebra. Justifique sua resposta.
- b) Determine os pontos nos quais a qualidade de recepção das emissoras é a mesma. Justifique sua resposta.
- c) Utilizando o GeoGebra, faça a representação dessa situação com a resposta do item anterior e informe qual é o tipo da figura encontrada e os seus elementos.
- d) Explore o software de geometria dinâmica e crie novas figuras similares à situação expressa no problema justificando cada representação nova.
- e) A figura encontrada sugere qual significado em relação à situação expressa no problema?
- f) A expressão encontrada no item (b) pode ser representada de outra maneira? Como?
- g) No seu conhecimento, este novo conteúdo está relacionado com outro conceito matemático? Justifique sua resposta.
- h) Encontre a expressão analítica que generaliza o item (b). Justifique sua resposta.
- i) Elabore um novo problema sobre o conteúdo que foi evidenciado nos itens anteriores para propor aos seus colegas.

**Fonte:** Adaptado de Giovanni e Bonjorno, 2005, p. 82

De acordo com o Allevato e Onuchic (2021), o ensino e a aprendizagem de um novo conteúdo matemático deve iniciar-se utilizando um problema gerador, que em nossa proposta tem objetivo de promover a aprendizagem do conceito e da equação da circunferência. Pressupomos que a dedução formal dessa equação pode ser auxiliada pelo GeoGebra, devido aos aspectos dinâmicos<sup>28</sup> proporcionado por esse software. Ademais, o problema gerador deve instigar e desafiar a capacidade intelectual do estudante, conforme apontam Cai e Lester (2012).

Após a reformulação do enunciado da questão visando constituir um problema gerador que valha a pena, pretendemos discutir cada item proposto com vistas à implementação das dez etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, segundo Allevato e Onuchic (2021). Ressalte-se que, para essa atividade, é necessário que o estudante apresente alguns conhecimentos prévios tanto sobre o recurso tecnológico, em nosso caso, especificamente, o GeoGebra, quanto os de Matemática, tais como: proporcionalidade, fatoração, produto notável, operações e manipulações algébricas, distância entre dois pontos para auxiliá-lo na resolução e na compreensão dos conceitos envolvidos.

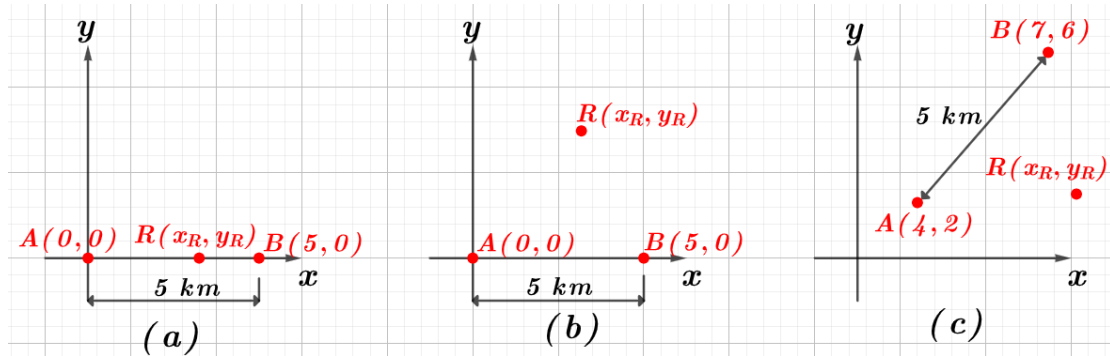
A primeira etapa da metodologia, é a proposição do problema gerador pelo professor aos estudantes. Em seguida, ocorre a leitura individual (etapa dois), seguida pela leitura em pequenos grupos, composto por três ou quatro alunos, para iniciar a resolução (etapas três e quatro). Caso os estudantes apresentem dificuldades na compreensão do problema gerador, é essencial que o professor faça a leitura em conjunto com eles, questionando-os sobre os conhecimentos já estudados, ajudando-os a lembrar e esclarecendo suas dúvidas.

O item (a) tem como objetivo possibilitar ao estudante a utilização do recurso tecnológico para elaborar a representação do problema, fomentar argumentações sobre a representação realizada para que consiga, criar a sua estratégia de resolução e validar seus argumentos a partir do seu entendimento (Balacheff, 2019). Na Figura 1, são apresentadas algumas representações que o estudante poderá esboçar:

---

<sup>28</sup> Os aspectos dinâmicos são as possibilidades que o software de geometria dinâmica oferece ao estudante para experimentar, visualizar, desenvolver estratégias de resolução, desenvolver argumentos e conjecturas, encontrar padrões, propriedades matemática, provar e demonstrar matematicamente.

Figura 1: Representação do problema gerador



Fonte: Acervo próprio

No item (b), pretendemos que o estudante utilize seus conhecimentos prévios para dar iniciação à resolução e apresente uma possível resposta, que pode ser similar ou não às que apresentaremos a seguir:

Figura 1 (a): a unidade receptora está entre as duas emissoras, sobre o eixo da abscissa.

Sendo  $I_{EA}$  a intensidade de recepção do sinal emitido por A;  $I_{EB}$  a intensidade de recepção do sinal emitido por B;  $P_A$  a potência da emissora A;  $P_B$  a potência da emissora B e  $I = \frac{P}{d^2}$ , temos:

$$\begin{aligned} I_{EA} = I_{EB} &\Rightarrow \frac{P_A}{(d_{AR})^2} = \frac{P_B}{(d_{RB})^2} \Rightarrow \frac{2P_B}{(d_{AR})^2} = \frac{P_B}{(d_{RB})^2} \\ &\Rightarrow \frac{2P_B}{(5-x)^2} = \frac{P_B}{x^2} \\ &\Rightarrow 2x^2 = (5-x)^2 \\ x' &= 5\sqrt{2} - 5 \text{ e } x'' = -(5\sqrt{2} + 5) \end{aligned}$$

Figura 1(b): a unidade receptora está em um ponto do primeiro quadrante e as emissoras, sobre o eixo x, A (0, 0) e B (5, 0).

$$\begin{aligned} d_{AR} &= \sqrt{(x_R - x_A)^2 + (y_R - y_A)^2} \text{ e } d_{RB} = \sqrt{(x_R - x_B)^2 + (y_R - y_B)^2} \\ I_{EA} = I_{EB} &\Rightarrow \frac{P_A}{(d_{AR})^2} = \frac{P_B}{(d_{RB})^2} \Rightarrow \frac{2P_B}{(d_{AR})^2} = \frac{P_B}{(d_{RB})^2} \\ &\Rightarrow \frac{2P_B}{(\sqrt{(x_R - x_A)^2 + (y_R - y_A)^2})^2} = \frac{P_B}{(\sqrt{(x_R - x_B)^2 + (y_R - y_B)^2})^2} \\ &\Rightarrow \frac{2}{(x_R - 0)^2 + (y_R - 0)^2} = \frac{1}{(x_R - 5)^2 + (y_R - 0)^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2[(x_R - 5)^2 + (y_R - 0)^2] = (x_R - 0)^2 + (y_R - 0)^2$$

$$x_R^2 + y_R^2 - 20x_R + 50 = 0$$

Figura 1(c): caso o estudante utilize um outro ponto qualquer do plano cartesiano, por exemplo, sendo A (4, 2) e B (7, 6), temos:

$$I_{EA} = I_{EB} \Rightarrow \frac{P_A}{(d_{RA})^2} = \frac{P_B}{(d_{RB})^2} \Rightarrow \frac{2P_B}{(d_{RA})^2} = \frac{P_B}{(d_{RB})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{(x_R - 4)^2 + (y_R - 2)^2} = \frac{1}{(x_R - 7)^2 + (y_R - 6)^2}$$

$$\Rightarrow 2[(x_R - 7)^2 + (y_R - 6)^2] = (x_R - 4)^2 + (y_R - 2)^2$$

$$x_R^2 + y_R^2 - 20x_R - 20y_R + 150 = 0$$

As resoluções supracitadas podem surgir em sala de aula devido à natureza aberta<sup>29</sup> do problema gerador. Todas as resoluções estão corretas, mas a resolução a partir da Figura 1(a) pode causar um desvio do conteúdo planejado (circunferência), uma vez que uma equação do segundo grau é gerada. Nesse caso, o professor precisa orientar o estudante a perceber que os valores encontrados correspondem às coordenadas do centro da circunferência. É importante que o professor, diante dessa situação, questione os estudantes sobre a existência de outra representação possível na qual um ponto seja equidistante de dois ou mais outros pontos. Dessa forma, o professor desempenha a função de mediar, questionar, incentivar e despertar a curiosidade e a criatividade do estudante no contexto da resolução de problemas.

As resoluções a partir das Figuras 1(b) e 1(C) apresentam uma nova expressão matemática, devido à especificidade dos termos que estão elevados ao quadrado. Através dela se pode trabalhar sobre o conceito de circunferência e encontrar a resposta solicitada, com o apoio do GeoGebra, ou seja, caso o grupo encontre a expressão matemática, o professor pode questioná-lo: o que vai acontecer na janela de visualização do GeoGebra quando essa expressão é inserida na Entrada de Comando? Essa abordagem permite explorar a visualização da relação entre a expressão matemática e a construção da circunferência com o software.

---

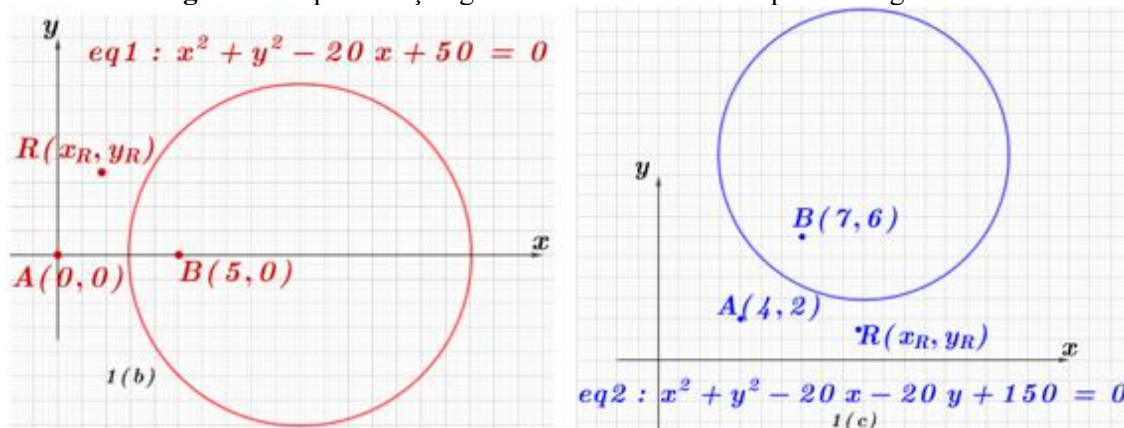
<sup>29</sup> O problema de natureza aberta é todo aquele que têm várias respostas corretas ou vários métodos para obter a resposta correta. Segundo Van de Walle (2001 apud Allevato, 2005, p. 44) “os problemas abertos devem ser utilizados quando o objetivo é realizar explorações matemáticas.”

A Figura 2, apresenta a representação das equações encontradas nas resoluções 1(b) e 1(c), permitindo ao estudante visualizar de forma gráfica as diferentes configurações da circunferência correspondentes às expressões matemáticas.

A postura do professor nas três resoluções apresentadas deve levar o estudante a refletir sobre a resolução, desenvolver conjecturas, explicações e compreensão do que está resolvendo e aprendendo.

No item (c), é proposto que o estudante insira a expressão encontrada no item (b) no campo de Entrada de Comando do GeoGebra e visualize o objeto geométrico correspondente, que é a circunferência. O objetivo é explorar, com o software os elementos que compõem a circunferência, como o centro, o raio, o diâmetro e o perímetro. O uso do recurso tecnológico, como destacado por Batistela, Barbaris e Lazari (2016), permite a dinamicidade de iniciar e reiniciar conjecturas e avançá-las, possibilitando a compreensão e a resolução de problemas.

**Figura 2:** Representação geométrica do item ‘b’ do problema gerador



Fonte: Acervo próprio

É importante ressaltar que o processo intuitivo e experimental, à medida que os estudantes realizam simulações com o GeoGebra, é essencial para promover a reflexão dedutiva, como apontou Wittmann (1981, apud De Villiers, 2010). Nesse item do problema, os estudantes podem explorar cada elemento da expressão e analisar as figuras encontradas, elaborar diversas conjecturas e, até mesmo, analisar o que ocorre ao se alterar os valores dos coeficientes ou, simplesmente, ao excluir algum termo da expressão encontrada. Esses aspectos possibilitam a descoberta de padrões e propriedades matemáticas (Borba; Villarreal (2005); Vale (2013)), bem como a construção de figuras estáveis (Mariotti, 2019), para emergir alguns significados teóricos.

Consideramos fundamental enfatizar novamente a postura do professor para alcançar os objetivos propostos na construção e compreensão do conteúdo matemático pelos estudantes. O professor precisa ser um mediador e incentivador, fazer perguntas visando à reflexão do estudante e o desenvolvimento de argumentos empíricos e dedutivos. Essa postura corresponde à etapa 5 sugerida por Allevato e Onuchic (2021).

O item (d) tem como objetivo fomentar a criação de novas circunferências, alterar os coeficientes da expressão e omitir algum termo para compreender as condições de existência da circunferência. Por exemplo, se os coeficientes dos termos  $x_R^2$  e  $y_R^2$  forem diferentes um do outro, a figura que aparecerá na janela de visualização do GeoGebra será uma circunferência? Esses aspectos estão de acordo com o que foi apontado por Batistela, Barbaris e Lazari (2016) e Valente (1999), em que o estudante constrói o seu conhecimento gradativamente auxiliado pelo computador, sendo induzido a encontrar padrões.

O item (e) objetiva promover a compreensão do conceito de circunferência no contexto da Geometria Analítica pela descoberta de padrões. O novo conceito matemático surge por meio de um problema gerador, o que possibilita a compreensão do conteúdo matemático, conforme Allevato e Onuchic (2021). Nesse mesmo sentido, Vale (2013) considera que a descoberta de padrões possibilita ao estudante elaborar conjecturas, podendo conduzir à generalização e à prova matemática.

O item (f) tem como objetivo a determinação da equação reduzida da circunferência e conduzir o estudante a aprender a desenvolver uma generalização. O professor pode fornecer algumas dicas para ajudar os alunos a completar quadrados e expressar a nova representação  $x_R^2 + y_R^2 - 20x_R + 50 = 0 \Rightarrow (x - 10)^2 + y_R^2 = 50$ . Segundo De Villiers (2010), os aspectos da experimentação presente na heurística têm uma relação profunda com a dedução formal, permitindo que o estudante refine suas conjecturas, compreenda os conceitos abordados e elabore a prova matemática do que está sendo solicitado.

O item (g) tende a promover a conexão do conteúdo de circunferência com outros conceitos internos (elipse, circunferência trigonométrica, equação do segundo grau, sistema de equações lineares e outros) e externos (movimento circular, leis de Kepler, campo magnético) à Matemática.

Por sua vez, o item (h) tem por objetivo levar o aluno a realizar a dedução formal das equações reduzida  $(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = r^2$  e geral da circunferência  $ax^2 + by^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$ , usando a distância entre pontos. Espera-se que

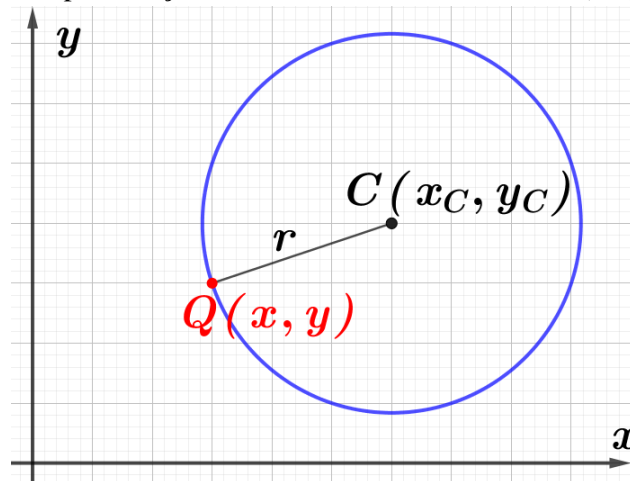


o conhecimento aprendido dos itens anteriores permita ao estudante utilizar processos sofisticados de pensamento matemáticos (Allevato; Onuchic, 2021). E, além disso, que ele busque a veracidade e a compreensão de suas respostas por processos dedutivos e com o apoio do recurso tecnológico (De Villiers, 2001).

Com isso, o estudante terá a oportunidade de representar a circunferência indicando o seu centro  $C(x_c, y_c)$  e as coordenadas de um ponto qualquer  $Q(x, y)$  pertencente a ela (Figura 3).

A proposta dessa atividade do item (h) está alinhada com que foi proposto por Hanna (1990) no âmbito escolar, onde as provas devem explicar a veracidade do que está sendo deduzido e promover a compreensão dos conteúdos matemáticos. Dessa forma, concordamos com Wittmann (1981 apud De Villiers, 2010) de que a experimentação conduz à dedução formal.

**Figura 3:** Representação da circunferência com centro  $C(x_c, y_c)$  e raio  $r$



Fonte: Acervo próprio

$$(d_{QC})^2 = r^2 \Rightarrow (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$$

As tecnologias digitais, por sua vez, desempenham um papel fundamental na resolução de problemas e no desenvolvimento de argumentos dedutivos, segundo De Villiers (2001) e Mariotti (2019); e a proposição e resolução de problemas, para compreensão do conteúdo matemático, e para a busca da generalização e das provas matemáticas (Allevato; Onuchic 2021; Zhang; Cai 2021; Leikin; Elgrably, 2020; Lester; Cai, 2016).

Por fim, o item (i) visa não apenas consolidar o conteúdo aprendido, mas também criar oportunidades para os estudantes aprenderem novos conceitos matemáticos. Isso ocorre quando eles propõem novos problemas para desafiar seus colegas, estimulando

habilidade complexas e o desenvolvimento da criatividade, como apontado por Cai et al. (2015). Essa abordagem estimulam os estudantes a explorarem e aprofundarem seus conhecimentos matemáticos, promovendo uma maior autonomia e participação ativa na construção do conhecimento matemático.

Nesse contexto, é fundamental que os estudantes tenham o tempo necessário para responder todos os itens do problema gerador. Em seguida, cada grupo apresentará suas respostas, que podem estar certas, erradas ou obtidas por diferentes processos (etapa 6). O professor deve incentivar os estudantes a compartilhar suas ideias, justificar e defender suas resoluções e deduções, bem como comparar suas respostas com as dos outros grupos, considerando as diferentes resoluções que emergirem. É importante avaliar tanto suas próprias respostas quanto as dos outros grupos, buscando aprimorar e aprender com a resolução do problema gerador.

Nesse momento, é essencial que o professor estimule o diálogo e o ponto de vista de cada grupo. Os estudantes devem justificar e defender suas ideias e resoluções, analisar suas próprias resoluções e dos colegas, e aprimorar suas respostas em busca do consenso, conforme apontado por Allevato e Onuchic (2021). Além disso, devem buscar a veracidade da sua resposta utilizando embasamentos dedutivos, como indicado por De Villiers (2001). Esses aspectos promovam a busca por padrões e o desenvolvimento gradativo da prova matemática gradativamente.

Posteriormente, professor e os alunos, em uma sessão de plenária (etapa 7), trabalharão em conjunto para encontrar o resultado correto, buscando um consenso (etapa 8). Nesse momento, todos os envolvidos se esforçarão para chegar a um acordo considerando as diferentes abordagens e perspectivas apresentadas pelos grupos. A colaboração e a discussão coletiva serão fundamentais para a consolidação do conhecimento e para o aprendizado mútuo.

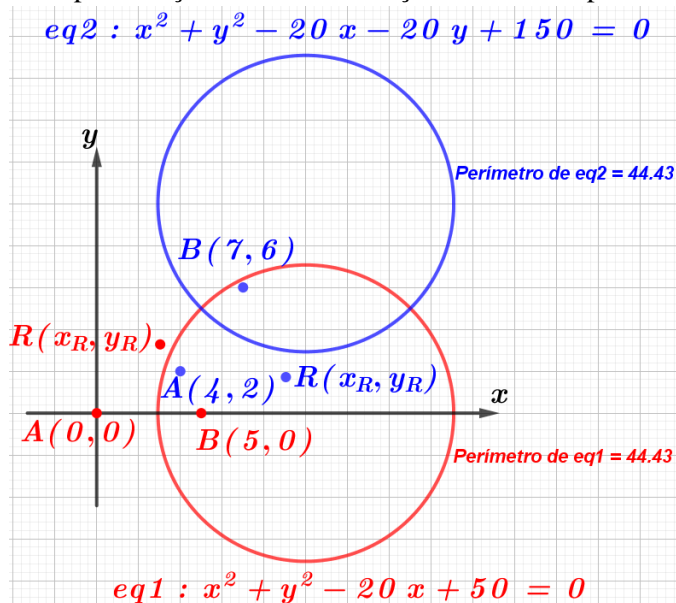
Acreditamos que algum grupo pode inquirir o professor a respeito de como ficaria a representação de duas expressões distintas, encontradas nas respostas dos grupos, mostradas janela de visualização do GeoGebra. É possível que essas expressões apresentem semelhanças ou não?

Nesse caso, o professor deve estimular a reflexão, a partir dos questionamentos apresentados pelos estudantes. Em conjunto, trabalharão para tentar responder o que foi solicitado em cada item. Professor e estudante devem analisar como foi a abordagem utilizada para a dedução formal das equações reduzida e geral da circunferência - plenária e busca pelo consenso, etapas 7 e 8 da metodologia.

Em seguida, o professor vai formalizar o conteúdo com os estudantes (etapa 9), utilizando a “linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução de problemas, destacando diferentes técnicas operatórias e construindo demonstrações [...]” (Allevato; Onichic, 2021, p. 50), e promover a compreensão da demonstração solicitada conforme apontou Hanna (1990).

A partir do item (d), o professor pode levar os estudantes a analisar as expressões distintas e conjecturar seus termos, buscando compreender o que levou as circunferências a se posicionarem de forma diferentes.

**Figura 4:** Representação das duas resoluções no mesmo plano cartesiano



Fonte: Acervo próprio

Outro aspecto que pode ser explorado é o ponto de intersecção entre as circunferências. O professor pode questionar os estudantes sobre como é possível encontrar as coordenadas desses pontos e se o mesmo padrão se repete ao utilizar coordenadas em outros quadrantes do plano cartesiano. Questões como o valor do perímetro e da área podem surgir, levando a uma investigação mais aprofundada. Essas situações de aprendizagem emergem da participação ativa dos estudantes e do papel do professor em mediar, questionar, incentivar e promover a curiosidade do aluno diante do que está sendo proposto.

### Considerações

Este estudo teve como objetivo apresentar o desenvolvimento e análise de uma proposta atividade sobre circunferência, fundamentada na proposição e resolução de

problemas para estudantes do Ensino Médio. A atividade visa promover a aprendizagem e a compreensão de conteúdo relacionado a circunferência, trabalhado na Geometria Analítica, bem como incentivar os alunos a elaborarem provas e demonstrações utilizando o GeoGebra em sala de aula.

A proposta que desenvolvemos tem o potencial de atingir os objetivos a que nos propusemos, pois foi elaborada de forma a proporcionar uma sequência de atividades que permitam aos estudantes aprender tanto o conteúdo de circunferência quanto a importância de provar e de demonstrar resultados e equações. Nesse contexto, tanto o professor quanto o aluno desempenham novos papéis, conforme apontado por Allevato e Onuchic (2021). O estudante assume a responsabilidade e autonomia na construção do seu conhecimento, enquanto o professor age como mediador, questionador, incentivador.

Ressaltamos que o professor precisa possibilitar que os aspectos da compreensão e das provas ocorram gradativamente, à medida que o estudante enfrenta os desafios e resolve cada item do problema gerador. Concordamos com Lucast (2003) sobre a estreita relação entre a resolução de problemas e as provas matemáticas, e acreditamos que a utilização do recurso tecnológico digital pode promover a participação e a compreensão do conteúdo matemático (Mariotti, 2019; Ferreira, 2016; Borba; Vilarreal, 2005; De Villiers, 2001). Ademais, outros professores ou pesquisadores podem adaptar essa proposta de atividade de acordo com os seus próprios objetivos.

Ao propor problemas desafiadores, o professor estimula os estudantes a aplicarem seus conhecimentos prévios e habilidades matemáticas de forma criativa e reflexiva e avançar na construção do conhecimento. O uso de ferramentas como o GeoGebra, por exemplo, permite a manipulação de objetos matemáticos de forma interativa, promovendo a compreensão e a exploração de conceitos, bem como das provas e demonstrações matemáticas.

Compartilhamos da mesma perspectiva de Zhang e Cai (2021) em relação às tarefas de proposição de problemas como uma maneira dos estudantes revelarem a compreensão conceitual e a capacidade de raciocinar e se comunicar matematicamente. Essas tarefas desempenham um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, pois permitem ao professor identificar as dificuldades e lacunas na compreensão dos alunos e, a partir disso, desenvolver estratégias de ensino adequadas para abordar essas questões.

As reflexões apresentadas acerca da resolução e proposição de problemas com a prova e demonstração matemática nesse estudo, buscaram elucidar que é possível proporcionar ao estudante da Educação Básica a construção e a compreensão de conteúdo

matemático, bem como o desenvolvimento da criatividade, da generalização, do pensamento matemático avançado e das provas e demonstrações matemáticas, auxiliados pelo GeoGebra. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas tem potencial de promover esses aspectos.

Desejamos que o presente estudo possa servir como uma fonte de auxílio e inspiração para os professores, encorajando-os a aplicar essa proposta de ensino e aprendizagem, a fim de promover um processo educacional enriquecedor e com ênfase na compreensão do conceito de circunferência. Além disso, esperamos que o estudo possa estimular a produção de novas pesquisas e propostas de atividades, que estejam fundamentadas na proposição e resolução de problemas, bem como nas provas e demonstrações matemáticas, utilizando recursos tecnológicos.

## Referências Bibliográficas

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (org.): **Resolução de Problemas teoria e prática**. Paco Editorial, 2021, p. 37-58.
- ALLEVATO, N. S. G. Resolução de Problemas. In: **Associação do computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência**, 2005, p. 35-70.
- ANDREATTA, C.; ALLEVATO, N. S. G. Aprendizagem matemática através da elaboração de problemas em uma escola comunitária rural. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, n. 10, p. 1-26, 2020. Disponível em <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/1083>. Acesso em 10 mar. 2023.
- BALACHEFF, N. The role of the researcher's epistemology in mathematics education: An essay on the case of proof. In **ZDM: International Journal on Mathematics Education**, v. 40, n. 3, p.501-512, 2008.
- BALACHEFF, N. Contrôle, preuve et démonstration. Trois régimes de la validation. In PILET, J.; VENDEIRA, C. (org.): **Actes du séminaire national de didactique des mathématiques**. ARDM et IREM de Pris-Université de Paris Diderot, p. 423-456, 2019. Disponível em [https://www.researchgate.net/publication/338751258\\_Controlle\\_preuve\\_et\\_demonstration\\_Trois\\_regimes\\_de\\_la\\_validation](https://www.researchgate.net/publication/338751258_Controlle_preuve_et_demonstration_Trois_regimes_de_la_validation). Acesso em: 21 mar. 2023.
- BATISTELA, R. F.; BARBARIZ, T. A. M.; LAZARI, H. Um estudo sobre demonstração matemática por/com computador. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 204-215, 2016. Disponível em <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2016v11nespp204/33446>. Acesso em: 25 fev. 2023.
- BOAVIDA, A. M.; GOMES, A.; MACHADO, S. Argumentação na aula de Matemática: olhares sobre um projeto de investigação colaborativa. **Educação e Matemática: revista da Associação de Professores de Matemática**, Porto, n. 70, p. 18-26, 2002.
- BORBA, M. C.; VILARREAL, M. E. **Humans with media and the reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication Technologies, modeling, experimentation and visualization. Springer, 2005.
- BRASIL. [Ministério da Educação (2018)]. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular**. Matemática, Brasília: Versão completa, Presidente da República, [2018]. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 10 nov. 2022.
- CAI, J.; LESTER, F. Por que o ensino com a Resolução de Problemas é importante a aprendizagem do aluno? **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro, n.60, p. 241-254. 2012. Tradução de BASTOS, A. S. A. M. e ALLEVATO, N. S. G. Disponível em n. 60 (2012): BOLETIM GEPEM 60 | Boletim GEPEM (ufrj.br). Acesso em: 10 nov. 2022
- CAI, J.; HWANG, S.; JIANG, C.; SILBER, S. Problem-Posing Research in Mathematics Education: some answered and unanswered questions. In SINGER, F. M.; ELLERTON, N. F.; CAI, J. (org.). **Mathematical Problem Posing from research to effective practice**. Springer, p. 3-34, 2015.
- CAI, J.; HWANG, S. Learning to teach through mathematical problem posing: theoretical considerations, methodology, and directions for future research. **International Journal of Educational Research**, n. 102, p. 1-8, 2020.
- DE VILLIERS, M. Papel e funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad. **Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática**, Porto, n. 63, p. 31-36, 2001. Disponível em <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1013>. Acesso em: 10 fev. 2023
- DE VILLIERS, M. Experimentation and Proof in Mathematics. In HANNA, G; JAHNKE, H. N.; PULTE, H. (org.): **Explanation and Proof in Mathematics**: Philosophical and Educational Perspectives. Springer. p. 205-222, 2010.
- DEMO, P. **Metodologia do conhecimento científico**. São Paulo: Atlas, 2000.

- FERREIRA, M. B. C. Uma organização didática em quadrilátero que aproxime o aluno da licenciatura das demonstrações geométrica. 2016. **Tese** (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.
- GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R. **Matemática completa** – 2ª Ed. 3º ano do Ensino Médio, São Paulo: FTD, 2005.
- HANNA, G. Some pedagogical aspects of proof. **Interchange**, v. 21, n. 1, p. 6-13, 1990.
- HANNA, G.; BARBEAU, E. Proofs as Bearers of Mathematical Knowledge. In HANNA, G.; JAHNKE, H. N.; PULTE, H. (org.). **Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives**. Springer, p. 85-100, 2010.
- HANNA, G.; DE VILLIERS, M. Aspects of Proof in Mathematics Education. In HANNA, G.; DE VILLIERS, M. (org.). **Proof and Proving in Mathematics Education**. Springer, p. 1-12, 2012.
- LEIKIN, R. Interplay between creativity and expertise in teaching and learning of mathematics. In CSIKOS, C.; RAUSCH, A.; SZITÁNYI, J. (org.): **Proceeding of the 40<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, V. 1, p. 19-34, 2016.
- LEIKIN, R.; ELGRABLY, H. Problem posing through investigations for the developed and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. In **International Journal of Educational Research**, n. 102, p. 1-13, 2020
- LESTER, F.; CAI, J. Can Mathematical Problem Solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. In FERMER, P.; PEHKONEN, E.; KILPATRICK, J. (org.): **Posing and Solving Mathematical Problem**, Springer, p. 117-136, 2016.
- LILJEDAHL, P; CAI, J. Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. **ZDM – Mathematics Education**, v. 53, p. 723-735, 2021.
- LOURENÇO, M. L. A demonstração com informática aplicada à Educação. **Boletim de Educação Matemática**, v. 15, n. 18, p. 100-111, 2002.
- LUCAST, E. **Proof as method: A new case for proof in mathematics curricula**. 2003. Unpublished master thesis, Carnegie Mellon University, Pittsburg, 2003.
- MARIOTTI, M. A. The contribution of information and communication technology to the Teaching of Proof. In HANNA, G.; REID, D. A.; DE VILLIERS, M. (org.): **Proof technology in Mathematics Research and Teaching**, Springer, p. 173-196, 2019.
- MOD. L. F. A. **O objeto matemático triângulo em teoremas de Regiomontanus: um estudo de suas demonstrações mediado pelo GeoGebra**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.
- NATIONAL COUCINL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Principles and Standards for School Mathematics**, Reston, 2000.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011. Disponível em <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/72994>. Acesso em 02 fev. 2023.
- POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Proposição de Problemas: possibilidades e relações com o trabalho através da Resolução de Problemas. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista, v. 7, n. 18, p. 153-172, 2022b. <http://revista.geem.mat.br/index.php/CPP/article/view/817>. Acesso em: 05 mai. 2023.
- RAV, Y. Why do we prove theorems? **Philosophia Mathematica**, v. 7, n. 3, p. 5-41, 1999.
- SÃO PAULO [Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SMESP)]. Orientações didáticas do Currículo da Cidade: Matemática – volume 1, 2ed., São Paulo, SP, Prefeito de São Paulo, 2019. Disponível em: [Acervo Digital \(prefeitura.sp.gov.br\)](https://acervo.digital.prefeitura.sp.gov.br). Acesso em: 12 nov. 2022
- SAVIC, M., KARAKOK, G., TANG, G., EL TURKEY, H., NACCARATO, E. Formative Assessment of Creativity in Undergraduate Mathematics: Using a Creativity-in-Progress Rubric (CPR) on Proving. In: Leikin, R., Sriraman, B. (eds) **Creativity and Giftedness. Advances in Mathematics Education**. Springer, Cham. 2017. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-38840-3\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-38840-3_3). Acesso em: 03 mar. 2023

- SILVA, M. B. **O ensino da demonstração**: um Estado da Arte das pesquisas realizadas nos programas de pós-graduação em Educação Matemática no período de 2005 a 2015. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.
- SILVA, J.; JUNIOR, E. D. M. Demonstrações matemáticas no Ensino Médio: o que pensam e sentem os estudantes. **Revista Iberoamericana de Educação Matemática**, v. 16, n. 59, p. 204-226, 2020. Disponível em <https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/137>. Acesso em: 20 mar. 2023.
- VALE, I. Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização matemática. **Revista eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 8, n. 2, p. 64-81, 2013.
- VALENTE, J. A. Informática na Educação no Brasil: análise e contextualização histórica. In VALENTE, J. A. (org.): **O computador na sociedade do conhecimento**. NIED, p. 11-28, 1999.
- ZHANG, H.; CAI, J. Teaching mathematics through problem posing: insights from an analysis of teaching cases. **ZDM Mathematics Education**, v. 53, p. 961-973, 2021.



## Capítulo 7

### **Intervenção no âmbito da educação matemática em uma escola pública, projeto “Caça tesouro Matemático”**

*Emerson Bastos Lomasso*

Secretaria Municipal de Educação de Belo Horizonte – SEMED/BH

*Henrique de Oliveira*

Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais – SEE/MG

Fundação Helena Antipoff

*Martin Nicolas Rodriguez Zamit*

Licenciatura em Matemática - UFMG

*Pedro Henrique Oliveira Dias de Paula*

Licenciatura em Matemática - UFMG

#### **1. Introdução**

Este trabalho relata uma experiência desenvolvida por meio do Programa Institucional de Bolsas e Iniciação à Docência, (PIBID), subprojeto de Matemática, com alunos do ensino fundamental, em uma escola pública na cidade de Ibirité, MG. A ideia da intervenção –desenvolvida no primeiro semestre do presente ano por dois bolsistas graduandos em matemática– teve como objetivos conhecer e adaptar, a prática matemática ao cotidiano escolar; observar aspectos temáticos envolvendo o ensino da matemática, dentre outros. Tais propósitos, tiveram como estratégia inicial, o acompanhamento dos alunos nas aulas de laboratório de matemática, as quais usou-se a plataforma EDUTEN. Entende-se que, o contato com as potencialidades e fragilidades dos alunos, diante de um olhar diagnóstico, poderá auxiliar os bolsistas, no que tange à leitura do grau de dificuldade que os alunos enfrentam em relação à aprendizagem em matemática, e como consequência, propor metodologias de ensino às mesmas, sendo ambas –ensino e aprendizagem– emolduradas por sequências didáticas.

Tal processo foi supervisionado pelo coordenador de matemática e também pelos docentes das turmas em questão. Sobre a plataforma EDUTEN, por meio dela é possível acompanhar o desempenho de cada estudante, priorizando suas habilidades e fragilidades. Tal análise é obtida pelo próprio programa, já que os dados são recolhidos e apresentados

para o professor, de forma individualizada –aluno por aluno– e também no geral da turma. Diante desse contexto foi possível elencar um diagnóstico e traçar possíveis intervenções, amparados pela teoria das situações didáticas de Guy Brousseau, que embasam a elaboração e a realização da sequência de ensino, bem como a análise dos resultados.

A sequência didática –base para esse relato– foi elaborada pela dupla de bolsistas e coordenada pelos professores das respectivas turmas. A princípio, a mesma priorizou conteúdos de matemática que estavam sendo abordados em sala de aula com um diferencial, ou seja, que os mesmos fossem trabalhados sob um outro olhar, isto é, fora dos padrões tradicionais em desenvolvimento. Buscou-se então explorar o lúdico, bem como a interação coletiva aproveitando os inúmeros espaços que a escola oferece. A metodologia utilizada baseou-se principalmente em otimizar o conhecimento já adquirido pelos alunos e oferecer por meio do jogo “caça ao tesouro”, a possibilidade de trabalhar com operações com números inteiros, uma vez que tiveram que somar, subtrair, dividir e multiplicar. Paralelamente, buscou-se com essa proposta de jogo, desenvolver o trabalho em grupo, permitindo não apenas otimizar a atividade, em razão do curto tempo de aula de cinquenta minutos, mas também, propor aos alunos a possibilidade de se organizarem em equipes, decidirem junto e democraticamente, aprenderem compartilhando conhecimentos à medida designassem aquele(a) que dominasse detentor das melhores habilidades para cada situação.

Dentre os cenários que compunham o jogo, destacam-se a busca aos tesouros, a organização e a supervisão das equipes, o fato de haver discussão e interação na decisão de ações, isso tudo com intuito de aliar a prática à teoria. Acredita-se que se essa atividade fosse feita de forma individual, ficaria mais complexa no que tange a compreendê-la e executá-la, além da necessidade de muito tempo para computar a contagem dos pontos. Assim sendo, ao refletir sobre as possibilidades interdisciplinares que compõem essa sequência didática por meio do jogo, pode-se concluir que as mesmas contribuem para com as outras disciplinas, envolvendo assim o processo de interdisciplinaridade. Espera-se que, a partir dos resultados obtidos com o jogo - parte da sequência didática - as crianças possam aprender de forma lúdica como estão acostumadas com a plataforma EDUTEN.

## **2. Referencial Teórico**

Atualmente, um dos focos privilegiados de pesquisa em Educação Matemática no Brasil tem sido a proposição de sequências didáticas para o ensino de um determinado saber matemático definido nos currículos. Segundo Brousseau (1996), a situação deve ser

concebida como um modelo de conhecimento a ser ensinado. Dessa forma, esta proposta de atividade foi respaldada por Guy Brousseau. O mesmo é considerado o pioneiro na teoria das situações didáticas, pois desenvolveu seu trabalho com o intuito de assimilar as relações entre alunos, professores e o conhecimento em sala de aula.

Ainda segundo Brousseau (2004, p.24):

A teoria das situações didáticas é uma abordagem e um método de pesquisa entre muitos outros, mas dá uma excelente base para o estudo do que eu chamo de micro-didática, por referência à micro-economia. Destina-se a prever as condições em que as trocas entre uma instituição e um meio ou entre duas instituições dependerão de um determinado conhecimento.

Entende-se que o objetivo da teoria das situações didáticas, dentre outros, busca evidenciar o processo de aprendizagem, pautando-se em uma série de conjunturas que se reproduzem, ocasionando mudanças de comportamentos dos alunos. Para Brousseau (1986), a finalidade do seu estudo está pautada no sujeito e na situação didática, a qual são identificadas as interações entre a tríade: professor, aluno e saber. Ainda segundo o mesmo, nessa teoria se discute as metodologias em que um determinado conteúdo é apresentado aos alunos, sempre que o professor tem a intenção de proporcionar aos mesmos a aprendizagem estruturada em uma sequência didática planejada, estabelecendo-se, assim, um contrato didático. Nesse acordo bilateral –aluno e professor– são pautadas as relações que vigoram na relação didática entre os mesmos, criando condições favoráveis para a aprendizagem.

A proposta deste trabalho visa desenvolver o processo de ensino e aprendizagem por meio da sequência didática, onde nessa, o jogo “caça ao tesouro” será a ferramenta. Nesse contexto, ao estabelecer o desafio, institui-se também o que Brousseau (1996) elenca como contrato didático, ou seja, as regras do jogo, contribuindo assim para com outras situações de aprendizagens além do próprio conteúdo matemático envolvido. Não menos importante, respalda-se também esse trabalho, Vygotsky (1988), ao assentir que, no processo de ensino e aprendizagem, a interação entre as pessoas é de fundamental relevância, elencando também dentro desse contexto, a interatividade com objetos e ferramentas culturais, destacando a importância da mediação nesse processo.

### **3. Metodologia**

Para a metodologia, pensou-se numa atividade chamada de “caça tesouros matemático”, entendendo que, a partir desta, fosse possível tecer algumas observações diante do processo, no que tange ao ensino e aprendizagem em matemática por meio de interação em grupos. Com intuito de compreender a realidade das turmas envolvidas, foi

feito um levantamento diagnóstico das mesmas –por meio de observações– e em seguida elaborada uma intervenção pedagógica pautada em uma sequência didática. A proposta de intervenção e da análise posterior, buscou compreender como podem duas linhas de pensamento dialogarem para poder de forma coerente, sustentar e embasar a prática do ensino da matemática, agregando novos elementos, como os de exercícios lúdicos e trabalhos em equipe.

Respalhando tal pensamento com a teoria de Lev Vygotsky na questão do trabalho coletivo e sobre desenvolvimento proximal, estudado por ele mesmo na década de 1920, embora aprofundados estes estudos apenas após a morte, em 1937, aliando tal concepção, com a sequência didática de Guy Brousseau, buscou-se aproximar os alunos com a prática. Essa aproximação relatada pôde estreitar experiências entre os alunos a partir dos conhecimentos já estudados e por meio de um panorama “diagnóstico” feito pelos pesquisadores, um cenário propício ao aprendizado, diante das interações entre os mesmos.

Essas relações buscam alicerçar estratégias que desenvolvam potencialidades e listem as fragilidades dos envolvidos. Uma vez feita a relação desde os aportes teóricos, foi planejada a fase de execução do trabalho, sendo feito um levantamento físico e temporal do lugar –necessário para realização– dos materiais e ferramentas, dentre outros. Após o planejamento, passou-se a execução da sequência de atividades com as devidas observações que são relatadas abaixo, como também, todo o processo.

**Criação:** Caça Tesouro Matemático: Uma intervenção criada pela dupla de bolsistas, graduandos em Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Minas Gerais – UEMG, Unidade Ibirité.

**Elaboração:** Pedro Henrique Oliveira Dias de Paula e Martín Nicolás Rodríguez Zamit

**Colaboração:** Ana Luisa Sena Reis, Jennifer Lima Martins, Laura da Silva Pereira e Kessia Jarlene Pires.

**Supervisão:** Professor coordenador: Henrique de Oliveira e das Professoras de aulas: Erika e Rosely

**Datas de execução:** Dia 09 de maio de 2023, com as turmas 7A4 (36 alunos presentes), 7A2 (35 alunos presentes) e 7A1 (33 alunos presentes); e no dia 17 de maio de 2023, com as turmas 7A5 (33 alunos), 7A6 (31 alunos) e 7A3 (35 alunos).

**Público-alvo:** Tal ação é direcionada para os alunos do 6º e 7º anos do ensino fundamental da Escola Sandoval Soares de Azevedo – ESSA. podendo também ser aplicada a metodologia para outras turmas, de anos anteriores, com outras temáticas, por exemplo, utilizando números naturais, apenas trabalhando soma e multiplicação.

**Objetivo geral:** A intervenção tem como objetivo geral, aprimorar os conhecimentos matemáticos de operações básicas (Adição e Subtração) dos alunos de uma forma lúdica e distraída.

**Objetivo específico:** Essa intervenção busca proporcionar aos alunos um momento descontraído e de aprendizagem, onde poderão, não apenas mostrar suas habilidades matemáticas, mas também interagir com sua equipe dentro dos jogos.

**Habilidades desenvolvidas:** Soma e Subtração de números inteiros

**Espaço necessário:** Espaço externo da Escola Sandoval Soares de Azevedo – ESSA (Praça).

**Materiais:** Folhas A4 com diversas cores, onde cada cor de folha representa uma pontuação que os bolsistas somente dão a conhecer imediatamente antes da contagem dos pontos.

**Processo:** Com várias folhas de tamanho A4 de diversas cores, os bolsistas esconderam os papéis por toda a área externa da Sandoval. Após todas as folhas serem escondidas, os alunos foram divididos em grupos e, com o auxílio de um apito, foi iniciada a brincadeira. Após um período de tempo determinado, antes do início da brincadeira, o apito tocou novamente, dando fim às buscas.

Cada cor tinha um valor específico, antes determinado pelos bolsistas, estes valores foram divulgados, escritos no quadro, logo que os alunos voltaram com os papéis da área externa, imediatamente antes do início da contagem dos pontos. Com auxílio de uma tabela com os valores de cada cor, os estudantes começaram a fazer a soma e a diferença das folhas. Após as contas serem finalizadas, os bolsistas ajudaram a conferir os valores. A equipe vencedora seria aquela que marcar a maior pontuação, desde que o cálculo esteja correto.

## 2. Relato: Intervenção sobre os números inteiros (Caça ao tesouro)

A proposta foi executada nos 3º, 4º e 5º horários do turno da tarde, na Escola Sandoval Soares de Azevedo. Todos os alunos das turmas participaram se dividindo em equipes para a busca do tesouro e coleta das folhas coloridas que posteriormente, somaram conforme o valor de cada cor de folha, para poder calcular a pontuação obtida. O cálculo correto da pontuação era critério para competir na brincadeira, e aquela equipe que errasse o cálculo, seria eliminada.

**Imagem 1:** Explicação da atividade em uma das turmas, por parte dos bolsistas



Fonte: Acervo Próprio

A primeira turma, 7A4 com trinta e seis alunos, foi dividida em seis equipes, cada uma com seis alunos. Os bolsistas foram à sala explicar em que consistia a atividade, seu objetivo e as regras da mesma. Posteriormente os alunos foram conduzidos à área externa delimitada pela equipe que organizou, para iniciar a busca.

**Imagens 2 e 3:** Mostrando as duas fases da atividade, a primeira fase externa de busca ao tesouro, e a segunda em equipe dentro da sala, fazendo os cálculos de pontos



Fonte: Acervo Próprio

Após os alunos encontrarem “os tesouros”, eles voltaram para a sala de aula. Se reuniram em equipes e começaram a contagem dos pontos. Foi explicado para os participantes que, para cada folha rasgada a equipe perderia pontos. Teve apenas uma equipe que apresentou uma folha rasgada a qual foi penalizada em 10 pontos. Todas as equipes fizeram os cálculos das notas e a grande maioria errou nos cálculos.

Para a segunda turma, 7A2 com trinta e cinco alunos presentes, foram criadas cinco equipes de sete alunos. Após quinze minutos de busca, eles se organizaram e voltaram à sala para começar a contagem dos pontos. Dessa vez não houve equipe penalizada por folha rasgada, e com mais tempo para a contagem dos pontos, foi possível vê-los efetuarem tais cálculos. Muito empolgados com a atividade, os alunos apresentaram rapidamente as folhas de cálculos oficiais, devidamente assinadas por um dos bolsistas, como estabelecido nas regras do jogo. Das cinco equipes, três erraram os cálculos e foram eliminadas.

**Imagem 4:** Alunos participando da caça ao tesouro na área externa da escola, procurando as folhas pontuadas, com o acompanhamento dos bolsistas



**Fonte:** Acervo Próprio

A terceira turma, 7A1, foi considerada pelos pibidianos e professores, a mais complicada para transmitir as regras do jogo, motivos esses que não serão aqui elencados, pois não faz parte dos objetivos deste trabalho. A mesma era formada por trinta e três alunos, os quais foram organizados em quatro grupos de oito alunos, sendo que foi sorteado um grupo que ficaria com nove integrantes. A professora Erika teve que intervir e concluir a conformação das mesmas, devido à complexidade oriunda da conversa dos alunos.

Já na área de busca do tesouro, a turma ficou doze minutos colhendo as folhas coloridas, situação que gerou bastante disputa entre as equipes. No final da busca voltaram para a sala, e foram gastos aproximadamente mais dez minutos para eles se organizarem e poderem fazer as contagens de pontos. Das quatro equipes, Três erraram os cálculos e a equipe que tinha nove integrantes e que curiosamente foi uma das que menos folhas conseguiu colher, foi a única que acertou os cálculos, sendo assim a vitoriosa.

Tanto os alunos das três turmas envolvidas, como a professora, manifestaram satisfação com a atividade, ressaltando o caráter descontraído de praticar cálculos matemáticos brincando. Alguns deles pediram para que a atividade fosse repetida futuramente, e a professora pediu para poder ser aplicada em outras turmas.

No segundo sai da execução foram realizadas três rodadas de caça tesouros, desta vez nas turmas 7A5, 7A6 da professora Rosely e uma última turma da semana anterior (7A3 da professora Erika).

Esta vez com apoio de duas novas colegas de Pibid (Laura e Kessia), havendo quatro bolsistas e uma estagiária, houve uma melhor organização, fato que ajudou os alunos, principalmente na contagem dos pontos. Cada equipe contou com o auxílio de um bolsista supervisionando, além do tempo ter sido ajustado, ou seja, menos folhas e mais tempo para a busca (com menos folhas) e maior tempo para cálculo dos pontos. Outra questão que foi ajustada, diz respeito a criação de folhas com pontuação negativa, com intuito de compor melhor o universo de número inteiros, ou seja, três folhas brancas desenhadas foram colocadas também na caça ao tesouro.

A quarta turma atendida pelo projeto, 7A5 com trinta e três alunos, foi dividida em quatro equipes de oito integrantes e um grupo sorteado que teria nove jogadores. Um dos bolsistas criou os grupos de forma aleatória seguindo a ordem das fileiras das carteiras na sala. Organizados, os grupos foram para a área externa delimitada para a busca ao tesouro, com a presença de outros assistentes. Passados trinta minutos do início da aula, os alunos voltaram para as salas com as folhas pontuadas recolhidas e no quadro, a professora passava o valor que teria cada folha e cada desenho.

Quatro bolsistas serviram de apoio aos grupos enquanto que a estagiária ajudava a professora a receber as respostas dos alunos, comprovando se a soma tinha sido correta e se a relação dos pontos somados correspondia com a folha do exercício. Desta vez dois grupos erraram as contas e dois acertaram e um grupo que teve a segunda melhor pontuação, acertou na soma e foi o vencedor. Foi unânime a manifestação dos alunos elogiando a proposta, também a professora declarou ter gostado muito.



Foi a vez da quinta turma de alunos 7A6 com trinta e um alunos participar do caça tesouros. Organizados em cinco grupos de seis alunos, com um grupo sorteado para ter seis alunos. Os alunos interagiram e se entrosaram criando nomes para as equipes. Os resultados obtidos na busca ao tesouro, foram similares aos da turma anterior. Dessa vez cada bolsista fez o apoio a cada equipe e assumiu também a fiscalização dos pontos. Das cinco equipes, apenas uma errou, que foi a equipe com seis alunos. A vencedora foi a equipe nº 2, mas todos os alunos de todas as equipes gostaram muito da atividade, manifestando alegria de ter participado.

No último horário do dia, a turma 7A3 da professora Erika, foi a participante de vez no caça tesouros. Por ser último horário houve mais dificuldades de pedir atenção aos alunos. A vantagem desta vez, é que a própria professora já tinha criado as equipes, ou seja, sete com cinco integrantes, totalizando trinta e cinco alunos participantes.

**Imagem 5:** Execução dos cálculos de pontos em equipes



**Fonte:** Acervo próprio

Faltando 17 minutos para a aula acabar, as turmas voltaram para a sala para dar início a conferência das folhas e contagem dos pontos. Desta vez alguns pibidianos tiveram que apoiar mais de uma equipe. Quase no final da aula, o último grupo conseguiu entregar os cálculos e por sua vez foi a equipe vencedora. Mais disputado que outras turmas, houve alguns alunos que tiveram dificuldade de aceitar a derrota, mas o consenso geral da turma e da própria docente, a atividade foi um sucesso.

## Considerações finais

A sequência didática foi pensada com intuito de colocar na prática metodologias de ensino e aprendizagem abordados teoricamente no curso da licenciatura em Matemática. O objetivo principal foi propor momentos de trocas entre professores, bolsistas e alunos, como também, abordar por meio da atividade de intervenção, um conteúdo matemático, como os números inteiros.

Cientes da complexidade de assimilação e também com elementos pedagógicos que permitissem empoderar o aluno, desde a construção do indivíduo como ator social, dentro do seu espaço, trabalhando em equipe, discutindo, perguntando e obtendo resultados do trabalho, foram propostas alternativas que potencializam as crianças. Por meio da experiência, os PIBIDIANOS puderam vivenciar situações cotidianas em sala de aula, fato que contribuiu para com a formação dos mesmos como futuros docentes em matemática.

A diferença entre a primeira e segunda semana de intervenção foi notável, uma vez que foram sendo ajustados muitos elementos, como por exemplo dar apoio às equipes, colocar mais pontuação negativa para legitimar melhor a atividade de números inteiros, bem como contar com o apoio de mais bolsistas. Dos erros e acertos que foram acontecendo, ficou a sensação que, independentemente do sucesso da atividade e como proposta do ensino da matemática, a sequência didática foi uma experiência teste, com elementos que talvez possam servir para serem desenvolvidos em outras turmas.

De maneira que os resultados obtidos podem ser divididos em dois grupos: O primeiro grupo de resultados tem a ver os alunos, onde evidencia-se algumas fragilidades nos cálculos, que fez com que alguns grupos na hora de contar os pontos, erraram, o fato de ser resolvidos entre vários alunos, precisou de organização, que muitas vezes existiu, mas em outras, foi insuficiente. Elementos do jogo, que envolveram uma atitude de competência entre eles, por momentos, fez com que os alunos se mostrassem, habilidosos na hora de colher e procurar os tesouros, porém erraram muitas vezes nos cálculos, o que foi frequentemente frisado pelos bolsistas, que era uma intervenção matemática, e não de educação física, e que mesmo o fato da rapidez e organização espacial funcionar muito bem, era imprescindível apresentar a pontuação correta. A organização dos grupos, a resposta do ponto de vista didático pedagógica, dos alunos, foi quase unanimemente aprovada, e até elogiada por alguns alunos, houveram alunos que não manifestaram, mas também não existiu crítica negativa, desagrado, ou falta de disposição por eles, para a

brincadeira. Pode-se dizer que os resultados do ponto de vista pedagógico, didático com os alunos, foi um sucesso.

Os segundos resultados dizem respeito a como foi sendo avaliado constantemente o exercício, não apenas pelos bolsistas, mas também pelos professores que acompanhavam, e também por alguns resultados que foram se otimizando ao longo das atividades. A principal evolução foi a de administrar o tempo, e por isso, poder observar que os últimos grupos tinham melhor tempo de cálculo, e obtiveram melhores pontuações. Também se destaca a melhora da capacidade organizacional dos bolsistas, que conseguiram se dividir para acompanhar supervisionando no segundo dia, os momentos das equipes nos cálculos. Além do maior conhecimento do espaço e aprendizagem sobre posturas nas salas, que permitiram otimizar instantes processos para os jogos. Resumindo, destaca-se a evolução progressiva, dos bolsistas, do ponto de vista didático, para ir aprendendo e ajustando detalhes do jogo ao longo das aplicações da intervenção.

A importância da interação dos alunos, da disposição dos mesmos, para realizar e participar da atividade, que além de poder descontrair e se divertir praticando matemática, contribuíram para poder fazer um estudo, sobre as potencialidades próprias da equipe de bolsistas, em relação a poder tirar reflexões na esfera de conhecer e compreender e prática docente.

### **Fontes Bibliográficas**

- BARBOSA, G. **Teoria das situações didáticas e suas influências na sala de aula**, Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016 Centro Educacional Carneiro Ribeiro.
- BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a. p. 34-113.
- BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 48-72.
- BROUSSEAU, G. *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. 1986. **Tese** (Doutorado) – Université Sciences et Technologies, Bordeaux, Paris, 1986. 906 f.
- FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia*, São Paulo: Vila das Letras: Paz e Terra, 2021.
- VYGOTSKY, L.S. et al. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Editora Ícone, 1988.
- VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Editora Ícone.

## Capítulo 8

### **Uma experiência didática a partir da metodologia Lesson Study: explorando a resolução de problemas em aulas de Matemática**

*Marcos Antônio de Sousa Pereira*  
Licenciatura em Matemática – UFCG

*Tiêgo dos Santos Freitas*  
Universidade Estadual da Paraíba

#### **Introdução**

A matemática está presente no cotidiano de todas as pessoas e durante o convívio social e profissional é necessário utilizá-la para resolver determinadas situações como, por exemplo, acontecimentos que envolvam realizar cálculos, ler mapas e gráficos, fazer previsões etc. (Brasil, 1998), e para isso é interessante que o ensino de matemática seja realizado de uma maneira que possa promover uma melhor e mais significativa aprendizagem. Serrazina (2002, p. 2) afirma que o ensino de matemática "[...] não pode ser baseado na transmissão do conhecimento por parte do professor, mas sim num modelo onde a investigação, a construção e a comunicação entre os alunos são palavras-chave”.

O ensino de matemática atualmente, ainda carrega consigo um pouco da ideia de que a matemática é difícil e sem sentido. Essa visão negativa e esses conceitos pré-estabelecidos por parte das pessoas (principalmente dos alunos) em relação à matemática não contribuem no processo de ensino realizado pelo professor. É necessário mostrar sua importância e utilidade no cotidiano para que os alunos possam adquirir curiosidade e interesse pela disciplina. Juntamente a isso, a maneira como a matemática está sendo abordada é descontextualizada, não se aproximando da realidade vivenciada pelo aluno, comprometendo o processo de ensino e aprendizagem (Cunha, 2017).

Algo que pode contribuir nesse quesito é proporcionar, aos futuros professores, experiências práticas para eles aplicarem as metodologias estudadas durante o curso,

metodologias essas que venham a despertar interesse e curiosidade do aluno pela matemática.

É interessante que o professor tenha conhecimento de diversas metodologias de ensino e que ele saiba que não existe um método de ensino único, que é eficaz todas as vezes e para todos os alunos. É através desse repertório de metodologias que o professor constrói a sua prática.

O estudo de metodologias diversas no âmbito da Educação Matemática, principalmente no contexto da formação inicial, tem como objetivo contribuir para a mudança da maneira como o professor compreende o processo de ensino-aprendizagem e, com isso, fazer com que ele possa produzir aulas mais significativas e com compreensão (por parte dos alunos), incentivando a participação, o trabalho em grupo, a autonomia dos alunos, o pensamento crítico etc.

Ainda falando sobre esses estudos, destaco as Tendências em Educação Matemática, das quais temos as principais metodologias estudadas e que se mostram bastante interessantes de serem utilizadas em sala de aula. As Tendências em Educação Matemática têm o potencial de proporcionar um ambiente benéfico para a aprendizagem, em que o aluno, de forma proativa e através da mediação do professor, constrói o seu conhecimento (Santos; Matos; Sant'ana, 2021).

As Tendências em Educação Matemática, em especial a Resolução de Problemas, tem a capacidade de incentivar o aluno para a busca de soluções, através do desenvolvimento de um pensamento matemático sobre os problemas propostos durante a aula. É utilizando esta proposta de trabalho que o aluno se torna o protagonista de seu aprendizado e constrói o seu conhecimento, ao invés de simplesmente receber fórmulas e macetes prontos dos professores.

Dentre os lugares em que a Resolução de Problemas está presente, destaco a metodologia de ensino japonesa chamada *Lesson Study*. Essa metodologia engloba pesquisadores, professores iniciantes e experientes, futuros professores e coordenação na concepção, no desenvolvimento e na avaliação de aulas, tendo como focos centrais a participação ativa e a aprendizagem dos alunos (Neves; Braga; Fiorentini, 2021).

Nesse contexto, no presente trabalho, objetivamos evidenciar as potencialidades e limitações do ensino através da metodologia *Lesson Study* com o uso da Resolução de Problemas no ensino de matemática. As ações relatadas ocorreram durante nossa vivência ao longo do Estágio Curricular Supervisionado II, disciplina obrigatória do curso de licenciatura em Matemática.

## Um olhar sobre a *Lesson Study* e a resolução de problemas no ensino de matemática

A metodologia de ensino, originada no Japão, chamada “*Jugyou Kenkyuu*” ou “*Lesson Study*”, de acordo com Felix (2010), é dividida em 6 etapas, são elas: 1ª) Planejamento Colaborativo; 2ª) Colocando o planejamento em ação; 3ª) Refletindo sobre a aula; 4ª) Replanejamento de aula; 5ª) Colocando o replanejamento em ação e 6ª) Refletindo sobre a “nova versão” da aula.

Essa metodologia se resume em proporcionar aos professores uma experiência colaborativa de elaboração de planos de aulas, em que vários professores, ou futuros professores, se juntam para discutir ideias, estudar e dar sugestões de como trabalhar determinado conteúdo. Posteriormente, ocorre a execução desse plano de aula (em paralelo com a observação dessa aula por outros professores) e em seguida ocorre a reflexão, em grupo, dos pontos positivos e negativos do plano elaborado, para ser feito um replanejamento, caso seja necessário.

Bezerra e Morelatti (2017) destacam que a *Lesson Study* proporciona uma condição favorável para que o professor tenha um tipo de formação continuada, já que é através dessa metodologia que o professor sai de sua prática, passando pela teoria e voltando para a prática.

A metodologia *Lesson Study* é um meio de contribuir com a aprendizagem dos alunos, pois proporciona uma aula com um planejamento mais detalhado, mais estruturado, com replanejamentos e antecipações de questionamentos e de respostas dos alunos, gerando, assim, uma aprendizagem com mais compreensão, uma maior participação por parte dos alunos e, conseqüentemente, contribui para a formação profissional dos licenciandos em matemática.

Acerca da *Lesson Study*, Souza (2018, p. 28) destaca que:

A boa notícia é que o *Lesson Study* pode contribuir para que o professor construa uma bagagem didático-pedagógica e matemática mais sólida, o que pode repercutir no desenvolvimento de sua própria autonomia profissional, por meio do contato com um repertório mais amplo de estratégias, modos de pensamento e ideias

É interessante que o professor possa ter momentos de reflexão sobre a sua prática, pois é através disso que ele interioriza os conceitos relacionados ao ensino e aprendizagem, assim como ele será motivado a compreender o seu próprio pensamento e, a partir daí, ressignificar a sua prática, como defende Bezerra e Morelatti (2017, p. 5), embasado em Aragão, Prezotto e Affonso (2015), ao apontar que na *Lesson Study*:

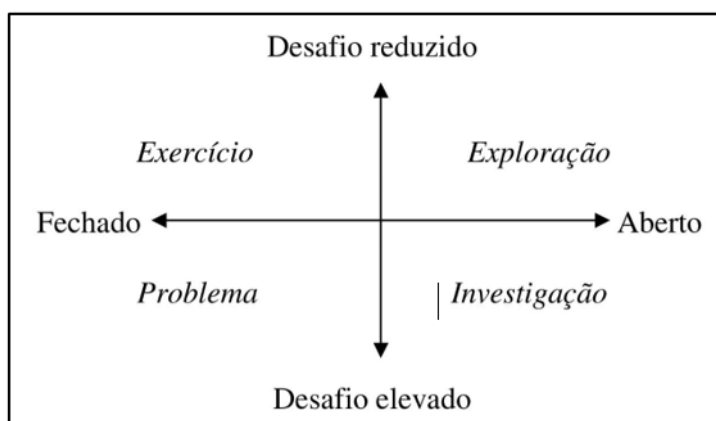
[...] há a necessidade de o professor refletir sobre a sua própria prática, apropriando-se de conceitos e, para tanto, o professor é motivado a compreender seu próprio pensamento, a refletir criticamente sobre o processo de ensino e aprendizagem construindo e ressignificando seu saber-fazer e entrelaçando a ele novos elementos teóricos e metodológicos alinhados a instrumentos de ação

Na estrutura dessa metodologia está presente a Resolução de Problemas, como a maneira que é abordado os conteúdos durante as aulas. A Resolução de Problemas contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático no aluno, pois o incentiva a pensar sobre maneiras de resolver uma determinada situação sem ter, necessariamente, uma técnica ou fórmula matemática já conhecida.

No que tange à Resolução de Problemas, é comum ocorrer más interpretações acerca do termo “problema” quando se está falando sobre esse assunto. Diante disso, é importante fazermos uma distinção entre os diferentes tipos de tarefas presentes nas salas de aula.

Ponte (2005) caracteriza as tarefas em duas dimensões fundamentais, o grau de desafio e o grau de Estrutura. Ele define o grau de Desafio como sendo o quão alto é a percepção da dificuldade de uma questão para os alunos (definindo como desafio “reduzido” ou “elevado”) e o grau de Estrutura como sendo o tipo de abertura da tarefa (definindo como tarefas “abertas” ou “fechadas”). Tarefas fechadas são aquelas em que está explícito o que é dado e o que é pedido, já as tarefas abertas são aquelas em que existe um nível de indeterminação entre o que é dado, o que é pedido ou em ambos. Ele caracteriza o termo *problema* como uma tarefa fechada e com um desafio elevado, visto que, inicialmente, o aluno não sabe um caminho que o leve a resposta do problema. Para uma melhor exemplificação, veja a imagem abaixo:

**Imagem 1:** Relação entre os diferentes tipos de tarefas



**Fonte:** Retirado de Ponte (2005, p. 8).

O termo *exercício* é definido como sendo uma tarefa fechada e com um desafio reduzido, já que o método de resolução geralmente é conhecido pelo aluno. Nesse contexto, os exercícios servirão como uma consolidação dos conhecimentos já estudados. E, por último, ele explica sobre *exploração e investigação*, destacando que a diferença entre elas está no grau de desafio, ou seja, na *exploração* o aluno consegue trabalhar no problema sem muito planejamento, o que não acontece na *investigação*.

De acordo com Onuchic e Allevato (2011, p. 81) o termo *problema* é definido como sendo “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas se está interessado em fazer”. Essa definição, um tanto abrangente, remete ao fato de que uma tarefa se caracteriza como problema por não ter um método de resolução conhecido pelo aluno que resulte na solução desejada. Sendo assim, um problema para um aluno pode não ser, muitas vezes, caracterizado como um problema para um outro aluno, caso este segundo saiba de um caminho que chegue à resposta do problema.

Quando o professor utilizar a Resolução de Problemas, ele deve ficar atento à postura profissional que se deve ter perante a sala de aula com os problemas, pois, como afirma Soares (2001, p. 7), “[...] seu papel será de incentivador, facilitador, mediador das ideias apresentadas pelos alunos, de modo que estas sejam produtivas, levando os alunos a pensarem e a gerarem seus próprios conhecimentos”.

No uso da Resolução de Problemas, o professor tem a possibilidade de proporcionar ao aluno um ambiente de cooperação, de busca e de descoberta de conhecimentos, dando atenção especial ao fato de que o mais importante não é o resultado, mas o processo de resolução. Nesse contexto, o professor não será um agente de transmissão de conhecimentos, mas sim propiciará situações que esses conhecimentos serão construídos durante e através da resolução dos problemas.

Existem diversas vantagens em se utilizar a Resolução de Problemas em sala de aula. Aos alunos que a praticam, pode ser destacada a autonomia, a confiança, o desenvolvimento do pensamento matemático etc.; já relacionado ao professor, o principal benefício é a mudança na sua prática profissional, em que pode ser destacado a avaliação contínua processual, da qual o professor trabalha com a tomada de decisões instrucionais, em prol de uma melhor aprendizagem dos alunos (Bicalho; Allevato; Silva, 2020).



Romanatto (2012, p. 303) destaca que:

Assim, entendemos que na resolução de problemas, os estudantes vão exercitar as suas mais diversas capacidades intelectuais como também mobilizar estratégias das mais diversas naturezas para encontrar a resposta, tais como: criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados etc.

Assim, de maneira geral, a Resolução de Problemas tem o potencial de deixar os conceitos matemáticos mais claros e compreensíveis para os estudantes, já que os conhecimentos estão sendo construídos de uma maneira ativa, através da investigação e experimentação. Romanatto (2012) salienta que o papel do professor será imprescindível nesse processo, pois ele deverá propor bons problemas, incentivar e mediar a discussão em sala de aula, orientar a busca de soluções, valorizar resoluções distintas etc.

### **Aspectos metodológicos da pesquisa**

A presente pesquisa tem uma abordagem qualitativa, voltada para um estudo de aspectos mais subjetivos dos alunos. Para sua realização foi feita a coleta de dados através das resoluções dos alunos acerca dos problemas propostos nas aulas, considerando uma intervenção pedagógica realizada no âmbito do estágio. Neves (1996, p. 1) defende que “Nas pesquisas qualitativas, é frequente que o pesquisador procure entender os fenômenos, segundo a perspectiva dos participantes da situação estudada e, a partir, daí situe sua interpretação dos fenômenos estudados”.

Nesse contexto, o trabalho foi elaborado com base na experiência do Estágio Curricular Supervisionado II, disciplina obrigatória do curso de licenciatura em matemática. Nessa disciplina, foram feitos dois grupos de quatro estagiários (grupo 1 e grupo 2) e cada grupo ficou responsável por elaborar alguns planos de aulas antes do início das aulas na escola, dos conteúdos iniciais do 9º ano e do 7º ano, para serem usados no momento que as primeiras aulas das turmas começassem. O grupo 1 ficou com o 9º ano e o grupo 2 com o 7º ano (em escolas de cidades diferentes).

Neste trabalho, será descrito e discutido sobre as aplicações dos planos de aulas do grupo 2, que teve como conteúdo o ensino dos Números Inteiros. A parte prática do referido estágio ocorreu em uma escola pública da cidade de Baraúna – PB, entre o dia 21 de fevereiro de 2022 ao dia 18 de março de 2022 (totalizando 4 semanas). A

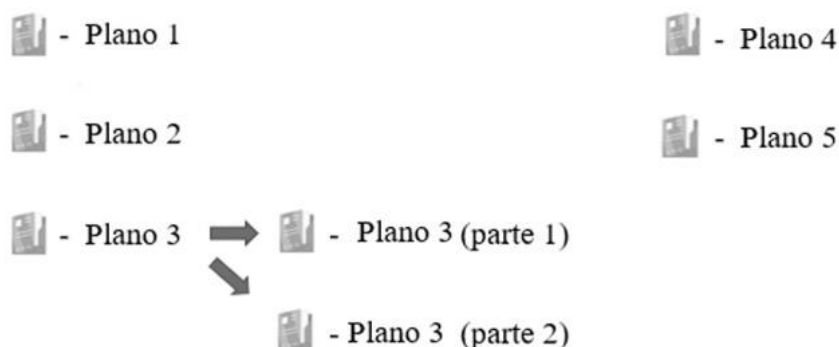
metodologia utilizada durante esse estágio foi a metodologia de ensino japonesa chamada *Lesson Study*.

Devido ao período de pandemia, acarretado pelo Covid-19, algumas escolas só estavam funcionando de maneira remota. Mas felizmente a escola que o grupo 2 ministrou suas aulas estava funcionando de maneira presencial e, com isso, foi possível os estagiários ministrarem as aulas presenciais. Em relação às turmas, foi decidido pela escola que metade de todas as turmas iriam uma semana e a outra metade iriam na semana posterior.

O grupo 2 ficou com duas turmas de 7º ano (7º A – 34 alunos e 7º B – 31 alunos) que, como já mencionado, foram divididas em 4 turmas. Antes do início das aulas, o grupo 2 elaborou, inicialmente, um total de 5 planos de aulas, para serem aplicados nas duas primeiras semanas, pois foi dito pela professora supervisora do estágio que cada turma teria 5 aulas semanais. Como apenas metade da turma estava indo na semana, então cada plano de aula foi aplicado 4 vezes. Durante o decorrer do estágio foram elaborados mais planos.

Devido ao feriado do carnaval e ao fato de que alguns planos foram aplicados em duas aulas, ressalto que, ao final do estágio, foram elaborados e aplicados um total de 5 planos de aulas. Foram feitos, inicialmente, 4 planos e a partir desses foram realizadas algumas modificações e separações deles, gerando outros planos, como mostra a imagem abaixo:

**Imagem 2** - Estrutura das modificações dos planos



**Fonte:** Acervo do pesquisador.

Decidimos utilizar a sequência do conteúdo de acordo com o livro didático da escola. Nessa sequência, é abordado os tópicos na seguinte estrutura: números negativos > representação dos números inteiros na reta numérica > antecessor e sucessor > comparação de números inteiros > representação de pares ordenados de

coordenadas inteiras no plano > módulo de um número inteiro > operações com números inteiros: propriedades da adição e subtração. Dito isso, os conteúdos dos planos foram distribuídos da seguinte maneira:

**Plano 1** - Revisão dos números naturais e introdução aos números inteiros;

**Plano 2** - Números inteiros: Representação na reta numérica, Antecessor e sucessor, Comparação;

**Plano 3** - Módulo (problema);

**Plano 4** - Módulo (exercício);

**Plano 5** - Operações com números inteiros: adição e subtração.

Não será discutido sobre os replanejamentos dos planos de aulas, que estão presentes na *Lesson Study*. Será considerado como objeto de discussão do trabalho os problemas trabalhados nas aulas, com foco para o processo de resolução dos alunos, ao qual foi utilizado o ensino através da resolução de problemas e será debatido sobre os jogos utilizados para o ensino do conteúdo trabalhado.

Anteriormente, falamos que cada plano de aula foi aplicado em 4 turmas diferentes. Dito isso, vamos realizar um apanhado geral das dificuldades dos alunos e ações dos professores dessas 4 aulas, ou seja, será uma síntese das quatro aulas aplicadas que serão comentadas neste trabalho. Iremos descrever e analisar a seguir a aplicação de uma sequência de aulas que foram realizadas durante a disciplina Estágio Supervisionado II.

## **Resultados e discussões**

Em relação a explanação dos resultados, será descrita a estrutura da aula, ao passo em que serão mostrados os problemas de cada plano seguidos de uma análise das dificuldades e estratégias dos alunos diante dos problemas. E, por fim, serão destacadas e discutidas algumas respostas dos problemas resolvidos pelos alunos.

**Aplicação do plano 1:** A aula inicia-se com a entrega do problema 1 para os alunos revisarem os números naturais. O problema foi entregue e, posteriormente, foi lido para a turma (ele foi resolvido individualmente). Após isso, disponibilizamos um tempo para eles tentarem resolvê-lo e, enquanto isso, observamos de carteira em carteira os métodos/estratégias que eles utilizaram.

**Problema 1<sup>30</sup>:** Vera foi encarregada de preparar os sanduíches para a festa surpresa de Anita. Para essa festa, irão 10 convidados e serão feitos 2 sanduíches para cada um deles. Vera sabe que cada pacote de pão de forma dá para fazer 6 sanduíches. Com base nisso, de quantos pacotes de pães de forma ela vai precisar para alimentar todos os convidados? Irá sobrar sanduíches? se sim, quantos

RESPOSTA: 4 pacotes e irão sobrar 4 sanduíches.

A primeira dificuldade que os alunos demonstraram foi relacionada à compreensão do problema. Eles não deram atenção necessária para ler o problema mais calmamente para tentar resolvê-lo, fazendo com que tivéssemos que ler o problema novamente, de maneira individual, para vários alunos.

Também percebemos que, durante a resolução, alguns deles estavam optando por utilizar uma manipulação aleatória com os dados da questão para chegar na resposta, ao invés de se atentar na compreensão da situação do problema em si, para, a partir daí, realizar os cálculos. Ou seja, estavam multiplicando e/ou somando os dados sem nenhum planejamento, demonstrando uma falta de atenção com a leitura, interpretação do problema e criação de um plano para tentar solucioná-lo. Neste caso, falamos para eles que o problema representava uma situação real e que eles teriam que entendê-la para que pudessem pensar em estratégias envolvendo os dados da questão.

Os alunos demonstraram mais dificuldade do que o esperado neste problema, fato que acabou acarretando um tempo maior do que o planejado para a sua resolução (10 minutos foram estipulados no planejamento, mas foram utilizados 24 minutos). Mas, com o auxílio e acompanhamento disponibilizado, eles conseguiram finalizar a questão.

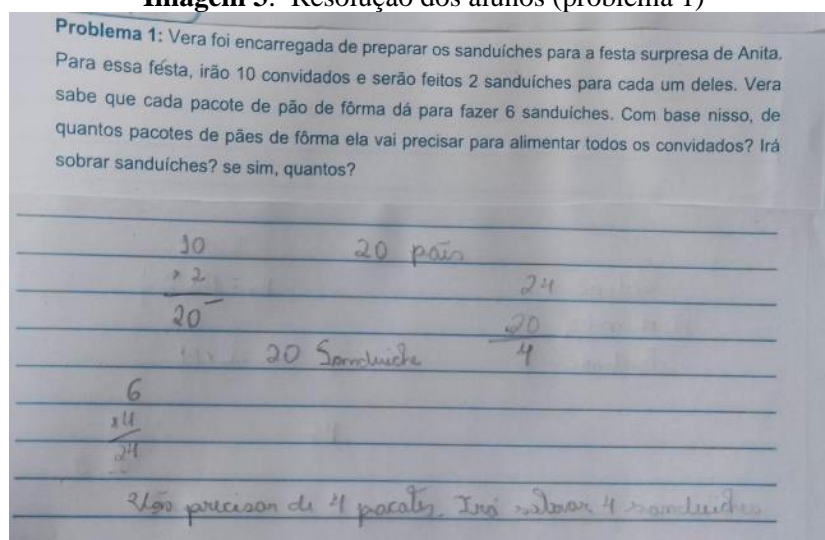
Após todos os alunos responderem, foi feita uma discussão acerca do problema, em que foi questionado aos alunos sobre como eles resolveram o problema, a respostas que eles encontraram, se existia outro método para chegar ao resultado, se concordam com a resolução do colega etc. (chamarei essa discussão a partir daqui de “discussão acerca do problema”, que sempre seguirá uma estrutura similar). Nessa discussão, os alunos mostraram seus métodos de resolução, depois discutimos as respostas deles e resolvemos o problema no quadro. Segue abaixo algumas respostas dos alunos.

---

<sup>30</sup> Adaptado do site: <https://sites.google.com/site/conteudosdobimestre1/6/2--problema-envolvendo-numeros-naturais>

Um primeiro método de resolução que foi observado durante a aplicação foi o método numérico, em que os alunos realizavam as operações de soma e multiplicação para resolver o problema. Este é o caso da imagem 3 abaixo, o aluno realizou uma multiplicação do número de convidados pela quantidade de sanduíches para cada convidado, obtendo o número de sanduíches. Ele também realizou a multiplicação ( $6 \times 4$ ), para obter a quantidade de sanduíches em quatro pacotes. E, por último, ele fez a subtração ( $24 - 20$ ), obtendo o que sobraria dos 4 pacotes. Em resumo, através desses cálculos, ele conseguiu chegar na resposta do problema.

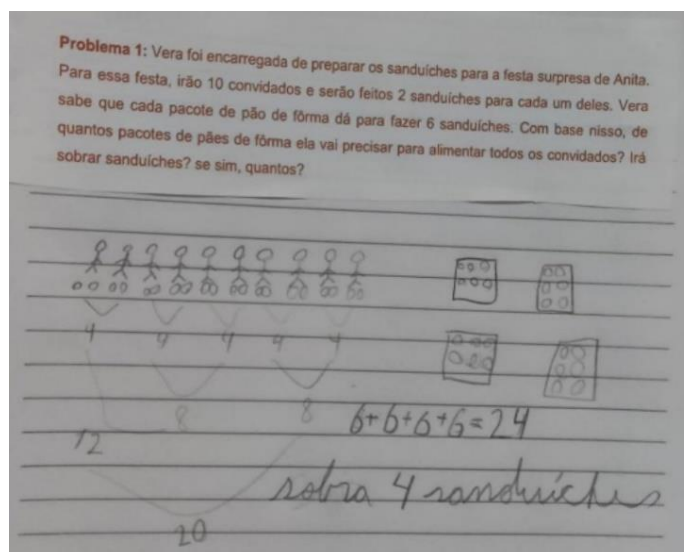
**Imagem 3:** Resolução dos alunos (problema 1)



**Fonte:** Acervo do pesquisador.

Outro aluno fez uma abordagem diferente na resolução desse problema. Ele utilizou uma representação simbólica (uso de desenhos) da quantidade de pessoas que iriam para a festa e, a partir daí, chegou na quantidade de sanduíches necessários. Ele também utilizou quadrados para representar os pacotes de pães de forma, e assim, conseguir chegar que quatro pacotes de pães dariam para fazer 24 sanduíches, obtendo a resposta como sendo quatro pacotes de pães e sobravam 4 sanduíches. Ele não deixou claro, de forma escrita, que são quatro pacotes de pães, mas, diante da representação que ele utilizou, subentende-se que ele entendeu o problema e chegou no resultado correto. Conforme podemos observar na imagem abaixo.

#### Imagem 4: Resolução dos alunos (problema 1)



Fonte: dados da pesquisa.

Em um segundo momento, foi feito alguns questionamentos aos alunos sobre o que eles entendem por números negativos, por que motivo eles foram criados e pedimos para eles citarem situações do dia a dia em que esses números estão presentes. A finalidade desses questionamentos era compreender se os alunos já tinham conhecimento da existência dos números negativos. Uma minoria demonstrou conhecimento e deu exemplos reais (relatando estar presente em termômetros e em temperaturas muito frias), mas através da discussão com eles foi possível deixar claro a ideia dos números negativos. Posteriormente, foi entregue o *problema 2*, sobre os números inteiros, para eles responderem.

**Problema 2<sup>31</sup>:** Em um prédio, o elevador indica os andares por meio de números inteiros. Considere o térreo como sendo o número zero, enquanto os andares acima dele são representados por números positivos, e os andares abaixo do térreo, no subsolo, representados por números negativos. Escreva o número que corresponde ao:

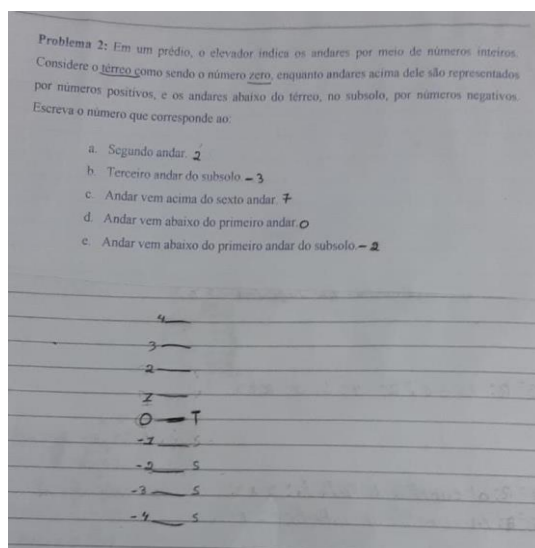
- Segundo andar.
- Terceiro andar do subsolo.
- Andar acima do sexto.
- Andar abaixo do primeiro.
- Andar abaixo do primeiro andar do subsolo.

RESPOSTA: a) 2 ou +2 b) -3 c) 7 ou +7 d) 0 ou térreo e) -2

<sup>31</sup> Retirado de: LUZ, G. **Trilhas da Matemática**. 1ª Edição, São Paulo: Saraiva, 2018.

Em relação ao problema 2, destacamos abaixo algumas imagens e observações sobre as resoluções dos alunos.

**Imagem 5:** Resolução dos alunos (problema 2)

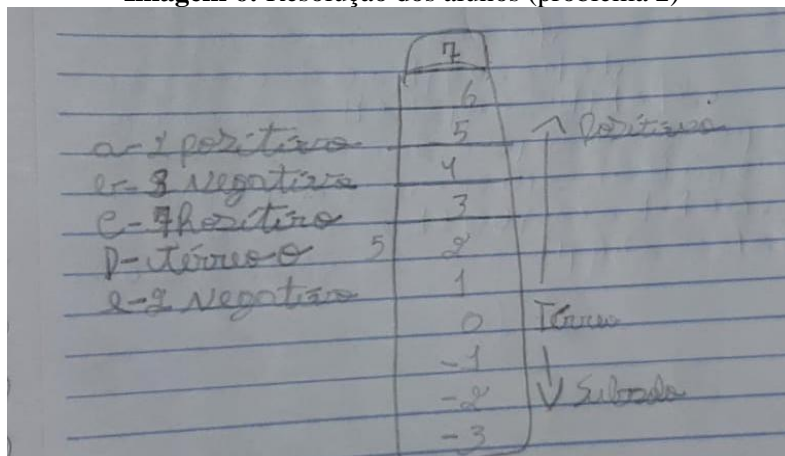


**Fonte:** dados da pesquisa.

No exemplo, para a compreensão do problema, o aluno utilizou linhas horizontais (segmentos de reta) para representar os andares. Utilizando a letra S para associar andares no subsolo e enumerando os andares da forma sugerida na questão. Um ponto importante é que o aluno utilizou a nomenclatura mais usual de um número negativo, colocando o sinal de menos antes do número.

Já em um segundo caso, um aluno fez uma representação similar a um prédio e os números dentro do "prédio" escritos da mesma maneira, mas em relação a resposta das alternativas, ele colocou o sinal de cada número (positivo ou negativo) escrita por extenso (como mostra a imagem 6 abaixo); outros alunos utilizaram o sinal de adição e subtração após o número (ex: 2-, 3- etc) para representar os números negativos. Já era esperado que eles representassem os números negativos de maneiras distintas, pois se tratava da primeira vez que eles trabalhavam com esse conteúdo.

**Imagem 6:** Resolução dos alunos (problema 2)



**Fonte:** dados da pesquisa.

Houve um caso em que uma aluna, por não compreender bem o enunciado do problema, considerou o térreo como sendo o primeiro andar. Nessa situação, os andares positivos ficaram uma unidade a mais do real valor (ex: 2º andar foi representado pelo número 1). Porém, não houve mudanças nos andares do subsolo, ou seja, ela não considerou o número zero como um andar. Diante disso, começamos uma discussão com os alunos, questionando-os se a sala poderia ser vista como um "prédio de um andar". Em resumo, os alunos chegaram na ideia de que os números dos andares "só começam a contar" a partir do segundo (desconsiderando o térreo).

**Aplicação do plano 2:** A aula inicia-se com a recapitulação da resposta do problema 2 (do plano 1). A representação do prédio foi desenhada novamente no quadro e, posteriormente, foram feitos alguns questionamentos aos alunos sobre se eles conseguem imaginar alguma outra maneira de representar os andares do prédio. De início, eles estavam focando em uma nova representação do prédio, dizendo que pode ser um ônibus (por causa das janelas) e não nos números dos andares. Depois de mais alguns questionamentos, os discentes conseguiram relacionar o desenho com uma reta numérica dos números inteiros. Essa representação foi feita no quadro com o auxílio dos alunos.

Em um segundo momento, questionamos os alunos sobre o que eles entendem sobre as palavras *antecessor* e *sucessor*. A maioria dos alunos conseguiram responder, dizendo que "é o que vêm antes/depois", e não mostraram dificuldades na compreensão desses termos. Também foi dado alguns exemplos familiares aos alunos (não relacionados à matemática) sobre o significado dessas palavras no cotidiano, como em filas e em exemplos de filmes e séries medievais, em que existe um rei e o filho dele é o seu *sucessor*. Após isso, foi entregue e discutida a *atividade 1* com os alunos.



**Atividade 1<sup>32</sup>:**

- a) Qual é o sucessor de + 2? \_\_\_\_\_
- b) Qual é o antecessor de 0? \_\_\_\_\_
- c) Qual é o antecessor de - 1? \_\_\_\_\_
- d) Qual é o sucessor de 0? \_\_\_\_\_
- f) Qual é o sucessor de + 8? \_\_\_\_\_

Nessa atividade, após ela ter sido entregue aos alunos, eles responderam na folha e, em seguida, iniciamos os questionamentos (lendo o problema). Eles não demonstraram dificuldades em responder as questões.

Em seguida, questionamos os alunos sobre o que eles entendem por comparação, obtivemos algumas respostas como: “é para saber quem é melhor”; “é para ver a diferença entre duas coisas” etc. Quando filtramos os questionamentos para a comparação entre números, os alunos mostraram um pouco de dificuldade sobre os números negativos, em dizer qual número seria maior, mas com a reta numérica que estava no quadro foi explicado para eles a noção de crescimento dos números na reta numérica.

Ainda nessa parte, foram mostrados os sinais de desigualdades para simbolizar que um número era maior ou menor que outro. Após isso, foi entregue e discutida a atividade 2 com os alunos. Por último, com o intuito de deixar mais claros os conceitos estudados até o momento, foi mostrado um vídeo aos alunos sobre os números negativos (Vídeo “Os números negativos”<sup>33</sup>).

**Atividade 2<sup>34</sup>: O que é melhor?**

- a) Ter 2 reais ou dever 4 reais? \_\_\_\_\_
- b) Dever 5 reais ou dever 10 reais? \_\_\_\_\_
- c) Ter 6 reais ou não ter nada? \_\_\_\_\_
- d) Dever 3 reais ou não ter nada? \_\_\_\_\_

Nessa *atividade 2* os alunos também não demonstraram dificuldades em entender a ideia de qual número era maior ou menor que outro, apenas um aluno que, na letra D, disse que preferiria dever 3 reais do que não ter nada (porque “não ter nada é zero” como ele falou). Mas foi explicado para ele que se ele devesse 3 reais ele não teria nenhum dinheiro e ainda estaria devendo 3 reais. Após essa explicação ele conseguiu compreender e mudou de opinião.

<sup>32</sup> Adaptado do site: <https://educaemcasa.petropolis.rj.gov.br/uploads/arquivos/1618847622-sem-7-7-ano-pdf.pdf>

<sup>33</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=o8bHz5XE0Fo>

<sup>34</sup> Adaptado do site: <https://educaemcasa.petropolis.rj.gov.br/uploads/arquivos/1618847622-sem-7-7-ano-pdf.pdf>

**Aplicação do plano 3:** A aula inicia-se com a entrega do problema 3 impresso para os alunos resolverem (problema individual). O intuito dessa aula é introduzir o conceito de módulo de um número com o auxílio da reta numérica na parte final da aula, na discussão do problema.

**Problema 3:** Marcos e Joedson se reuniram para jogar videogame na casa de Francisco. A casa de Francisco fica entre a casa de Joedson e a casa de Marcos e as três casas estão na mesma rua. Sabendo que a casa de Francisco fica à 6 metros de distância da casa de Marcos e que a casa de Joedson até a casa de Francisco é duas vezes essa distância, responda:

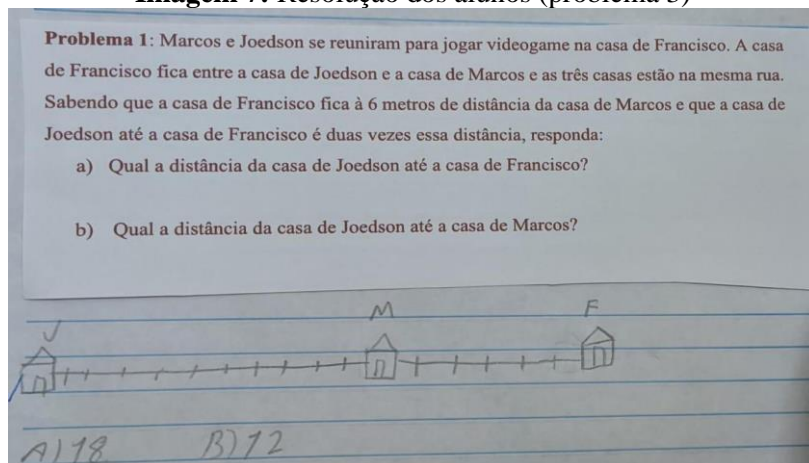
- Qual a distância da casa de Joedson até a casa de Francisco?
- Qual a distância da casa de Joedson até a casa de Marcos?

Durante a resolução do problema, os alunos estavam, de início, realizando os cálculos sem fazer nenhuma representação em desenho, utilizando um cálculo mental, que não era algo que pensamos que eles fariam. Alguns deles até conseguiram chegar no resultado correto dessa maneira, mas outros não conseguiram.

Percebemos que alguns alunos tiveram dificuldade em compreender a questão na parte do enunciado que dizia: “A casa de Francisco fica entre a casa de Joedson e a casa de Marcos”. Eles não entenderam que a casa de Francisco ficaria no meio das outras duas casas, mas pedimos para eles lerem o problema novamente com mais atenção (para interpretarem da maneira correta).

Após todos os alunos responderem o problema, foi feita uma discussão perguntando como eles fizeram. A grande maioria deles utilizou uma representação em desenho para interpretar o problema. Dentre essas apresentações, destaco abaixo algumas que considero interessantes de serem comentadas.

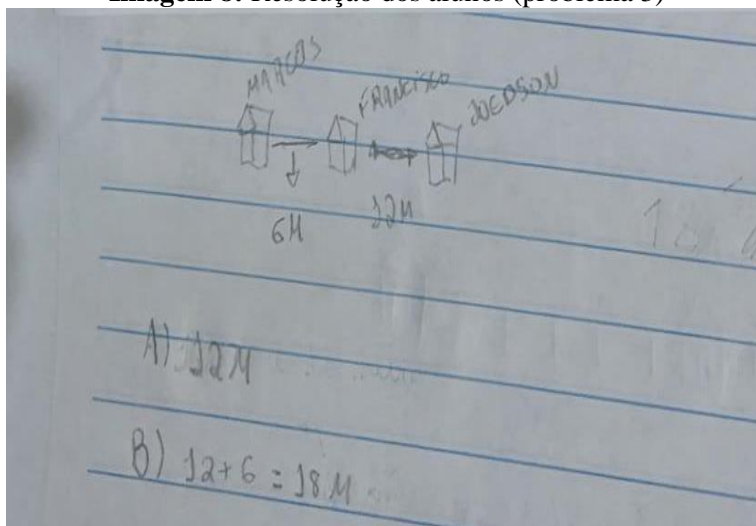
**Imagem 7:** Resolução dos alunos (problema 3)



**Fonte:** dados da pesquisa.

No caso acima, o aluno não compreendeu bem a sequência que as casas estavam e trocou a posição da “casa de Marcos” com a “casa de Francisco”, resultando assim em valores diferentes da solução do problema. Já na imagem 14 abaixo, o aluno conseguiu fazer a representação correta da disposição das casas e realizou os cálculos como esperado, chegando no resultado do problema.

**Imagem 8:** Resolução dos alunos (problema 3)



**Fonte:** dados da pesquisa.

Estávamos querendo justamente que os alunos chegassem nessa representação da imagem 14. Durante a discussão, uma aluna também se disponibilizou para fazer a representação no quadro (ela fez um desenho similar ao da imagem 14). Após vermos e discutirmos o problema, foi iniciado a formalização do conceito. Essa formalização se deu da seguinte maneira: com a representação em desenho no quadro, consideramos que as casas estivessem em cima de uma reta numérica e a casa de Marcos (a do meio) fosse o ponto zero. A ideia era questionar os alunos qual a distância da casa de Joedson até a casa de Francisco, se seria 12 ou -12.

Os alunos ficaram divididos em suas opiniões. Questionamos eles sobre qual seria a distância, como sendo o “espaço” entre os números na reta numérica, do ponto -12 até o ponto 0. Abordamos desta maneira para mostrarmos para eles que distância se trata de “espaço”, ou seja, um tamanho real e positivo.

Aproveitamos essa situação para introduzirmos o conceito de módulo de um número como sendo, na reta numérica, a distância desse número até o ponto zero. E que, observando o problema, que é uma situação real, a distância não pode ser negativa, então se quisermos calcular a distância da casa de Joedson (posição -12) até a casa de Marcos (posição 0) devemos usar o módulo de um número para encontrarmos essa distância.

Ainda sobre a formalização, falamos sobre a representação de módulo com o uso das barras verticais ( $|a|$ ) e sobre casos com sinal negativo dentro e fora do módulo.

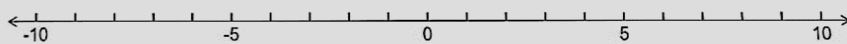
**Aplicação do plano 4:** entregamos uma atividade de verificação de aprendizagem do conteúdo já estudado (valendo um ponto). Essa atividade englobava o conjunto dos números naturais; conjunto dos números inteiros; reta numérica; antecessor e sucessor; comparação de números (usando os sinais de desigualdade); números simétricos (ou opostos) e identificar pontos no plano cartesiano. Segue a atividade abaixo.

### Atividade de verificação de aprendizagem

- 1) Marque a alternativa que representa todo o conjunto dos números naturais.
- a)  $N = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$                       c)  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$   
b)  $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$                       d)  $N = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$

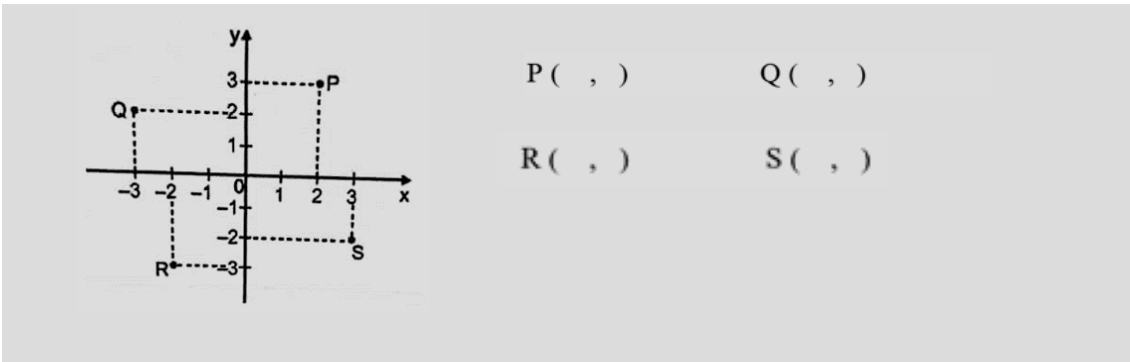
- 2) Marque a alternativa que representa todo o conjunto dos números inteiros.
- a)  $Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$                       c)  $Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$   
b)  $Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$                       d)  $Z = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$

- 3) Preencha os números que faltam na reta numérica abaixo.



- 4) Responda as afirmações abaixo com V para verdadeiro e F para falso:<sup>35</sup>
- ( ) Todo número natural possui um sucessor.  
( ) Todo número natural possui um antecessor.  
( ) Todo número inteiro possui um sucessor e um antecessor.
- 5) Preencha corretamente os sinais de “maior que” e “menor que” nas alternativas abaixo:
- a)  $5 \_ 10$                       d)  $-10 \_ -18$   
b)  $-15 \_ 12$                       e)  $-5 \_ 0$   
c)  $23 \_ -3$                       f)  $8 \_ -4$
- 6) Responda colocando o número oposto (ou simétrico) de cada número abaixo:
- a) O oposto de 4 é \_\_\_\_.
- b) O simétrico de -12 é \_\_\_\_.
- c) O simétrico de 125 é \_\_\_\_.
- d) O oposto de -215 é: \_\_\_\_.
- 7) Determine o par ordenado que representa os pontos P, Q, R e S de acordo com a imagem abaixo:

<sup>35</sup> Adaptado do site: <https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-numeros-naturais.htm>



P ( , )      Q ( , )  
R ( , )      S ( , )

As respostas erradas que foram observadas com maior frequência eram as de colocar o sinal de desigualdade; dizer qual é o número simétrico e identificar os pontos no plano cartesiano. Em relação ao sinal de desigualdade, eles estavam tendo dificuldade quando tinham números negativos em alguns dos lados. Já na identificação do número simétrico eles respondem corretamente quando estava perguntando o oposto do número, mas eles estavam confundindo e pensando que o simétrico é o sucessor. E, por fim, em relação à identificação dos pontos no plano cartesiano eles estavam colocando as coordenadas invertidas.

**Aplicação do plano 5:** A aula inicia-se com a entrega do problema 4 impresso para os alunos resolverem (problema individual). O intuito dessa aula é fazer os alunos realizarem operações de soma entre os números inteiros e, após isso, mostraremos as Propriedades da Adição de Números Inteiros (Comutativa; Associativa; Elemento neutro e Elemento oposto) através dos dados do problema.

**Problema 4<sup>36</sup>:** Paulo e Lucas inventaram um jogo de dados que funcionava da seguinte maneira: eram lançados dois dados, um vermelho e outro azul. Os números que caíam com o dado vermelho eram contados como negativos e os números que caíam com o dado azul eram contados como positivos. Na 1ª rodada de jogo, Paulo tirou o número 5 com o dado vermelho e o número 4 com o dado azul, e Lucas tirou o número 4 com o dado vermelho e o número 3 com o dado azul. Já na 2ª rodada de jogo, Paulo tirou o número 2 com o dado vermelho e 3 com o dado azul e Lucas tirou o número 4 com o dado vermelho e o número 4 com o dado azul. E na 3ª rodada de jogo, Paulo tirou o número 6 com o dado vermelho e 2 com o dado azul e Lucas tirou o número 2 com o dado vermelho e o número 1 com o dado azul. Quem ficou com o maior número de pontos?  
**RESPOSTA:** Paulo:  $-1 + 1 + (-4) = -4$       Lucas:  $-1 + 0 + (-1) = -2$   
**VENCEDOR:** Lucas!!

<sup>36</sup> Referência: adaptado do site: <https://pt.surveymonkey.com/r/MGC799F>

Uma primeira dificuldade que os alunos mostraram foi relacionada a compreensão do problema, alguns não tinham entendido que era para somar as pontuações nas três rodadas para obter o vencedor. O tempo utilizado para os alunos resolverem o problema foi maior que o planejado por causa das dúvidas e do auxílio individual que realizamos, mas todos eles conseguiram responder.

Em seguida realizamos uma discussão, perguntando como eles resolveram o problema. Destaco abaixo algumas das resoluções que eles utilizaram.

**Imagem 9:** Resolução os alunos (problema 4)

Problema 1: Paulo e Lucas inventaram um jogo de dados que funcionava da seguinte maneira: eram lançados dois dados, um vermelho e outro azul. Os números que caíam com o dado vermelho eram contados como negativos e os números que caíam com o dado azul eram contados como positivos.

- Na 1ª rodada de jogo, Paulo tirou o número 5 com o dado vermelho e o número 4 com o dado azul, e Lucas tirou o número 4 com o dado vermelho e o número 3 com o dado azul. Paulo -1 Lucas -1
- Já na 2ª rodada de jogo, Paulo tirou o número 2 com o dado vermelho e 3 com o dado azul e Lucas tirou o número 4 com o dado vermelho e o número 4 com o dado azul. Paulo = +1 Lucas 0
- E na 3ª rodada de jogo, Paulo tirou o número 6 com o dado vermelho e 2 com o dado azul e Lucas tirou o número 2 com o dado vermelho e o número 1 com o dado azul. Paulo -4 Lucas = -1

Quem ficou com o maior número de pontos? Lucas

**Fonte:** dados da pesquisa.

No caso acima, o aluno calculou a pontuação de Paulo e de Lucas em cada uma das rodadas, realizando a subtração do valor obtido no dado vermelho com o valor obtido no dado azul. Após o cálculo das pontuações deles nas 3 rodadas, o aluno somou essas três pontuações, chegando que Lucas é o vencedor com -2 pontos.

Outro aluno realizou os cálculos de maneira diferente, mas chegou ao mesmo resultado. Ele somou a pontuação das 3 rodadas do dado vermelho para Paulo e depois do dado azul, também para Paulo. Depois ele apenas somou os dois valores (considerando o sinal negativo do número). E, para o cálculo de Lucas ele fez o mesmo processo, então, por fim, ele comparou os dois resultados finais (-4 e -2) e concluiu que Lucas é o vencedor (veja a imagem abaixo).

### Imagem 10: Resolução os alunos (problema 4)

**Paulo**

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 3 \\ \hline 7 \\ - 5 \\ - 2 \\ \hline -1 \\ - 13 \\ \hline -23 + 9 = -14 \end{array}$$

**Lucas**

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 4 \\ \hline 7 \\ - 2 \\ - 4 \\ \hline -1 \\ - 4 \\ \hline -10 + 8 = -2 \end{array}$$

**Problema 1:** Paulo e Lucas inventaram um jogo de dados que funcionava da seguinte maneira: eram lançados dois dados, um vermelho e outro azul. Os números que caíam com o dado vermelho eram contados como negativos e os números que caíam com o dado azul eram contados como positivos.

- Na 1ª rodada de jogo, Paulo tirou o número 5 com o dado vermelho e o número 4 com o dado azul, e Lucas tirou o número 4 com o dado vermelho e o número 3 com o dado azul.
- Já na 2ª rodada de jogo, Paulo tirou o número 2 com o dado vermelho e 3 com o dado azul e Lucas tirou o número 4 com o dado vermelho e o número 4 com o dado azul.
- E na 3ª rodada de jogo, Paulo tirou o número 6 com o dado vermelho e 2 com o dado azul e Lucas tirou o número 2 com o dado vermelho e o número 1 com o dado azul.

Quem ficou com o maior número de pontos? **Lucas**

Fonte: dados da pesquisa.

A partir das respostas dos alunos sobre o problema, foram mostradas as propriedades da Adição de Números Inteiros, citadas anteriormente. E, por fim, entregamos as propriedades impressas para eles terem acesso quando quiserem relembrar.

Pelo fato de as aulas do estágio já estarem se encerrando, não foi possível concluir a parte das propriedades dos números inteiros relacionadas à multiplicação e à divisão. Após termos concluído o estágio, os conteúdos e as aulas voltaram a ser ministradas pela supervisora do estágio (que é a professora da escola), em que ela deu seguimento ao conteúdo.

### Considerações Finais

A metodologia *Lesson Study* proporciona um ambiente de colaboração entre quem a utiliza, em que todos têm a oportunidade de discutir, por exemplo, melhores maneiras de se trabalhar algum conteúdo e, através das experiências e conhecimentos compartilhados, todos conseguem aprender juntos.

A parte da *Lesson Study* referente ao planejamento detalhado, com divisão de minutos para cada etapa da aula, é um ponto benéfico para o professor, pois ajuda a ter um maior controle da aula. O uso da *Lesson Study* mostrou bons resultados no que se refere ao planejamento do professor para a sala de aula. Etapas dessa metodologia, como a antecipação das ações dos alunos, direcionamento de questionamentos, observações dos colegas estagiários etc., mostraram fazer a diferença em sala de aula, quando comparado à não utilização dessa metodologia.

Um ponto em que essa metodologia não contribui tanto para o seu uso pelos professores atuantes é a questão do tempo de preparação da aula. Pois elaborar uma aula em que se deve planejar detalhadamente cada etapa com questionamentos específicos;

procurar, resolver e criar problemas; supor ações dos alunos e a partir daí pensar em estratégias dos professores (e todas as outras partes da *Lesson Study*) se torna um tanto inviável para os professores que atuam na Educação Básica, considerando que eles possuem muitas aulas por semana e várias turmas diferentes. Porém, acredito que em sala de aula poderia se utilizar “partes” dessa metodologia, caso não seja possível utilizá-la em sua totalidade.

No que se refere ao uso da resolução de problemas, destacamos que é uma metodologia que proporciona que o aluno tenha bem mais participação, comparado a uma aula tradicional e expositiva. Percebemos que o ensino através da resolução de problemas deixa os problemas mais próximo da realidade (mais contextualizados e com sentido), não exigindo que você use um método/fórmula específico(a) e contribui para que as aulas fiquem mais instigantes e interessantes para os alunos.

É mais fácil para os alunos entenderem o conteúdo na parte da formalização final, quando eles já têm tentado solucionar e pensado sobre os problemas. Nessa situação, os alunos ficam mais interessados, pois querem ver o que erraram ou se acertaram o problema, bem como os possíveis caminhos adotados para se chegar à solução.

Um ponto a ser pensado em relação a resolução de problemas é que, pelas aulas ministradas, percebemos que ela demora um pouco mais de tempo se for comparada ao ensino expositivo/tradicional. Principalmente pelo fato de que os alunos respondem os problemas em tempos diferentes e, os que estão mais atrasados vão tomar mais tempo da aula. Talvez isso ocorra pelo fato de que foi uma das primeiras aulas que ministramos (primeiro contato com a sala de aula foi durante esse estágio II), pois não soubemos lidar muito bem com essa questão do tempo destinado à resolução dos problemas, mas acreditamos que, se o professor puder ir auxiliando os alunos que têm mais dificuldades, esse problema será resolvido. Contudo, esse maior tempo utilizado é compensado com uma melhor qualidade de aprendizagem.

Outra questão, também relacionada à resolução de problemas, está voltada para a parte da discussão do problema após os alunos terem respondido. Estávamos esperando que todos os alunos respondessem para que pudéssemos ir para essa etapa. E essa condição acabou fazendo com que o tempo dado para que os alunos respondessem o problema fosse muito maior do que o planejado e, às vezes, nem era possível realizar a discussão na mesma aula. Nesse quesito, pensamos que seria interessante que o professor não esperasse que todos os alunos respondessem, mas que a maioria deles ou um pouco menos (dependendo de como eles estão desenvolvendo o problema), concluíssem o



processo resolutivo para que, a partir das respostas já obtidas, o professor pudesse fazer a discussão, explicação e formalização do conteúdo.

De forma geral, consideramos satisfatórias as experiências vivenciadas com o uso da *Lesson Study* e da Resolução de Problemas no ensino de matemática ao longo do estágio supervisionado, possibilitando reflexões sobre a importância da utilização de diferentes caminhos metodológicos para o ensino e das potencialidades de cada uma dessas ferramentas no processo de ensino e aprendizagem.

## Referências Bibliográficas

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de L. R. (Org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.
- BEZERRA, R. C.; MORELATTI, M. R. M. Discutindo a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental no contexto da lesson study. **Anais do VI Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática**, Campinas-SP, 2017.
- BICALHO, J. B. de S.; ALLEVATO, N. S. G.; DA SILVA, J. F. A Resolução de Problemas na formação inicial: compreensões de futuros professores de Matemática. **Educação Matemática Debate**, v. 4, n. 10, p. 1-26, 2020.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CUNHA, C. P. A Importância da Matemática no Cotidiano. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**. Edição 04. Ano 02, Vol. 01. pp 641-650, julho de 2017.
- FELIX, T. F. **Pesquisando a melhoria de aulas de Matemática seguindo a proposta curricular do Estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (lesson study)**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 2010.
- MENEGHELLI, J. et al. Metodologia de resolução de problemas: concepções e estratégias de ensino. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 11, n. 3, 2018.
- NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. **Caderno de pesquisas em administração**, São Paulo, v. 1, n. 3, p. 1-5, 1996.
- NEVES, R. da S. P.; BRAGA, M. D.; FIORENTINI, D. Estágio Curricular Supervisionado em Matemática em Processo de Lesson Study on-line: adaptações, desafios e inovações. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 2, n. 01, p. e202135-e202135, 2021.
- ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, p. 73-98, 2011.
- PONTE, J. P. da. Gestão curricular em Matemática. **O professor e o desenvolvimento curricular**, p. 11-34, 2005.
- ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 299-311, 2012.
- SANTOS, L. R.; MATOS, M. L.; SANT'ANA, I. P. As tendências em educação Matemática na percepção de professores de Matemática. **Revista De Educação Matemática**, v. 18, p. e021005-e021005, 2021.
- SERRAZINA, L. A formação para o ensino da Matemática: perspectivas futuras. **A formação para o ensino da matemática na educação pré-escolar**, n. 1º, p. 9-19, 2002.
- SOARES, M. T. C.; PINTO, N. B. **Metodologia da resolução de problemas**. 24ª Reunião ANPEd, 2001.
- SOUZA, M. A. V. F. et al. **Peixes para contar e estimar**. Vitória- ES: Edifes, 2018.

**PARTE II**  
*Currículo*

## Capítulo 9

### **Ensino da estatística para os anos iniciais do ensino fundamental: uma revisão sobre pesquisas brasileiras com foco no livro didático**

*Loise Tarouquela Medeiros*

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro

*Edda Curi*

Universidade Cruzeiro do Sul

#### **1. Introdução**

A Estatística faz-se presente em muitas áreas do conhecimento, nos distintos meios de comunicação em que é notória a utilização de tabelas, gráficos, informações e dados estatísticos e que nem sempre são compreendidos pelas pessoas de modo geral. Sendo assim, o ensino de Estatística pode contribuir para a formação integral dos estudantes, oportunizando o trabalho com problemáticas reais e dando subsídios para ler, entender, analisar e interpretar informações e dados estatísticos do cotidiano.

Segundo Cazorla (2002), a Educação Estatística se apresenta, nas últimas décadas, como área de pesquisa em Educação, cuja finalidade é estudar e propor reflexões sobre o ensino e a aprendizagem em Estatística em todos os níveis de ensino. Ademais, esse conhecimento evoluiu nos últimos 50 anos, considerando a inserção e prática de seus conceitos nos currículos da Educação Básica e do Ensino Superior, na formação de grupos interdisciplinares com pesquisadores qualificados, nos cursos de pós-graduação e nas publicações. Acrescenta-se o relevante papel da formação docente na área, já que muitos “eram estatísticos que nunca estudaram educação ou professores usuários com treino estatístico limitado” (Cazorla, 2002, p. 11).

Considerando ser imprescindível desenvolver esses saberes, a Estatística passou a ser adotada no âmbito escolar como parte integrante do currículo da Educação Básica desde os anos iniciais (Brasil, 1997; 2017).

No Brasil, o ensino de Estatística tem sido abordado pelos principais documentos norteadores da educação, desde os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil 1997), aprofundado na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017). Ambos

os documentos consideram que tratar de informações estatisticamente é importante para exercício da cidadania. acrescentando que a “[...] compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais dependem da leitura crítica e interpretação de informações complexas [...]” (Brasil, 1997, p. 27).

Campos *et al.* (2013) apontam que um dos objetivos no ensino da Estatística é “valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de certeza” (Campos et. al, 2013, p.12). Numa perspectiva onde os alunos “devem ser preparados para levantar problemas de seu interesse, formular questões, propor hipóteses, coletar os dados, escolher os métodos estatísticos apropriados, refletir, discutir e analisar criticamente os resultados considerando as limitações da Estatística, sobretudo no que se refere à incerteza e a variabilidade” (Campos et. al, 2013, p.14).

Apesar de ter sido inserida no currículo escolar, ainda existem entraves no seu ensino. Lopes (2008) já ressaltava que a especificidade do ensino de Estatística no currículo da matemática muitas vezes era algo alheio a formação inicial do pedagogo. Atualmente, Pontes e Castro (2021) reiteram o pensamento de Lopes (2008) citando algumas dificuldades como o fato de a Estatística não ser trabalhada pelos professores na rotina escolar, ou ainda, os professores possuírem pouco ou nenhum domínio dessa área do saber, resultado de uma formação muito superficial no que diz respeito a Estatística.

Pesquisas como as de Curi (2004), as de Nacarato, Passos & Mengali (2009) e Gatti (2008) apontam que professores da Educação Básica, principalmente aqueles formados para atuar na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tem problemas conceituais, didáticos e curriculares acerca do ensino da Matemática e que esses profissionais desenvolvem na academia habilidades pedagógicas sobre o ensino de forma geral, não focando nas disciplinas a serem ensinadas, possuem apenas o conhecimento empírico como norte para que se possa realizar o desenvolvimento do ensino dos conteúdos dessa disciplina.

Em meio a uma realidade cuja formação inicial deixa lacunas nessa área do conhecimento, entende-se a importância de os professores refletir sobre a natureza do conhecimento estatístico e probabilístico para entender o que se deseja desenvolver no aluno, e, para isso, ele precisa conhecer o currículo e buscar aprofundamento teórico (Batanero, 2002, p.). Caso contrário, ele não saberá o real objetivo de se trabalhar aquele assunto, nem o que se deseja desenvolver no estudante.

Nessa perspectiva, segundo as pesquisas de Batanero (2002), o professor ao dominar esses dois requisitos se torna preparado para ensinar Estatística, pois ao dominar a teoria consegue realizar a transformação do conhecimento para se adaptar aos diversos níveis de ensino desejado e conhecendo o currículo, é capaz de realizar a análise dele, para planejar suas atividades ao longo do ano, obtendo assim uma melhor ação educativa.

Como construção cultural, Sacristán (2000) pondera que o currículo se materializa no sistema educacional a partir de seis diferentes níveis de seu desenvolvimento, são eles: currículo prescrito, currículo apresentado, currículo moldado pelo professor, currículo em ação, currículo realizado e currículo avaliado.

Destas instâncias, nosso foco está no currículo apresentado, que diz respeito aos documentos elaborados para traduzir as prescrições. Um representante significativo, no contexto brasileiro, é o livro didático que também apresentam prescrições, ou seja, orientações mais precisas daquilo que foi definido apenas genericamente no currículo prescrito.

É válido ressaltar que a definição de tal recorte, tendo em vista os objetivos delineados, levou em consideração o fato que neste momento de reorganização dos documentos curriculares de Matemática no Brasil, entendemos a importância de o livro didático influenciar de forma acentuada a prática do professor, e na maioria das vezes, a principal fonte para elaboração das aulas, a partir do que os autores desses materiais propõem. Por outro lado, o professor toma conhecimento do currículo prescrito a partir do elenco de conteúdos abordados pelos autores dos livros didáticos (Sacristán, 2000).

Em relação a Estatística, o livro didático de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental deve trazer possibilidades para o desenvolvimento do pensamento estatístico que provavelmente dará às novas gerações uma formação básica sólida em Estatística, contribuindo na formação de cidadãos críticos e conscientes” (Cazorla et. al., 2017, p. 15).

Segundo Monteiro e Carvalho (2021) a abordagem do desenvolvimento do pensamento estatístico no livro didático de Matemática deve abranger as diversas possibilidades de um indivíduo para o aperfeiçoamento das habilidades do pensamento crítico, uma vez que a interpretação dos dados estatísticos pode envolver incertezas e contradições.

Neste contexto, a pesquisa tem como objetivo mapear a produção acadêmica, com foco no livro didático, em relação ao ensino da Estatística nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, referendadas pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível

Superior (CAPES) no período de 2015 até 2022, visando delinear o cenário acadêmico. Arelado a isso, buscou-se conhecer as contribuições do que já é feito na área e as possíveis lacunas existentes, ampliando nosso olhar sob esse foco.

Acredita-se que conhecer e estudar as obras e investigações recentes sobre o ensino da Estatística é fundamental para o pesquisador que visa contribuir de forma significativa para o fortalecimento dos estudos em que se situa. Compreende-se, desse modo, que a pesquisa é bastante relevante no sentido de possibilitar aos interessados no ensino de Estatística, uma reflexão acerca dos aspectos gerais da produção de conhecimentos. Além disso, fornecer dados interessantes que, certamente, provocam inquietações fundamentais para o desenvolvimento do campo estudado.

Para fundamentar este trabalho, na sequência desta introdução, realizamos alguns apontamentos sobre o ensino de Estatística na Educação Básica e sobre o currículo apresentado. Em seguida, explicitamos os procedimentos metodológicos adotados; apresentamos o estado do conhecimento no portal de periódicos da Capes de teses e dissertações; as considerações finais sobre esse estudo e, por fim, as referências.

## **2. Alguns apontamentos sobre o ensino de Estatística na Educação Básica**

Em relação às investigações em ensino de Estatística, Garfield e Ben-Zvi (2007) apontam um crescente desenvolvimento no estudo sobre o letramento estatístico, raciocínio e pensamento dos alunos, voltado para promover mudanças no ensino, da “estatística procedimental” com fórmulas, técnicas e cálculos para um desenvolvimento da “compreensão conceitual” na direção do letramento estatístico.

Corroborando isso, os estudos de Garfield (2002) e Delmas (2002) ressaltam que tais habilidades podem ser desenvolvidas por meio de um envolvimento maior de professores e estudantes em situações que lhes permitam vivenciar essas aptidões, de modo a construí-las e desenvolvê-las continuamente.

Segundo Delmas (2002), o letramento estatístico é um conceito mais amplo e que incorpora o raciocínio e pensamento estatístico como domínios. Nessa perspectiva, compreende que “antes de um indivíduo ser capaz de ler, interpretar e analisar criticamente os dados estatísticos e de discutir acerca das informações estatísticas (Letramento Estatístico), requer a compreensão das informações disponíveis (Raciocínio) e a sua conclusão a respeito dessas informações (Pensamento)” (Martins; Borelli; Curi, 2020, p.5).

Na perspectiva de Gal (2002), temos duas ideias centrais sobre letramento estatístico: a primeira diz respeito à capacidade das pessoas de interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, os argumentos relacionados aos dados ou fenômenos estocásticos em diversos contextos. A segunda refere-se à capacidade de discutir ou comunicar, quando pertinente, informações estatísticas, como a compreensão do indivíduo acerca do significado, suas opiniões sobre as repercussões das informações ou suas considerações relacionadas à aceitação das conclusões fornecidas. Pressupõe-se que, nesse modelo, seja possível inter-relacionar as habilidades gerais de letramento, conhecimento estatístico, matemático, do contexto e questionamentos críticos.

Ademais, Gal (2002) também se baseia em uma postura crítica apoiada em crenças e atitudes, que, segundo o autor, diz respeito à disposição de uma atitude de questionamento espontânea frente às mensagens quantitativas, que podem ser: unilaterais, tendenciosas ou incompletas de alguma forma, intencionalmente ou não.

Entende-se que, nesse modelo, a sala de aula requeira um vivenciar de toda a lógica das investigações estatísticas, com um enfoque crítico reflexivo. Nessa perspectiva, “para letrar estatisticamente o aluno, precisa também desenvolver o pensamento estatístico, de maneira que o aluno reflita, de forma crítica, sobre todas as fases da pesquisa” (Cazorla e Santana, 2010, p. 13).

Nos estudos de Garfield (2002), o raciocínio estatístico é definido como o modo de uma pessoa raciocinar com ideias estatísticas, mobilizando sentido para as informações estatísticas. Esse processo envolve interpretações baseadas em conjuntos de informações, representações ou resumos estatísticos dos dados na forma de gráficos e tabelas. Cabe destacar que o raciocínio estatístico é desenvolvido na medida em que “as informações obtidas com base nos dados colhidos pelos alunos são interpretadas e representadas na forma de gráficos e tabelas” (Jacobini; Wodewotzki; Campos; Ferreira, 2010, p. 79).

O raciocínio estatístico refere-se ao trabalho com as ferramentas estatísticas. Trabalho este não direcionado somente a operar com elas, mas atento aos seus significados mais profundos, ao seu sentido, à mensagem subjacente a elas, principalmente no contexto em que são utilizadas (Perin e Campos, 2020).

Segundo Jacobini, Wodewotzki, Campos e Ferreira (2010), o pensamento estatístico envolve a habilidade particular de enxergar a totalidade do fato em estudo, além da capacidade de entender e utilizar o contexto do problema em uma investigação, de tirar conclusões e ser capaz de criticar e avaliar os resultados obtidos. Para os autores, o desenvolvimento do pensamento estatístico inclui a compreensão da maneira como



alguns modelos são utilizados para simulação de fenômenos, de como é feita a produção de dados para que seja estimada a probabilidade e, ainda, como e porque as ferramentas de inferências existentes podem ser usadas para auxiliar um processo investigativo.

De forma sucinta, muito além do ensino de definições, métodos e procedimentos, é preciso que o processo ensino-aprendizagem dos conceitos estatísticos seja contextualizado e reflexivo para que ocorra o aprimoramento do letramento estatístico por meio do desenvolvimento do raciocínio e pensamento (Jacobini; Wodewotzki; Campos; Ferreira, 2010).

Neste contexto entendemos a importância quanto ao desenvolvimento do letramento estatístico para o combate de desinformação e de manipulação de dados, por isso, a importância de investigar essa abordagem no livro didático dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pois, a compreensão desse conceito ensina-se na formação de cidadãos e na compreensão de cidadania, no que concerne ao entendimento de leitura e de interpretação das informações e linguagens estatísticas (Cazorla; Santana, 2010; Cazorla et. al, 2017;).

### **3. Livro didático**

Na área da Educação e do Ensino, o currículo tem sido alvo de diversas pesquisas, buscando compreender diferentes aspectos do ambiente escolar e das dinâmicas nele estabelecidas, constituindo como um dos caminhos para análise da prática e de suas peculiaridades no contexto educacional.

Sacristán (2000) entende que o currículo é uma práxis, um objeto dinâmico, emanado de um modelo coerente de pensar a educação ou as aprendizagens necessárias das crianças e dos jovens, que tampouco se esgota na parte explícita do projeto de socialização cultural nas escolas (Sacristán, 2000, pag.15-16).

Corroborando com essa ideia, Pires (2015) destaca que quando o currículo for flexível e aberto, com possibilidade de estar sempre sendo formulado e reformulado e sendo consultado pelos docentes, no seu dia a dia, tarefa que exige tempo, espaço e disponibilidade do corpo docente, ele pode se tornar um guia orientador da prática, isto é, passa a ser a referência para o professor planejar suas ações junto aos estudantes.

A autora apresenta a intenção do currículo como propostas específicas sobre modos de entender o conhecimento, interpretar a aprendizagem, colocar em prática o ensino e avaliar a utilidade e domínio das aprendizagens realizadas (Pires, 2015).

Os currículos prescritos trazem informações importantes para o planejamento e a prática dos docentes ao apresentarem objetivos, aspectos conceituais e opções didáticas e metodológicas referentes ao conteúdo a serem propostos aos estudantes. Também incorporam princípios, subjetividades, concepção de sociedade que se quer formar, papéis que os sujeitos precisam assumir na sociedade.

Entretanto, as prescrições muitas vezes são bem genéricas e precisam ser complementadas para orientar a ação educativa dos docentes, assim, utiliza-se de manuais e dos livros didáticos, como um guia, um recurso didático para o planejamento pedagógico do professor e para a realização de aulas.

Lajolo (1996) afirma que os livros didáticos, para a escola da Educação Básica, são centrais na produção, circulação e apropriação de conhecimentos e fornece uma definição de livro didático e de seu papel na determinação do currículo escolar e das práticas a serem desenvolvidas pelo professor que o utiliza:

Didático, então, é o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática. Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina. (Lajolo, 1996, p. 3).

Em consonância com o exposto, a respeito da importância do livro didático, Sacristán (2000) aponta que os livros didáticos são os tradutores das prescrições curriculares gerais, são depositários de competências profissionais (elaboram os conteúdos e planejam para o professor), dão segurança ao professor por manter durante um tempo prolongado a atividade e o tempo de execução.

Também apresenta que existe a possibilidade de estabelecer estratégias de melhora do currículo por meio dos livros didáticos ou de renovar a prática com eles. Isso vai depender do desenvolvimento curricular num determinado contexto escolar ou a existência de materiais adaptados a diferentes necessidades dos estudantes.

O diálogo estabelecido com os autores sobre a Educação Estatística, os conceitos de raciocínio estatístico, pensamento estatístico e letramento estatístico, a importância de tais conhecimentos no Ensino Fundamental estarem incorporadas no livro didático, buscamos mapear as pesquisas relacionadas com essa temática.

## Procedimentos metodológicos

O trabalho se caracteriza como pesquisa do tipo estado do conhecimento, que, conforme Romanowski e Ens (2006), consiste no estudo de apenas um setor das publicações sobre o tema, o qual não se restringe a identificar a produção, mas analisá-la, categorizá-la e revelar seus múltiplos enfoques e perspectivas. Segundo os autores, para desenvolver pesquisa do tipo estado da arte ou do conhecimento, é necessário compreendê-la como um estudo descritivo, pois produz uma situação com condição específica, de amostra aleatória e analítica. Esse tipo de pesquisa permite uma coleta dos conhecimentos produzidos sobre o tema, possibilita uma visão do que outros pesquisadores publicaram, identifica elementos como foco principal dos trabalhos, temas abordados, metodologia, resultados e conclusões obtidos a partir da análise dos dados, além de possíveis lacunas deixadas, podendo indicar novos caminhos a serem tomados. Assim, esta pesquisa contribui para a elaboração de um panorama sobre o tema.

Com a finalidade de levantar os elementos citados, foi realizada uma leitura dos títulos e dos resumos dos trabalhos selecionados, via *internet*, pelo acesso ao resumo disponível no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes).

Adotamos os seguintes passos para a realização da investigação: definição dos descritores para direcionar as buscas a serem realizadas; localização dos bancos de pesquisas, teses e dissertações; estabelecimento de critérios para a seleção do material que compõe o *corpus* do estado da arte; levantamento de teses e dissertações catalogadas; coleta do material de pesquisa; leitura das publicações com elaboração de síntese preliminar, considerando o tema, os objetivos, as problemáticas, metodologias, conclusões e a relação entre o pesquisador e a área (Romanowski; Ens, 2006).

A partir dessas linhas gerais, definiu-se como questão norteadora da investigação: o que tem sido pesquisado sobre o ensino de estatística no Brasil em nível *Stricto Sensu* durante o período de 2015 a 2022, com foco no livro didático? Consideramos esse espaço de tempo devido às diversas discussões demandadas pela implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e em razão de algumas pesquisas de revisão terem sido desenvolvidas anteriormente, com o intuito de descrever e analisar a pesquisa em Educação Estatística no Brasil. Sendo assim, realizamos uma breve revisão bibliográfica dessas investigações, destacando seus objetivos, eixos temáticos e alguns resultados.

Ribeiro (2010) apresentou um levantamento da produção acadêmica que consta no Banco de Teses da Capes referente aos trabalhos relacionados ao ensino da Estatística e da Probabilidade no período de 2000 a 2008, compilando 58 trabalhos produzidos em 22 universidades. O autor explica que grande parte das pesquisas abordou a análise dos livros didáticos, dos documentos oficiais e da investigação do currículo, apontando que erros conceituais ou nas formas como são apresentados os conteúdos nos livros didáticos influenciam negativamente na compreensão de Estatística e/ou Probabilidade.

Silva, Cazorla e Kataoka (2015) investigaram a produção científica em Educação Estatística dos pesquisadores do GT-12 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), no período de 2010 a 2014. Utilizaram a análise documental da produção apresentada em seus currículos *Lattes*: dissertações e teses, obras e capítulos de livro, artigos completos em periódicos e em eventos científicos. As autoras, em suas conclusões, identificaram que há uma necessidade de mais pesquisas com alunos com necessidades educacionais especiais, com o apoio tecnológico e fizeram apontamentos acerca da tendência verificada na redução de publicações na área.

Silva, Curi e Schimiguel (2015) examinaram a produção sobre Educação Estatística publicada no Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), de 2006 até 2015, buscando identificar e descrever como essa área se desenvolve no Brasil, quais pesquisadores e instituições fazem pesquisas nesse campo, além de investigar quais os focos temáticos identificados nos trabalhos em Educação Estatística publicados nesse periódico. Os autores observaram que os dados mais evidentes foram: a busca pelo oferecimento de recursos ou propostas de ensino de Probabilidade e Estatística; a formação de professores; e as compreensões e reflexões sobre a área de Educação Estatística. Foi constatado que os pesquisadores da área procuram, dentro de suas possibilidades, transformar a relação ensino-aprendizagem, diminuindo as dificuldades dos professores em ensinar, bem como as dos alunos em aprender.

A partir da pesquisa realizada, notou-se a existência de investigações com inúmeras metodologias e abordagens distintas, tanto com relação à escolha dos parâmetros de coleta dos dados quanto aos intervalos de tempo, base ou plataforma de pesquisa, método de busca, descritores selecionados, tipo de investigação que compõe o inventário (artigos de revistas ou periódicos, teses e dissertações, trabalhos apresentados em eventos, etc.), adoção de múltiplos sistemas classificatórios para parâmetros teórico-metodológicos ou eixos temáticos, além dos diferentes enfoques dados de acordo com os objetivos de cada investigação. Percebeu-se que as pesquisas representam importantes

aproximações ao tema, servindo como ponto de partida, além da própria análise do nosso inventário.

#### 4. O estado do conhecimento no portal de periódicos da Capes de teses e dissertações

Os estudos em questão resultam de um levantamento da produção acadêmica realizado com foco no livro didático em relação ao Ensino da Estatística, referendadas pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

No processo de seleção das produções, foram utilizados os seguintes descritores: “Estatística”, “Currículo”, “Documentos curriculares”, “Livro didático”, “Currículo apresentado” e “Propostas curriculares”, com refinamento por trabalhos para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no período de 2015 a 2022. Emergiram somente cinco trabalhos, indicados no Quadro 1.

**Quadro 1:** Tese e Dissertações selecionados no portal Capes

Título/Ano	Autoras	Foco	Programa/Instituição	Nível
O PNLD e o Currículo de Estatística em Livros Didáticos de Matemática no Ciclo de Alfabetização / 2017.	AMORIM, Natália Dias de	Análise de livros didáticos	Educação Matemática e Tecnológica / Universidade Federal de Pernambuco	Mestrado
Análise de Livro Didático nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Conteúdos de Estatística Descritiva e o Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) / 2017.	GOLFETI, Silvia Marques	Análise de livros didáticos	Educação Matemática / Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Mestrado
Ensino e Aprendizagem de Tabelas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental / 2021.	SILVA, Maria Betânia Evangelista da	Análise de livros didáticos	Educação Matemática e Tecnológica / Universidade Federal de Pernambuco	Doutorado
Análise dos Livros Didáticos da Educação Básica Acerca da Construção de Subsuportes para Aprendizagem de Estatística / 2021.	SANTOS, Paola Aquino dos	Análise de livros didáticos	Ensino de Ciências e Matemática / Universidade Franciscana, Santa Maria - RS.	Mestrado
O que pode influenciar o Currículo Moldado pelos professores para ensinar Estatística nos Anos Iniciais? / 2022.	GRYMUZA, Alissa Mariane Garcia	Análise de livros didáticos	Educação Matemática e Tecnológica / Universidade Federal de Pernambuco	Doutorado

Fonte: Autoria Própria

A partir do quadro 1, observa-se que as teses e dissertações foram defendidas, em sua totalidade, em Programas de Pós-Graduação de Educação ou Ensino de Matemática e foram desenvolvidas em três regiões do Brasil: o maior percentual se encontra na região nordeste, destaque para a Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), com três trabalhos, sendo que dois deles tese de doutorado, totalizando 60% do total de trabalhos e as regiões Sudeste e Sul apresentam 1 publicação para cada, distribuídas São Paulo e Santa Catarina, totalizando 40% das pesquisas, com uma quantidade de trabalhos de dissertações. As demais regiões não apresentaram trabalhos dentro dessa temática.

A seguir, tomando como ponto de partida o foco da pesquisa, descrevemos a produção acadêmica brasileira relativa ao ensino de Estatística voltada para os Anos Iniciais, no que se refere à análise de livros didáticos.

Amorim (2017) analisou possíveis influências do Guia do PLND sobre o livro didático de Matemática referente ao ensino de Estatística, no Ciclo de Alfabetização. Foram avaliadas cinco edições (2004, 2007, 2010, 2013 e 2016) dos Guias de Livros Didáticos de Matemática do PNLND para o Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º ano do Ensino Fundamental) e quatro coleções didáticas que foram aprovadas em todas essas edições, realizando a análise do manual do professor (parte geral e específica) e as atividades relacionadas ao ensino de Estatística.

Em relação às análises dos livros didáticos, identificou melhoras no sentido de apresentação e detalhamento de atividades e no que se refere às atividades focalizando gráficos e tabelas, em detrimento da realização de pesquisas. Os resultados referentes aos Guias apresentam duas questões: no Guia de 2007, apresentam a necessidade do trabalho com dados da realidade física e social do aluno, que precisam ser coletados, organizados e apresentados pelos estudantes; e no Guia de 2016 no qual há uma ampliação no sentido do ensino de Estatística voltado para pesquisa e suas etapas desde a construção da questão da pesquisa até a realização de conclusões. No que se refere aos manuais dos docentes, apresentam melhoras no sentido de apresentação e detalhamento de atividades.

A pesquisa de Golfeti (2017) investigou as atividades dos livros didáticos, no sentido de verificar se estas têm potencial para preparar o aluno para desenvolver o conhecimento estatístico solicitado no Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP). A autora analisou os PCN, as Orientações Curriculares do Estado de São Paulo (OCESP), o Guia de Livros Didáticos (PNLD 2016) e as questões do SARESP. A autora constatou que os livros didáticos preparam os sujeitos, submetidos

à prática desses manuais, para os níveis de compreensão de gráficos e tabelas, com superioridade daqueles exigidos no SARESP, sendo que os níveis de compreensão identificados nas atividades desta avaliação se expressam abaixo do que é prescrito nas referências curriculares nacionais

A autora Paola Aquino dos Santos (2021), com base em Ausubel, investigou as contribuições dos livros didáticos da Educação Básica no desenvolvimento dos subsunçores para a aprendizagem de Estatística nesse nível de ensino. Os novos conhecimentos que se adquirem relacionam-se com o conhecimento prévio que o aluno possui. Ausubel define este conhecimento prévio como “conceito subsunçor” ou simplesmente “subsunçor”. Os subsunçores são estruturas de conhecimento específicos que podem ser mais ou menos abrangentes de acordo com a frequência com que ocorre aprendizagem significativa em conjunto com um dado subsunçor (Moreira, 1999).

Foram analisadas seis coleções de livros didáticos da Educação Básica, aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático de 2019 e 2020, de três editoras distintas: a Editora do Brasil (Novo Bem-me-quer), a Editora Moderna (A conquista da Matemática para os Anos Iniciais) e a Editora FTD (Buriti Mais).

A organização da análise foi obtida por meio de dois critérios: os conceitos de Estatística (Dados, Gráficos, Tabelas, População, Amostra, Média, Moda, Mediana, Amplitude, Frequência, Frequência acumulada, Frequência relativa, Frequência acumulada relativa, Intervalos de classes e Inferência) e as abordagens conceituais e metodológicas (Pesquisa, Contextualização, TDIC, Recursos Manipuláveis, Fluxogramas e Infográficos). Para os Anos Iniciais, foram identificados os conceitos de Dados, Gráficos e Tabelas, e para os Anos Finais são Dados, Gráficos, Tabelas, População, Amostra, Média, Moda, Mediana, Amplitude, Frequências e Inferência.

A pesquisa apontou que os Livros Didáticos apresentaram os conceitos de Estatística, propostos pela BNCC, desde o 1º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e o aprofundamento desses no decorrer de cada ano escolar. Esses processos de ampliação ou reelaboração conceitual são chamados de diferenciação progressiva e reconciliação integradora, para Ausubel (2003), e indicadores do desenvolvimento de aprendizagem significativa. Com os livros didáticos analisados, a autora verificou que os estudantes podem desenvolver conhecimentos estatísticos desde o primeiro ano da escolarização básica; o que favorece a formalização do Letramento Estatístico. A pesquisadora destaca a importância dos Livros Didáticos como recursos didáticos para o ensino de Estatística, entretanto, a escolha da coleção a ser utilizada

necessita de análise e de uma revisão crítica dos docentes, pois alguns conceitos podem apresentar divergências em relação ao que preconiza a literatura, como no caso dos conceitos de Quadros e Tabelas.

A pesquisa de Silva (2021), apresenta como proposta a análise de livros didáticos e suas propostas pedagógicas. Para isso, foram utilizadas as orientações propostas nos currículos brasileiros, considerando o impacto que o livro didático tem sob as práticas pedagógicas vigentes. Os livros analisados foram publicados no período de vigência dos PCN de Matemática, portanto analisados com base nessa ótica.

De acordo com a autora Silva (2021), apesar do significativo avanço em elencar a Educação Estatísticas nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, tais propostas não foram suficientes para criar um aprofundamento maior entre os ciclos no que diz respeito a introdução de diferentes tipos de variáveis, ou até mesmo, o que de fato é construir ou representar.

Silva (2021) apresenta que o estudo desenvolvido a partir da análise do material didático dos anos iniciais do Ensino Fundamental apontou que, apesar de serem mencionadas no PCN, a interpretação e a representação de dados em tabelas, tais orientações não estavam sendo efetivamente inseridas nas propostas de atividades em materiais didáticos. Também observou que ainda nos materiais utilizados são identificadas questões voltadas para a análise de bancos de dados, porém, não são nomeadas como tal, o que dificulta a compreensão dos alunos sobre esse instrumento. Os bancos de dados são denominados, em sua maioria, de tabelas.

Sobre o ensino pautado nas ditas “tabelas” a autora aponta: as atividades que têm a tabela como objeto de ensino, ainda priorizam as habilidades de interpretar dados sem uma preocupação com as conclusões possíveis para uma tomada de decisão em função deles e, em relação a construção, a maioria envolve preencher ou transpor informações entre representações nas quais as tabelas já estão estruturadas. Desse modo, a autora inferiu que o ensino, por vezes, é focado apenas na interpretação de dados, e não em sua análise crítica e tomada de decisão por meio desses.

A pesquisa de Grymuza (2022), analisou as atividades de Estatística propostas nos livros didáticos de Matemática dos 1º e 5º anos das coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro didático (PNLD) 2019. Essas atividades foram analisadas segundo as fases do ciclo investigativo defendido por Guimarães e Gitirana (2013).

A autora Grymuza, observou um pequeno número de atividades que propõem aos alunos realizarem uma pesquisa incluindo todas as fases. Identificou uma grande



concentração em atividades sobre interpretação de dados, atendendo as outras fases de forma insípida, quando presentes. Apontou que não houve diferença significativa entre 1º e 5º anos na maioria das categorias analisadas, evidenciando que as coleções dão a mesma relevância para ambos os anos. Finalizou sua pesquisa, defendendo que o ensino de Estatística deve ter a pesquisa como eixo estruturador da aprendizagem, valorizando a função da estatística mediante contextos reais de ensino.

Com base na leitura das pesquisas selecionadas, Amorim (2017), Golfeti (2017), Santos (2021), Silva (2021) e Grymuza (2022), percebemos a necessidade de aprofundamento de pesquisas relacionadas às atividades propostas por Livros Didáticos, no que se refere os Anos Iniciais, sobre inclusão da pesquisa, da contextualização, das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação e de recursos didáticos.

A respeito da metodologia utilizada, todos os trabalhos utilizaram uma abordagem qualitativa. Observamos a presença de discussões sobre letramento, raciocínio e pensamento estatístico, principalmente referente ao modelo de letramento estatístico proposto por Gal (2002) servindo de base para a produção das pesquisas que abordaram conceitualmente esse letramento.

Em muitos trabalhos, notou-se também a preocupação no que concerne à Educação Estatística na formação de professores, principalmente na inicial, tendo em vista que os autores ressaltam a existência de uma lacuna referente à Educação Estatística em cursos de licenciatura e formação continuada.

A partir da bibliografia levantada, observa-se que há uma necessidade de ampliar estudos sobre análise de livro didático para o Ensino fundamental nos Anos Iniciais e claramente um desafio, visto o quantitativo relativamente baixo da produção de teses de doutorado, relacionado a pesquisa na área de Ensino de Estatística nos Anos Iniciais. Entendemos que seja relevante mais pesquisas sobre os livros didáticos, para identificar como eles têm contribuído para a prática dos docentes, buscando saber quais aspectos têm sido priorizados e/ou ignorados em relação ao letramento, raciocínio e pensamento estatístico.

## **5. Considerações Finais**

Esta revisão de literatura pautou-se numa revisão de pesquisas acerca do ensino de Estatística nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental nos livros didáticos, bem como identificar o cenário das pesquisas desenvolvidas nessa área, visando contribuir de forma qualitativa para seu desenvolvimento.

Na abordagem da Estatística, o livro tem se constituído em um dos principais suportes para o trabalho em sala de aula. Desta forma, parecem-nos que a análise de livros didáticos pode refletir fortemente como vem sendo realizado o trabalho de sala de aula, constituindo-se um caminho para se propor propostas que visem aprimorar a prática do professor dos anos iniciais

Isto posto, em termos de futuras investigações, neste momento de reorganização de currículos de Matemática no Brasil, é importante compreendermos melhor quais são as concepções que embasam esses livros; se são utilizados resultados de pesquisas da área de Educação Matemática; se eles rompem ou avançam em relação aos livros anteriores e se consideraram a cultura e o contexto local, como foram elaborados.

Entendendo que o currículo prescrito influencia na estrutura posta no livro didático na forma d livro didático que, por sua vez, estabelece os conteúdos de Estatística que serão trabalhados em sala de aula, torna-se imprescindível investigar a clareza quanto às especificidades nos conteúdos de Estatística nos livros didáticos, que possibilite uma reflexão do ensino da Estatística, não apenas como uma ferramenta útil e necessária na formação do cidadão, mas também como um instrumento indispensável na construção do pensamento científico” (Cazorla et. al., 2017, p. 10).

Os trabalhos analisados evidenciaram a importância do ensino de Estatística no Ensino Fundamental, diante das reflexões e experiências geradas durante o desenvolvimento das pesquisas e discussões a partir, das análises do livro didático, mostrando a relevância dos processos de ensino e de aprendizagem, dos recursos didáticos, bem como da formação do professor, das metodologias de ensino e do uso das tecnologias digitais que estão disponíveis.

## Referências Bibliográficas

- AMORIM, Natalia Dias de. **O PNLD e o currículo de estatística em livros didáticos de matemática no Ciclo de Alfabetização**. 2017. 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- CAZORLA, Irene Mauricio. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos**. 2002. 335 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- CAZORLA, Irene Mauricio; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. Do tratamento da informação ao letramento estatístico. Itabuna: Via Litterarum, 2010.
- CAZORLA, Irene; MAGINA, Sandra; GITIRANA, Verônica e GUIMARÃES, Gilda (Org.). **Estatística para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Biblioteca do Educador - Coleção SBEM; 9, Brasília: 2017
- DELMAS, Robert C. Statistical literacy, reasoning and thinking: a commentary. **Journal of statistics education**, v. 10, n. 3, 2002.
- GAL, Ido. Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. **Internacional Statistical Review**, n. 70, p. 1-33, 2002.
- GARFIELD, Joan. The challenge of developing statistical reasoning. **Journal of Statistics Education**, v. 10, n. 3, 2002.
- GARFIELD, Joan; BEN-ZVI, Dani. How students learn statistics revisited: **A current review of research on teaching and learning statistics**. *International Statistical Review*, v. 75, n. 3, p. 372–396, 2007.
- Grymuza, Alissa Mariane Garcia. **O Que Pode Influenciar O Currículo Moldado Pelos Professores Para Ensinar Estatística Nos Anos Iniciais?** 06/05/2022 221 F. Doutorado Em Educação Matemática E Tecnológica Instituição De Ensino: Universidade Federal De Pernambuco, Recife Biblioteca Depositária: Biblioteca Central Da Ufpe
- JACOBINI, Otávio Roberto; WODEWOTZKI, Maria Lúcia Lorenzetti; CAMPOS, Celso Ribeiro; FERREIRA, Denise Helena. Temas contemporâneos nas aulas de Estatística: um caminho para combinar aprendizagem e reflexões políticas. In: LOPES, Celi Espasandin; COUTINHO, Cileda Silva; ALMOULOU, Saddo Ag. (Org.) **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Campinas: Mercado de Letras, 2010, p. 65-83.
- JANUARIO, Gilberto. **Marco conceitual para estudar a relação entre materiais curriculares e docentes de Matemática**. 2017. 194 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017
- MARTINS, Priscila Bernardo; BORELLI, Suzete de Souza; CURI, Edda. **O ensino de Estatística apresentado nos materiais curriculares dos três primeiros anos do Ensino Fundamental**. *Educação Matemática Debate*. Montes Claros, v. 4, n. 10, p. 1-24, jan./dez. 2020.
- MOREIRA, Marco Antônio (1999). **Aprendizagem significativa**. Brasília: Editora Universidade de Brasília.
- NETO, Daniel de Freitas Barros. **Estudo da inserção da Educação Estatística nos currículos das licenciaturas em Matemática em instituições públicas no Brasil a partir de inferências causais**. 2020. 146 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática) – Universidade Federal do ABC, Santo André.
- PERIN, Andréa Pavan; CAMPOS, Celso Ribeiro. **Interfaces entre modelagem matemática, raciocínio e pensamento estatístico**. *Educação Matemática Debate*, v. 4, n. 10, p. 1-22, 2020.
- PERUGINI, Everton. **A abordagem do ensino de Estatística nos livros de Matemática do Ensino Médio**. 2020. 80f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)
- PIRES, Celia Maria Carolino. Panorama da organização e desenvolvimento curricular de Matemática no Brasil. In: III Fórum Nacional sobre Currículos de Matemática, Ilha Solteira.

- Anais do III FNCM: **Investigações, Políticas e Práticas Curriculares**, Ilha Solteira: Ibilce-Unesp, 2015, p. 8-16.
- PRESTES, Diego Barboza. **Um olhar realístico para tarefas de Probabilidade e Estatística de uma coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental**. 2021. 128f. Tese (Doutorado em Matemática) - Universidade Estadual de Londrina.
- ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. **As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação**. *Revista Diálogo Educacional*, v. 6, n. 19, p. 37-50, 2006.
- SANTOS JÚNIOR, Jorge dos. **Letramento estatístico nos livros dos Anos Finais do Ensino Fundamental e a Base Nacional Comum Curricular**. 2017. 187f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - UFRJ, Rio de Janeiro.
- SANTOS, Danilo Messias Nascimento e. **Análise de livros didáticos conforme as considerações do programa nacional do livro didático: Estatística e Probabilidade** 2016. 145 f. Dissertação (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão.
- SANTOS, Laura Cristina dos. **Letramento estatístico nos livros didáticos do ensino médio**. 2019. 97 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- SANTOS, Paola Aquino dos. **Análise dos livros didáticos da educação básica acerca da construção de subsunçores para aprendizagem de estatística**. 2021. 100f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Franciscana, Santa Maria – RS.
- SANTOS, Wagner Dias. **Letramento estatístico nos livros de ensino médio e a Base Nacional Comum Curricular**. 2017.149f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- SILVA, Claudia Borim da; CAZORLA, Irene Maurício; KATAOKA, Verônica Yumi. **Trajatória e perspectivas da Educação Estatística no Brasil, 2010-2014: um olhar a partir do GT-12**. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 17, n. 3, p. 578-596, 2015.
- SILVA, Maria Betânia Evangelista da. **Ensino e aprendizagem de tabelas nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2021. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.
- SILVA, Josney Freitas; CURI, Edda; SCHIMIGUEL, Juliano. **Um cenário sobre a pesquisa em Educação Estatística no Boletim de Educação Matemática – Bolema, de 2006 até 2015**. *Bolema*, Rio Claro, v. 31, n. 58, p. 679-698, ago. 2017.
- SILVA, Tomaz Tadeu. **Documentos de Identidade: uma introdução às teorias do currículo**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

## Capítulo 10

### **Da escola tradicional à escola digital: A evolução do ensino da matemática**

*Werbert Augusto Coutinho*

Secretaria Municipal de Educação de Duque de Caxias – SEME/Duque de Caxias

*Veronica Eloi de Almeida*

Centro Universitário Carioca

*Alessandro Jatobá*

Fundação Oswaldo Cruz

*Rosa Lidice de Moraes Valim*

Centro Universitário Carioca

#### **Introdução**

Não é possível pensar no processo escolar sem refletir sobre as mudanças que ocorreram na sociedade nos últimos séculos. Os padrões de comportamento, as transformações nos meios de comunicação, as novas tecnologias digitais, tudo isso, trouxe para as instituições educacionais uma nova realidade, bem diferente daquela em que foi constituído o modelo educacional vigente. Esta pesquisa objetiva refletir sobre a evolução do ensino da matemática ao longo do tempo e o quanto a forma de ensinar matemática está sendo impactada pelas tecnologias digitais.

A escola de ontem por muito tempo construiu e alimentou no imaginário coletivo a ideia de educação como privilégio e não como direito para todos (Bourdieu, 2011). Essa concepção de escola validava as diferenças das classes, restringindo a entrada e mantendo mecanismos de exclusão e seleção dos seus usuários.

De acordo com Bourdieu (2011) essa exclusão passava pelo peso dado às disciplinas, e geralmente o aluno que apresentasse destaque nas ciências exatas, especialmente na matemática, era considerado um aluno apto para frequentar a escola alicerçada na seleção.

Ainda para Bourdieu (2011) a escola seguia padrões de hierarquia nas disciplinas escolares, elegendo aquelas ditas mais nobres. Dessa maneira a escola instituiu uma barreira, e ao mesmo tempo encontrou argumento para selecionar e excluir.

A exemplo das distinções entre os sexos e as diferenças entre as disciplinas ordenadas segundo uma hierarquia comumente reconhecida: desde as disciplinas mais canônicas, como o francês, as letras clássicas, a matemática ou a física, socialmente designadas como as mais importantes e as mais nobres [...] (Bourdieu, 2011, p. 238).

A ideia de hierarquização das disciplinas, segue os mesmos padrões de hierarquia dado à cultura, pela sociedade que representa a burguesia. Essa construção permite colocar em patamares diferentes os que têm acesso a uma determinada cultura, que é considerada como superior. O mesmo acontece com as disciplinas escolares, que são dispostas em graus de importância.

Segundo Popkewitz (2011) a importância dada à matemática, pela sociedade e consequentemente pela escola, reflete a relação que existe entre o saber matemático e a capacidade cognitiva do sujeito em tomar decisões. Popkewitz (2011, p. 102) expande mais, “Este ‘fazer’ da matemática não é apenas sobre aprendizagem cognitiva, mas também sobre o ser moral e envolvimento de cada um no mundo.”

## **Referencial Teórico**

A importância e a ênfase dada à ciência matemática é algo construído culturalmente, principalmente a partir da concepção de sociedade criada durante o século XVIII. Como exemplifica Popkewitz (2011) antes do século XVIII, era muito difícil estabelecer uma igualdade de direito entre os cidadãos de uma mesma região, pois existiam diversas unidades de medidas –peso, comprimento, volume– que acabavam provocando uma administração pública injusta. A partir dos princípios defendidos pela Revolução Francesa, que pregava a igualdade, algumas unidades de medidas passaram a ser definidas com mais abrangência. Sendo assim, “As medidas padronizadoras de comparação foram e ainda são importantes para tornar possível o cidadão livre e igual” (Popkewitz, 2011, p.96).

A Matemática como ciência mistura-se com a história da humanidade e com a formação cultural dos povos. Boyer (2003) descreve a trajetória da Matemática ao longo dos séculos, passando pelas culturas orientais e ocidentais.

Alguns consideram o Chou Pei como uma boa exposição da matemática chinesa de cerca de 1200 a.C., mas outros colocam a obra no primeiro século de nossa era. [...]. A obra tem a forma de um diálogo entre um príncipe e seu ministro sobre o calendário; o ministro diz ao governante que a arte dos números deriva do círculo e do quadrado, o quadrado pertence à terra e o círculo aos céus (Boyer, 2003, p. 133).

Por muito tempo o conhecimento matemático foi restrito a poucos sujeitos, que dominavam essa ciência, e que por isso desfrutavam de certos privilégios sociais. Porém, com o advento das grandes navegações e a ascensão da classe burguesa (comerciantes), a necessidade de realizar cálculos nas mais diversas áreas, tais como: contabilidade, mensuração de terras, escalas, fez com que a matemática fosse mais difundida na sociedade.

Com o surgimento do Renascimento as obras clássicas da matemática grega começaram a ser revisitadas, porém com restrições, “[...] pois poucos homens do século XV liam grego ou conheciam suficientemente a matemática para tirar proveito das obras dos melhores geômetras gregos” (Boyer, 2003, p. 184).

Para Boyer (2003) a expansão da matemática só foi possível a partir da invenção do livro impresso, que embora não tenha tido muita projeção, os poucos que foram impressos forneceram uma base para expansão da matemática.

A evolução dos conceitos matemáticos, nos séculos seguintes ao Renascimento coincidem com a ascensão da classe burguesa ao poder. Nesse período também são consolidadas as ideias de René Descartes (1596 – 1650) sobre o método experimental e a possibilidade de explicação dos fenômenos do universo a partir da mecânica e da matemática.

Essa visão da ciência levou-o a admitir que tudo era explicável em termos de matéria (ou extensão) e movimento. O universo todo, ele postulou, era feito de matéria em movimento incessante em vórtices, e todos os fenômenos deveriam ser explicados mecanicamente em termos de forças exercidas pela matéria contígua. (Boyer, 2003, p. 230).

As ideias postuladas por Descartes atingiram uma ampla difusão por muito tempo, e foram capazes de mudar paradigmas científicos e desencadear transformações culturais e sociais. Para Boyer (2003) a ciência cartesiana logrou, por quase um século, de prestígio e popularidade, porém, cedeu espaço para o raciocínio matemático de Isaac Newton (1643-1727).

A partir do século XVIII com a consolidação das ideias de Newton, os conceitos da matemática e da física passam a reger os princípios filosóficos, e a construir novos significados para a humanidade. De acordo com Santos (2013, p. 3): “Para os pensadores

iluministas, a razão era antes de tudo a razão científica, tal como na Física de Isaac Newton (1642-1727). Em suma, pela razão os homens seriam capazes de explicar todos os mistérios do Universo e resolver os problemas do mundo”.

A construção do homem por meio da racionalidade e da ciência começa a ganhar mais adeptos, principalmente a partir da Revolução Francesa. Para Santos (2013, p. 2): “A revolução intelectual que se efetivou na Europa, especialmente na França, no século XVIII, ficou conhecida como Iluminismo”.

Santos (2013, p. 3) também mostra que,

Na concepção dos iluministas, somente por meio da razão científica o homem poderia alcançar o verdadeiro conhecimento, a convivência harmoniosa em sociedade, a liberdade individual e a felicidade. A razão era, portanto, o único guia da sabedoria capaz de esclarecer qualquer problema, possibilitando ao homem a compreensão e o domínio da natureza. Dessa forma, para os filósofos do Esclarecimento, as injustiças sociais não passavam de vitórias temporárias do irracionalismo. A humanidade, guiada pela razão e pela ciência, com os homens livres e autônomos, poderia conhecer o progresso e a felicidade.

Dentro desse contexto, as ideias difundidas na sociedade apresentavam como base teórica, obras de autores que buscavam a reestruturação da sociedade a partir das premissas do Iluminismo. Assim como, a construção dos alicerces da escola de ontem, baseados na razão e na ciência.

Na área da matemática também existiram autores influentes nesse período, como é o caso de Étienne Bézout (1730 – 1783). De acordo com Boyer (2003, p. 322) “*O cours de mathématique* de Bézout ainda era durante o primeiro terço do século dezanove um texto muito influente, especialmente na América, onde partes dele apareceram em tradução para o inglês[...]”. Os conceitos matemáticos abordados nessa enciclopédia foram utilizados por várias gerações de estudantes, e que se perpetuou quando esses estudantes se tornaram professores.

De acordo com Valente (2007) com a vinda da Família Real para o Brasil (1808-1821), e a implantação da Real Academia Militar, Dom João mandou buscar professores para lecionar. As aulas de matemática eram baseadas nos livros de Bézout, e eram consideradas as mais difíceis, um verdadeiro tormento para os alunos. Porém, com o tempo, os alunos descobriram que seus professores fundamentavam suas aulas e provas, nessa literatura. A partir dessa informação os alunos começaram a utilizar, clandestinamente, os livros para estudos. Rapidamente foi espalhada a informação entre os alunos, mas poucos tinham acesso aos livros, e os que não tinham, pediam emprestado. Dessa forma, a expressão “me passa o Bézout” passou a fazer parte do vocabulário desses



alunos. Ao longo das décadas a expressão foi reduzida para “passa o Bizu”, virando sinônimo de dica, resposta da prova.

A ligação entre a matemática como disciplina e a educação promovida pela escola de ontem, demonstram que práticas educacionais no Brasil seguiam por essa linha de instrução, onde o aluno era levado a decorar e repetir tudo que estava nos livros. “Nessa dimensão, tradicionalmente, a matemática impõe uma relação de poder que foi transposta para o ensino da matemática, como uma herança de dominação” (Civiero, 2016, p. 102).

Ainda de acordo com Civiero (2016) ao promover um ensino matemático baseado na repetição e na resolução de exercícios, criou-se a ideia de uma disciplina estática sem aplicações práticas, onde o aprendizado está mais ligado a capacidade do aluno em decorar do que, se apropriar dos conceitos. Embora os paradigmas da sociedade contemporânea tenham mudado, muitas escolas ainda praticam o ensino da matemática de maneira mecânica, repetitiva e enfadonha fonte.

A matemática como disciplina escolar, trouxe do campo científico o rigor, a exaltação e a formalidade, além da concepção de poder associado aqueles que dominam seus conceitos. Essa associação entre o poder e a matemática é refletido diretamente na escola, como mostra Civiero (2016, p. 101):

Contudo, ao direcionar o foco para o espaço escolar, evidencia-se a manutenção do *status quo*. Nos conselhos de classe da educação básica, por exemplo, os definidores das reprovações são, em geral, os professores de matemática, auxiliados pelos professores de física e química que também argumentam a falta de conhecimento dos alunos frente à matemática, dita “básica”.

O peso dado à matemática como ciência voltada para poucos, não faz parte apenas do imaginário escolar, é algo socialmente construído, e disseminado por séculos. De acordo com Civiero (2016) o caráter divino dado à matemática remonta a Grécia Antiga, pois Platão comparava as leis matemáticas a divindades. Dessa forma, a matemática se assemelhava a uma igreja, com poder de aglutinar as pessoas, as cidades, e tornar mais igualitárias as relações, por meio dos cálculos matemáticos. Percebe-se que essa solenidade, esse “ar divino” dado à matemática atravessou os séculos e ajudou a construir uma cultura, onde aprender matemática é algo para poucos.

A matemática ensinada nas escolas passou por um longo processo de transformação a partir das últimas décadas do século XIX. De acordo com D’ Ambrosio (2009) com o advento da industrialização, especialmente na Alemanha, passou a existir a necessidade de uma renovação da educação secundária, principalmente uma modernização do ensino da matemática, para o autor essa “[...]modernização incluía os avanços recentes sobre tudo incluindo vetores e determinantes e um tratamento menos

formal da geometria euclidiana” (D’ Ambrosio, 2009, p.53). Corroborando com essa visão, Civiero (2016) esclarece que o ensino da matemática passava por modificações estruturais, pois precisava se enquadrar as demandas advindas da indústria que necessitava de um conhecimento mais moderno e que tivesse aplicações práticas.

Para dar conta dessa demanda, ocorreram iniciativas de reformas curriculares que impulsionaram a criação de um comitê internacional o qual acompanhou essas reformas, estimulando o Movimento Internacional de Reforma do Ensino de Matemática. Em 1908, foi criada a Comissão Internacional para o Ensino da Matemática, presidida pelo matemático Felix Klein, tendo como principal pretensão discutir e solucionar as dificuldades no ensino da matemática (Civiero, 2016, p. 104).

Para D’Ambrosio (1999) as práticas educacionais estão diretamente ligadas aos movimentos culturais, sociais e interesses de classes, dessa maneira não é possível desvincular as práticas de ensino e aprendizagem, especialmente da matemática, sem recorrer a interpretações dos contextos históricos e culturais que consolidam essas práticas.

## **Metodologia**

A metodologia utilizada nesta pesquisa é qualitativa, e considerou como estratégia a elaboração de uma revisão bibliográfica, que buscou autores que trouxessem conceitos sobre o ensino da matemática e o impacto das novas tecnologias no ensino e aprendizagem desta disciplina.

## **Resultados**

### **O Movimento da Matemática Moderna**

Um dos grandes movimentos que marcou a mudança de paradigma no ensino da matemática foi o Movimento da Matemática Moderna (MMM), que tinha como objetivo reformular os conteúdos que seriam ensinados e instrumentalizar os alunos com conhecimento matemático capaz de torná-los aptos a desenvolver tecnologia. De acordo com Esquinca (2012, p. 32-33),

Após a Segunda Guerra Mundial houve um intenso desenvolvimento tecnológico, fundamentado no conhecimento científico, e que determinou uma reformulação no ensino de Ciências em todos os níveis. De uma reunião, em que estavam presentes matemáticos e políticos, na Organização Europeia de Cooperação Econômica, em 1959, veio a solução: a reformulação do currículo de Matemática, que implicaria na reformulação do ensino científico, como desejavam os políticos.

No Brasil o MMM teve uma grande aceitação por parte de professores e pesquisadores, pois muitos já estavam descontentes com o ensino tradicional da matemática. Como mostra Civiero (2016, p.105),

Antes das ideias modernistas se tornarem conhecidas e adotadas pelas escolas brasileiras, já existia uma insatisfação no que se refere ao ensino, manifestada pelos professores nos primeiros congressos voltados ao ensino de matemática, ocorridos no Brasil na década de 1950.

O MMM lançou luz sobre as práticas pedagógicas tradicionais e sobre a importância da reestruturação do currículo escolar. Nesse sentido o MMM “provocou mudanças significativas nas práticas escolares” (Civiero, 2016, p.105).

D’Ambrosio (1996) nos lembra que o MMM, além de transformar as práticas do ensino da matemática desempenhou papel importante na promoção de pesquisa nessa área, assim como, tornar mais próximos educadores e pesquisadores. O auto ainda continua,

Se a matemática moderna não produziu os resultados pretendidos, o movimento serviu para desmitificar muito do que se fazia no ensino da matemática e mudar – sem dúvida para melhor – o estilo das aulas e das provas e para introduzir muitas coisas novas, sobretudo a linguagem moderna de conjuntos. Claro houve exageros e incompetência, como em todas as inovações. Mas o salto foi altamente positivo. Isso passou, com essas mesmas características em todo o mundo. (D’Ambrosio, 1996, p. 57- 58).

Ao longo das décadas de 70 e 80 as práticas escolares promovidas pelo MMM sofreram muitas críticas, por um lado pelo caráter comercial, por meio das vendas de livros, apostilas e assessorias. Do outro lado por meio das críticas voltadas para o processo de aprendizagem do aluno, onde os mesmos eram direcionados a decorar fórmulas e cálculos sem aplicações práticas. Além do desenvolvimento dos conceitos de maneira estanque e isolados (CIVIERO, 2016).

O MMM influenciou as práticas pedagógicas dos professores, o currículo e o modo como a matemática escolar deveria ser incorporada ao cotidiano do aluno. Porém o ensino da matemática não sofreu influência apenas desse movimento, outras propostas que marcaram a pedagogia como um todo, foram conseqüentemente incorporadas às práticas de sala de aula. “Nesse contexto, paralelamente às mudanças do processo educacional ocorridas nas diversas disciplinas, também o ensino da Matemática sofreu inúmeras revisões” (GRIGOROVSKI, 2013, p. 26).

O ensino da matemática no Brasil foi estruturado a partir de tendências pedagógicas que perpassaram o século XX e adentraram o século XXI. Essas tendências caracterizavam-se pela forma como o processo de ensino e aprendizagem deveria ser

desenvolvido, o tipo de aluno que deveria ser formado e os interesses ideológicos vigentes em cada período.

Fiorentini (1994) elenca alguns modos de conceber a educação matemática a partir da descrição de concepções pedagógicas que pautaram as práticas escolares durante o século XX. O autor destaca que algumas tendências estão estreitamente ligadas à concepção de qualidade no ensino.

O conceito de qualidade do ensino, na verdade, é relativo, modifica-se com o tempo e sofre determinações socioculturais e políticas. Em termos mais específicos, varia de acordo com as concepções pedagógicas e compromisso político daqueles que tentam produzir as inovações ou as transformações do ensino. (Fiorentini, 1994, 36).

A concepção de qualidade na educação liga-se diretamente com as práticas desenvolvidas pelo professor em sala de aula e pelo modelo de aluno que se pretende formar. Essa qualidade passa pela equidade e pela promoção de situações escolares que desenvolvam no aluno habilidades e competências úteis na contemporaneidade tecnológica.

A seguir construímos um quadro síntese, a partir do trabalho de Fiorentini (1994), em que autor faz um levantamento sobre as tendências pedagógicas e suas influências sobre o Ensino da Matemática.

**Quadro 1** – Tendências pedagógicas liberais e progressistas.

<b>Tendências no ensino da matemática</b>	<b>Características</b>	<b>Finalidade do ensino da matemática</b>
<b>Formalista clássica</b> Período: até o final da década de 1950	- ênfase às ideias e formas da matemática clássica; - modelo euclidiano e a concepção platônica; - tudo deve ser justificado, argumentado e demonstrado logicamente; - ênfase na memorização e na repetição; - destaque ao ensino da geometria.	- desenvolvimento do espírito, da disciplina mental e do pensamento lógico dedutivo.
<b>Formalista moderna</b> Período: após 1950	- ênfase na integralização não mecânica dos conteúdos; - ênfase aos aspectos estruturais e lógicos da matemática no lugar do caráter pragmático e mecanizado; - uso da linguagem algébrica; - destaque ao ensino da álgebra e suas fundamentações.	- apreensão da estrutura subjacente da matemática; - capacitar o aluno a aplicar essas formas estruturais de pensamento inteligente aos mais variados domínios, dentro e fora da matemática.
<b>Tecnicista e suas variações</b>	- fundamenta-se sócio-filosoficamente no funcionalismo, para a qual a sociedade seria um sistema organizado e funcional.	- desenvolvimento de habilidades e atitudes computacionais,

<p>Período: pós-1964</p> <p>Tecnicismo formalista</p> <p>Tecnicista pragmático</p>	<p>- ensino baseado na instrução programada, resumindo o ensino da matemática a um conjunto de técnicas, regras e algoritmos;</p> <p>- pouca preocupação com a formalização e justificativa;</p> <p>- ênfase aos materiais instrucionais, com regras, macetes ou princípios organizados lógica e psicologicamente por especialistas.</p>	<p>manipulativas; - capacitar o aluno para resolução de exercícios ou de problemas-padrão.</p>
<p><b>Ativas: empírica ativista</b></p> <p>Período: final da década de 1970 e início da década de 1980</p>	<p>- o professor não é mais o elemento fundamental do ensino;</p> <p>- o aluno passa a ser o centro do processo;</p> <p>- o aluno aprende fazendo, dessa forma o processo de pesquisa é mais valioso do que exercícios repetitivos;</p> <p>- ênfase as atividades que envolvam manipulação e visualização de objetos ou atividades práticas envolvendo medições, contagens, levantamento e comparações de dados;</p> <p>- ênfase na relação da matemática com outras áreas disciplinares, ou seja, aplicações práticas dos conceitos matemáticos.</p>	<p>- construir os conhecimentos matemáticos no aluno a partir dos sentidos e da intuição.</p>
<p><b>Ativas: construtivista</b></p> <p>Período: final da década de 1970 e início da década de 1980</p>	<p>- o professor não é mais o elemento fundamental do ensino;</p> <p>- o aluno passa a ser o centro do processo;</p> <p>- a matemática passa a ser compreendida com uma construção humana constituída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais e possíveis;</p> <p>- a matemática passa a ser vista como resultado da interação entre o homem e o meio ambiente.</p>	<p>- construir o desenvolvimento das estruturas básicas da inteligência;</p> <p>- desenvolver atitudes e postura ativa frente à aprendizagem, aprender a aprender.</p>
<p><b>Sociocultural ou Crítico-Popular</b></p> <p>Período: a partir da década de 1960</p>	<p>- valorização do saber popular trazido pelo aluno, apoiada na etnomatemática; - o conhecimento matemático passa a ser visto como um saber prático e dinâmico, produzido historicamente nas práticas sociais;</p> <p>- a matemática passa a ser um instrumento para interpretar a realidade social.</p>	<p>- promover a formação da cidadania a partir do uso da matemática nas práticas sociais; - desmistifica a realidade, e propor mudanças a partir de inferências;</p> <p>- Forma indivíduos críticos com inteligência esclarecida e capaz tecnicamente.</p>

**Fonte:** adaptado de Fiorentini (1994, p. 35-72)

As tendências pedagógicas que balizaram e ainda continuam balizando as práticas escolares, incluindo o ensino da matemática foram divididas em duas partes: as liberais e as progressistas. De acordo com Oliveira (2017, p. 3-4):

As tendências liberais são aquelas que sustentadas nos ideais capitalistas, concebem a educação como uma ferramenta de manutenção dos modelos sociais pré-estabelecidos e preparam o aluno para conviver harmoniosamente com as regras socioeconômicas vigentes. Estão organizadas em vertentes, com determinadas características e pressupostos. As tendências pedagógicas progressistas, em oposição direta ao capitalismo, postulam uma educação partindo de uma análise crítica e consciente das realidades sociais, defendendo um ensino que questione e transforme os modelos sociais pré-estabelecidos. Também possuem ramificações específicas, organizadas em vertentes com suas próprias especificidades.

Embora haja uma divisão filosófica e prática entre as duas tendências pedagógicas, as mesmas se subdividem tentando acompanhar as transformações ocorridas na sociedade e conseqüentemente nos indivíduos. Essas mudanças sociais questionam o papel que a escola deve ter e as práticas que devem ser adotadas por ela para formar o aluno ideal para aquele modelo de sociedade que está vigorando (Oliveira, 2017).

O ensino da matemática não deve ser algo isolado da realidade do aluno, muito menos um instrumento de repetição, sem capacidade de transformar a vida do educando. Nesse contexto Kistemann Jr. (2014) afirma que o papel da Educação Matemática Crítica é garantir ao educando uma formação plena capaz de instrumentalizá-lo para o exercício da cidadania e a vivência num mundo com equidade e justiça social. “É inconcebível aceitar argumentos em prol de uma Educação Matemática que, na ação de seus educadores matemáticos, apenas transmitam seus conhecimentos sem referências às práticas éticas inerentes a esses conhecimentos” (Kistemann Junior, 2014, p 146).

A Educação Matemática deve ser vista como uma forma de auxiliar e instrumentalizar o sujeito para construção de uma sociedade mais justa, onde as relações de poder são desiguais, tanto no campo social quanto no cultural.

De acordo com Fiorentini (1994) é preciso garantir ao aluno, por meio do ensino da matemática, uma visão de mundo diferenciada, onde o mesmo seja capaz de interagir com sua realidade e conseguir modificá-la, desse modo “a principal finalidade da Educação Matemática comprometida com a formação da cidadania, pois a matemática está visceralmente presente na sociedade tecnológica em que vivemos, [...]” (Fiorentini, 1994, p. 67).

A relação entre a Educação Matemática e a evolução das práticas escolares é muito estreita, os princípios da justiça social, e a inclusão por meio do ensino da matemática, configuram uma tomada de consciência da realidade, e o aporte para interagir nessa realidade. Segundo Kistemann Jr (2014, p. 149) “[...] cabe à educação matemática, na figura de seus representantes, usar a educação como estratégia de redução das injustiças e desigualdades sociais na medida em que as práticas se desenvolvam fundamentadas no desenvolvimento da criticidade dos educandos”.

O ensino da matemática a partir de uma visão crítica da realidade, tornar-se eficaz na desconstrução da exclusão social promovida pela escola, por meio da reprovação, e da evasão provocada por um ensino descontextualizado e sem significado para o aluno (KISTEMANN JÚNIOR, 2014).

A construção de uma Educação Matemática crítica perpassa pelos ideais de sociedade criados por pensadores tanto no Brasil quanto fora. Sá (2012, p. 36) nos mostra que:

No Brasil, no legado das ideias de Paulo Freire, há referências ao modelo educacional crítico que, segundo esse educador, é visto como uma prática libertadora desenvolvida pelo homem no processo histórico de humanização. Com essa concepção, Freire procura ressaltar as relações entre educação, política e informação que devem ser construídas por educadores e educandos.

As ideias de Paulo Freire ajudaram a instituir o conceito de liberdade e igualdade social através da educação, principalmente a educação de jovens e adultos. Nesse cenário, a Educação Matemática Crítica precisa ser vista como um meio para construção de um cidadão pleno capaz de interagir no seu tempo e espaço. Passos (2008) em seu trabalho sobre a Etnomatemática e a Educação Matemática Crítica (EMC) apresenta um levantamento sócio-histórico da construção do conceito de EMC. Para autora a EMC foi fruto de vários eventos que ocorreram de forma não linear, e que foi influenciada por diferentes teorias educacionais e sociais, e tendo como seu principal expoente as ideias de Paulo Freire e a Teoria Educacional Crítica. “A Teoria Crítica foi uma das fontes de inspiração para o desenvolvimento da Educação Matemática Crítica, e, dentro desse contexto, a Educação Crítica forneceu novos subsídios para Skvsmose fundamentar suas ideias” (Passos, 2008, p. 41- 42).

Segundo Ceolin e Hermann (2012) Skovsmose em entrevista, esclarece que a ideia de EMC apareceu a partir das concepções advindas da Educação Crítica, e teve como fonte de inspiração os trabalhos de Paulo Freire especialmente o livro “Pedagogia do Oprimido” que em 1975 fora traduzido para o dinamarquês, desde então as primeiras tentativas de sistematizar os paradigmas de uma Educação Matemática Crítica foram tomando forma.

Campos et al (2011) descreve a influência que as ideias de Paulo Freire tiveram sobre Skvsmose, pois ao incorporar os princípios de liberdade, participação política, cidadania e oportunidade por meio da Educação Matemática Skvsmose desvinculava a matemática do campo educacional e transportava para auxiliar na construção de um aluno conhecedor e transformador da realidade.

Ao desenvolver uma aula na perspectiva da EMC os educadores, assim como toda comunidade escolar, devem estabelecer relações entre a matemática e os problemas cotidianos de cidadania, interações sociais e culturas. Para Campos et al. (2011, p. 477):

Na opção pelo trabalho pedagógico na perspectiva de uma sala de aula crítica, ambos, professor e seus alunos, aceitam e assumem o papel de investigadores interessados em problemáticas que dizem respeito à realidade social que se encontra ao seu redor, criando possibilidades múltiplas para a construção do conhecimento e realizando atividades intelectuais relacionadas com investigações, consultas e críticas. É nessa sala de aula crítica que, de um lado, professor e seus alunos, ao

abarcarem problemáticas do cotidiano, tomam consciência de aspectos sociais muitas vezes deles despercebidos, mas que nele (cotidiano) se encontram fortemente presentes. De outro, através de atitudes voltadas para a práxis social eles se envolvem com a comunidade, transformando reflexões em ação.

Em uma Educação Matemática Crítica o currículo tem que ser repensado, a simples reprodução de conteúdos não contempla mais as necessidades trazidas pelas desigualdades sociais e a complexidade do mundo contemporâneo.

Nesse sentido, defendemos um currículo de Matemática em que visando justiça social e equidade, cada educando seja, em primeiro lugar, habilitado a processar criticamente as informações que tem acesso, bem como escrever e produzir significados para os discursos, gestos, códigos, representações gráficas (Literacia)-[L] (Kistemann Junior, 2014, p. 147).

Expandindo essa ideia, Passos (2008) acrescenta que o currículo na perspectiva da EMC deve estimular a participação, a crítica e fornecer instrumentos que possibilitem tanto a análise de uma situação quanto a busca por soluções. O aluno deve ser conduzido a usar modelos matemáticos, porém também questioná-los.

D'Ambrosio (2005) faz uma proposta de currículo a partir da literacia, materacia e tecnoracia. Porém para compreender essa proposta é necessário entender a expansão do currículo e sua importância como estratégia para ação educativa. “Ao longo da história o currículo reflete uma concepção de matemática e de sua importância na sociedade, o que é muito diferente da importância acadêmica da disciplina” (D'Ambrosio, 2005, p.118)

Segundo D'Ambrosio (2005) para os romanos o currículo se dividia em uma *trivium* (Gramática, Retórica e Dialética), visava-se com esse currículo consolidar o império romano, já na Idade Média esse currículo foi estendido, passando a ser incorporada a Aritmética, Música, Geometria e Astronomia. “Em ambos os casos é evidente que a organização curricular encontra sua razão de ser no momento sociocultural e econômico de cada época”.

O currículo escolar sofreu alterações ao longo da história para suprir as demandas e ao mesmo tempo consolidar um modelo de sociedade. Ainda de acordo com D'Ambrosio (2005) o modelo de currículo consolidado no mundo todo a partir do século XIX, foi o modelo americano que visava uma escola igual para todos e um ensino básico onde o importante era ensinar a ler, escrever e contar.

Em um mundo cada vez mais complexo onde as relações sociais, políticas e culturais ganham novos contornos, e as novas tecnologias digitais começam a fazer parte do cotidiano das pessoas, criando e exigindo novos saberes, apenas saber ler, escrever e contar já não é mais suficiente. D'Ambrosio (2005, p. 119) esclarece que, “Embora



adequado para o período de transição de uma tecnologia incipiente para uma tecnologia muito avançada, que é a grande característica dos séculos XIX e XX, ler, escrever e contar são obviamente insuficientes para a cidadania plena no século entrante”.

O currículo escolar exerce papel fundamental na formação do aluno, mais do que ensinar a ler, escrever e contar é necessário instrumentalizar o educando para interagir com o mundo real. D’ Ambrosio (1999, p. 135, grifo do autor) propõe “[...] um currículo baseado em *literacia*, *materacia* e *tecnoracia*, que é uma resposta educacional às expectativas de se eliminar iniquidade e violações da dignidade humana, o primeiro passo para a justiça social”.

D’ Ambrosio (1999, p. 136 - grifo do autor) define esses termos da seguinte forma:

**LITERACIA** é a capacidade de processar informação escrita o que inclui escrita, leitura e cálculo, na vida cotidiana.

**MATERACIA** é a capacidade de interpretar e manejar sinais e códigos e de propor e utilizar modelos na vida cotidiana.

**TECNORACIA** é a capacidade de usar e combinar instrumentos, simples ou complexos, avaliando suas possibilidades, limitações e adequação a necessidades e situações.

Ao propor essas mudanças no currículo, o autor explicita a necessidade de ampliar o horizonte dos educandos numa sociedade com características, e exigências diferentes daquela na qual o currículo tradicional foi concebido.

Ainda segundo D’ Ambrosio (2005, p. 119):

Poucos discordam do fato de a alfabetização e a contagem serem insuficientes para o cidadão de uma sociedade moderna. Necessárias, até certo ponto, mas insuficientes. Ao introduzir os conceitos de literacia, materacia e tecnoracia e propor uma nova conceituação de currículo, acredito estar respondendo às necessidades de uma civilização em mudança.

Para Santos e Souza (2017) o currículo deve ser mais dinâmico, apto para formar sujeitos que irão interagir em um mundo em constante mudanças, nessa perspectiva a literacia, materacia e tecnoracia devem ser componentes básicos do currículo.

A formação escolar do aluno não pode ser direcionada apenas para memorização de fórmulas matemática ou para o domínio de regras de leitura e escrita, o aluno do século XXI dever ser estimulado e conduzido, especialmente a partir da EMC, agir criticamente nas situações do cotidiano, e a buscar soluções para os problemas contemporâneo.

## O ensino da matemática e as novas tecnologias digitais

A trajetória do ensino da matemática no Brasil passou por várias transformações ao longo do século XX e início do século XXI. Essas mudanças ocorreram por influência das modificações sociais e da necessidade de formar cidadãos capazes de interagir no seu “tempo” e “espaço”. Nessa perspectiva as tendências pedagógicas progressistas apresentaram-se com grande destaque na desconstrução de um ensino voltado para adestramento do aluno por meio da memorização e repetição; a construção do aluno crítico passa a ser o centro do processo de ensino e aprendizagem.

Essas mudanças de paradigmas vivenciadas pelo ensino da matemática, também foram influenciadas pelos avanços tecnológicos, especialmente a partir da evolução dos computadores e da criação de *softwares* com finalidade pedagógica.

Para Valente (1993, p. 5) “A mudança da função do computador como meio educacional acontece juntamente com um questionamento da função da escola e do papel do professor”. A introdução do computador e dos programas educacionais nas práticas educativas parte das concepções e consolidação das tendências pedagógicas que colocam o aluno no centro do processo de aprendizagem.

Uma das primeiras experiências com o uso de programas educacionais para computador nasceu a partir dos princípios filosóficos da teoria de Jean Piaget (1896-1980). De acordo com Nogueira (2015, p. 36) “[...] os estudos de Piaget fundamentam o construtivismo, cuja perspectiva não separa o processo de construção do conhecimento, do processo de constituição e desenvolvimento do sujeito na sua interação com o mundo”. Nessa corrente de pensamento o sujeito constrói seu conhecimento a partir da interação com o objeto, no caso o computador e os programas educacionais passam a fazer a mediação entre o conhecimento e o sujeito.

A partir das ideias de Piaget sobre o construtivismo, Seymour Aubrey Papert (1928-2016), desenvolve uma proposta filosófica de aprendizagem, intitulada “Construcionismo”. Segundo Nogueira (2015, p. 36) “Papert e Piaget trabalharam juntos entre 1958 a 1963, momento em que Papert se interessou pelo construtivismo de Piaget que, posteriormente, foi utilizado como embasamento para o construcionismo”. Ainda de acordo com a autora “O foco do trabalho de Papert está na *aprendizagem*. Ele considera que não se deve disponibilizar informações ou conteúdos para o aluno, mas criar situações favoráveis à construção do conhecimento” (Nogueira, 2015, p. 37).

As ideias de Papert sobre aprendizagem e o uso dos computadores na educação, o conduziram à criação de uma linguagem de programação denominada *Logo*. Valente (1993, p. 11-12) define da seguinte forma:

Logo é uma linguagem de programação que foi desenvolvida no Massachusetts Institute of Technology (MIT), Boston, E.U.A., pelo Professor Seymour Papert (Papert, 1980). Como linguagem de programação o Logo serve para nos comunicarmos com o computador. Entretanto, ela apresenta características especialmente elaboradas para implementar uma metodologia de ensino baseada no computador (metodologia Logo) e para explorar aspectos do processo de aprendizagem. Assim, o Logo tem duas raízes: uma computacional e a outra pedagógica. Do ponto de vista computacional, as características do Logo que contribuem para que ele seja uma linguagem de programação de fácil assimilação são: exploração de atividades espaciais, fácil terminologia e capacidade de criar novos termos ou procedimentos.

Para Nogueira (2015, p. 45) “Uma das facilidades desta linguagem é o fato de o programador pode criar comandos com nomes familiares e exclusivos”. Embora a linguagem Logo tenha obtido um grande sucesso entre educadores e pesquisadores, atualmente seu uso praticamente desapareceu, pois com a evolução tecnológica suas interfaces gráficas não são mais atraentes para os alunos no século XXI, que passaram a conviver com softwares cada vez mais avançados. Nogueira (2015, p. 45) acrescenta:

De fato, os softwares educacionais com suas interfaces e multimídia tornaram-se muito mais atraentes do que o próprio LOGO e a ideia equivocada de usá-lo apenas como ‘software educativo’, ao invés de uma linguagem para desenvolvimento das estruturas lógicas de pensamento, levou ao abandono.

A partir das ideias de Papert e o uso da linguagem Logo como recurso didático-pedagógico, as práticas pedagógicas com auxílio de computadores e softwares educacionais ganharam cada vez mais impulso. Nessa perspectiva o computador e os programas educacionais passam a ser uma ferramenta que ajuda o aluno a desenvolver habilidades, dessa forma o processo de aprendizagem ocorrerá a partir da interação, promovida pelo recurso digital, entre o aprendiz e o conteúdo.

Nesse sentido, Souza (2015) argumenta que o uso de computador como instrumento pedagógico pode auxiliar o aluno a construir os conhecimentos matemáticos a partir de várias vertentes. Para o autor, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática indicam que o computador pode ser usado como fonte de informação, como meio de desenvolver modos de pensar e criar soluções, enfim, como ferramenta que auxilia no processo de ensino e aprendizagem. Segundo Borba e Lacerda (2015, p. 490), o uso das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem é um tema recorrente na comunidade de educadores brasileiros, e em particular, dos matemáticos.

O ensino da matemática ao longo das últimas décadas sofreu uma forte influência das tecnologias da Informação e comunicação (TIC), segundo Silva (2016, p. 39) “Há

décadas, a informática na educação atribuiu ao professor e, em particular ao professor de Matemática, uma oportunidade de utilizar ferramentas tecnológicas para auxiliá-lo no processo de ensino e aprendizagem. [...]”. Essa utilização vem evoluindo junto com as tecnologias, pois a cada ano novas tecnologias digitais surgem, e com elas novas possibilidades de auxílio a professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

O ensino da matemática encontrou nas tecnologias digitais uma grande aliada, pois essas tecnologias possuem características capazes de transformar conceitos abstratos em conhecimentos concretos. Para Oliveira e Nacarato (2017) a inclusão das tecnologias digitais como ferramentas de aprendizagem pode ajudar a despertar o interesse dos alunos pela disciplina e estimular a curiosidade, além de ajudar a romper a ideia de que a Matemática é um saber pronto e acabado.

As tecnologias computacionais ganharam destaque na área da matemática inicialmente nas universidades, devido à necessidade de realizar cálculos complexos no menor espaço de tempo possível. Com o passar do tempo e o avanço dessas tecnologias, muitas possibilidades foram se estabelecendo no campo educacional e ultrapassando as barreiras das universidades. De acordo com Borba, Silva e Gadanidis (2014), as pesquisas sobre a utilização de softwares na Educação Matemática existem desde a década de 1970, porém inicialmente essas pesquisas não se efetivaram como proposta didática para o ensino da matemática nas escolas.

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) inserem-se, cada vez mais, nos espaços educacionais, com o propósito de provocar mudanças que favoreçam o processo de ensino-aprendizagem. No entanto, a história da utilização da informática educativa no Brasil é recente e teve início na década de setenta, quando o país iniciou a busca de um caminho para informatizar a educação, discutindo, pela primeira vez, o uso de computadores no ensino de Física. (Vilas Boas; et al, 2012, p. 67).

Segundo Borba e Chiari (2014, p. 129) a utilização dos aparatos tecnológicos como recurso didático no ensino da matemática, podem ser divididos em 4 fases, sendo elas:

Na primeira fase, que teve início há aproximadamente 30 anos, pesquisadores introduziram ideias relacionadas à linguagem Logo que, posteriormente, tornaram-se objetos de estudo de teses e dissertações por volta do final dos anos 1980 e começo dos anos 1990. A segunda fase, que de certa forma se desenvolve parcialmente em um período paralelo ao de desenvolvimento da primeira e vai até o final do século XX, aproximadamente, tem como principal objeto de estudo alguns softwares matemáticos específicos relacionados ao estudo de funções e geometria dinâmica, por exemplo. Esta fase foi caracterizada pelo retorno de alguns pesquisadores brasileiros de seus doutorados no

exterior, trazendo ao país o que haviam aprendido em países como Estados Unidos, França e Inglaterra. Na terceira e na quarta fases já há presença de internet. Na terceira destacam-se os cursos online. A flexibilidade de tempo e espaço disponível nestes cursos influenciou fortemente a participação de professores em cursos que passaram a se tornar disponíveis na virada do século. A quarta fase, da Tecnologia Digital, está em seu início e nela pode-se identificar o uso de applets, vídeos e softwares de matemática online, tanto em cursos presenciais quanto nos realizados a distância, em particular aqueles desenvolvidos via internet.

Para os autores essas fases não são dissociadas, ou seja, não houve o fim de uma para iniciar a outra, algumas delas se relacionam, ao mesmo tempo. Na primeira fase foram introduzidas as ideias relacionadas à linguagem Logo, na segunda fase destaca-se o uso de computadores e softwares de geometria dinâmica, na terceira e quarta destaca-se o uso de internet, nestas podem ser identificado o uso de softwares e vídeos para o ensino da matemática online. As quatro fases podem ser representadas da seguinte maneira.

**Quadro 2:** Fases das tecnologias digitais em educação matemática no Brasil

Fases	Tecnologia
Primeira fase (1985)	Computadores; calculadoras simples e científicas.
Segunda fase (início dos anos 1990)	Computadores (popularização); calculadoras gráficas.
Terceira fase (1999)	Computadores, <i>laptops</i> e internet.
Quarta fase (2004)	Computadores, <i>laptops</i> , <i>tablets</i> ; telefones celulares; Internet rápida.

Fonte: Adaptado de Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 39)

Devido à popularização da internet e a maior facilidade de acesso, muitos softwares que eram restritos a um grupo de escolas ou que só tinha a sua utilização em salas de informática educativa passaram a ser compartilhados com mais frequência (Borba e Lacerda, 2015).

A internet e os softwares livres podem ser os responsáveis pelo ressurgimento destes interesses, já que novas possibilidades surgem quando pensamos em ferramentas amplamente conhecidas, mas, agora, aliadas à potencialidade da colaboração e das interfaces WWW. Poderíamos pensar, inclusive, que a quarta fase possa caminhar para uma integração de alguns aspectos das fases anteriores, possibilitada pelo aumento de acesso à internet e às redes colaborativas. (Borba e Chiari, 2014, p. 130).

Embora a variedade de softwares e as ferramentas digitais, como recursos didáticos para o ensino da matemática, tenha aumentado, devido à internet, o uso ainda se encontra muito restrito nas salas de aula (Borba, Silva e Gadanidis, 2014).

Com o intuito de promover o uso de ferramentas tecnológicas nas escolas e explorar as potencialidades das tecnologias já consolidadas, como calculadoras eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, os documentos oficiais que tratam do currículo escolar e das matrizes de referência para o Ensino da Matemática propõem, em seus campos específicos, o uso de tecnologias digitais para promover no aluno competências e habilidades. De acordo com o Parâmetro Curricular Nacional Ensino Médio (PCNEM/1999) os professores devem utilizar adequadamente calculadoras e computadores, reconhecendo suas limitações e potencialidades. Já o PISA em sua Matriz de Referência diz que:

Ferramentas Matemáticas compreendem instrumentos como os de medida, ou calculadoras e computadores. Esta habilidade envolve conhecer e estar apto para lidar com várias ferramentas que podem auxiliar na atividade matemática, bem como saber das limitações desses instrumentos. Ferramentas matemáticas também possuem um importante papel na comunicação dos resultados (PISA, 2012).

Com a nova Base Nacional Comum Curricular Ensino Médio (BNCCEM, 2018) também ficou muito evidente nas Competências Específicas De Matemática e Suas Tecnologias, no item 5, o uso de tecnologias digitais para o processo de investigação, e estratégias de formalizar as conjecturas.

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BNCCEM, 2018, p. 523).

O uso das novas tecnologias digitais como recursos didático-pedagógicos apresenta-se como possibilidade de promoção do ensino matemático de qualidade, ou seja, condizente com as necessidades atuais dos alunos do século XXI, porém esse uso ainda precisa ser efetivado nas escolas para que todo seu potencial vem a ser verdadeiramente utilizado.

Com a evolução dos equipamentos digitais e a inserção na escola de uma nova geração acostumada a lidar com as novas tecnologias digitais móveis, o simples uso de computadores nas salas de informática, com aulas de 50 minutos uma vez por semana, não atraem mais a atenção dos alunos. Para Borba e Lacerda (2015) é preciso dinamizar o espaço da sala de aula, especialmente nas aulas de matemática, para isso o uso de

dispositivos móveis pode ser um grande aliado do professor. “As salas de aula estão necessitando de mudanças estruturais e, embora ainda não incorporadas à sua dinâmica, as tecnologias já fazem parte da realidade social em que vivemos, principalmente os celulares inteligentes” (BORBA e LACERDA, 2015, p.499).

Presnsky (2001) nos mostra que:

Em matemática, por exemplo, o debate não deve ser mais *sobre* usar calculadoras e computadores, - eles são parte do mundo dos Nativos Digitais –mas *como* usá-los para selecionar as coisas que são úteis para serem internalizadas, de habilidades chaves e conceitos a tabuadas de multiplicação. Nós deveríamos focalizar na “matemática futura” – aproximação, estatísticas, raciocínio binário.

A educação escolar, especialmente a Educação Matemática encontrou nas novas tecnologias digitais recursos para desenvolver no aluno o raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade crítica de abordar e resolver problemas, além de motivar para a aprendizagem.

### **Considerações Finais**

Os “*softwares* aplicativos” em dispositivos móveis como recurso didático encontram nos nativos digitais uma familiaridade tanto no uso como na manipulação desses instrumentos. De alguma forma o uso dessas tecnologias faz parte da interação cotidiana dos sujeitos na contemporaneidade, conseqüentemente, ao relacionar essas tecnologias com o fazer pedagógico a escola cumpre seu papel de transmitir o conhecimento, ao mesmo tempo que estimula o aluno a participar de maneira ativa e reflexiva do processo de aprendizagem, contribuindo assim também para a sua cidadania.

## Referências Bibliográficas

- BORBA, Marcelo de Carvalho; CHIARI Aparecida Santana de Souza. Diferentes usos de tecnologias digitais nas licenciaturas em matemática da UAB, **Nuances: estudos sobre Educação**, Presidente Prudente-SP, v. 25, n. 2, p. 127-147, maio/ago. 2014. Disponível em <<http://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/2829>>. Acesso em: 17 mar. 2018.
- BORBA, Marcelo de Carvalho; LACERDA, Hannah Dora Garcia. **Políticas Públicas e Tecnologias Digitais: um celular por aluno**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.17, n.3, pp.490-507, 2015. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/25666/pd>>. Acesso em: 18 abr. 2018.
- BORBA, Marcelo Carvalho; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento**. 1 ed. Belo Horizonte. Autentica, 2014.
- BOURDIEU, Pierre. **A economia das trocas simbólicas**. 7. ed. São Paulo: Perspectiva, 2011.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. 2 ed., São Paulo. Edgard Blücher, 2003.
- CAMPOS, Celso Ribeiro; et al. Educação Estatística no Contexto da Educação Crítica. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 39, p. 473-494, ago. 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291222099008.pdf> Acesso em: 14 set. 2018
- CEOLIN, Amauri Jersi; HERMANN, Wellington; SKOVSMOSE, Ole. Ole Skovsmose e sua Educação Matemática Crítica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 1, n. 1, p. 8–20, 2020. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/5922>. Acesso em: 11 jul. 2023.
- CIVIERO, Paula Andrea Grawieski. Educação Matemática Crítica e as implicações sociais da ciência e da tecnologia no processo civilizatório contemporâneo: embates para Formação de Professores de Matemática. 2016. 346 f. **Tese** (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2016. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/175795/345684.pdf?sequence=>>>. Acesso em: 13 jun. 2023.
- D' AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria a prática**. 17. Ed. Campinas, SP. Papirus, 2009.
- \_\_\_\_\_. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr. 2005. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n1/a08v31n1.pdf>. Acesso em: 3 jul. 2023.
- \_\_\_\_\_. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**, Editora UNESP, São Paulo, 1999; pp. 97-115. Disponível em: <[http://cattai.mat.br/site/files/ensino/uneb/pfreire/docs/HistoriaDaMatematica/Ubiratan\\_DAmbrsio\\_doisTextos.pdf](http://cattai.mat.br/site/files/ensino/uneb/pfreire/docs/HistoriaDaMatematica/Ubiratan_DAmbrsio_doisTextos.pdf)>. Acesso em: 12 jun. 2023.
- ESQUINCALHA, Agnaldo da Conceição. Nicolas Bourbaki e o movimento matemática moderna. **Revista de Educação, Ciências e Matemática** v.2 n.3 set/dez 2012. Disponível em: <<file:///C:/Users/werbert%20agosto/Downloads/1865-5617-1-PB.pdf>>. Acesso em: 12 jun. 2023.
- FIORENTINI, Dario. Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática: O caso da produção científica em cursos de pós-graduação. 1994. 424f. **Tese** (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Unicamp. Campinas, 1994. Disponível em: <<http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/253750>>. Acesso em 2 jul. 2023.
- GRIGOROVSKI, Fernando Sérgio de Almeida. Desenvolvimento e utilização do software Sopolígonos para apoio ao estudo de polígonos regulares no ensino fundamental. 2013. 119f. **Dissertação** (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2013. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabal>



- hoConclusao.jsf?popup=true&id\_trabalho=89384. Acesso em: 19 jun. 2023.
- KISTEMANN JUNIOR, Marco Aurelio. Por uma educação matemática para além do capital com justiça social. **CLAME27**, v.27, p.145-152, 2014. Disponível em: <<http://funes.uniandes.edu.co/5287/1/KistemannPorumaALME2014.pdf>>. Acesso em: 01 de jul. 2023.
- NOGUEIRA, Adriana da Silva. Filosofia logo e lógica de programação no ensino superior: a teoria na prática. 2015. 105f. **Dissertação** (Mestrado em Educação) - Universidade Estácio de Sá, Rio de Janeiro, 2015. Disponível em: <<http://portal.estacio.br/%5Cdocs%5CDissertacoes%5CADRIANA-DA-SILVA-NOGUEIRA.PDF>>. Acesso em: 10 jun. 2023.
- OLIVEIRA, Fernanda Moraes de. Tendências Pedagógicas Progressistas Brasileiras: Concepções e Práticas. 2017. 223f. **Dissertação** (Mestrado em Estudos Profissionais Especializados em Educação: Especialização em Administração das Organizações Educativas) - Politécnic do Porto, Escola Superior de Educação, Porto, 2017. Disponível em: <[http://recipp.ipp.pt/bitstream/10400.22/10743/1/DM\\_Fernanda\\_Oliveira\\_2017.pdf](http://recipp.ipp.pt/bitstream/10400.22/10743/1/DM_Fernanda_Oliveira_2017.pdf)>. Acesso em: 30 jun. 2023.
- OLIVEIRA, Rosicler Aparecida de; NACARATO, Adair Mendes. Explorando as tecnologias do celular para aplicar conhecimentos de trigonometria no cotidiano. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 9-20, 2017. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/29142>> Acesso em: 1 jul. 2023.
- PASSOS, Carolina Mendes dos. Etnomatemática e Educação Matemática Crítica: conexões teóricas e práticas. 2008. 153f. **Dissertação** (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG. Belo Horizonte, 2008. Disponível em: <<https://www.ime.usp.br/~brolezzi/carolinepassos.pdf>>. Acesso em 2 jul. 2023.
- POPKIEWITZ, Thomas S. **Políticas Educativas e Curriculares**. Abordagens Sociológicas Críticas. Trad. João M. Paraskeva. Mangaulde: Edições Pedagogo, 2011.
- PRENSKY, Marc. **Nativos Digitais Imigrantes Digitais**. 2001. Disponível em: [http://www.colegiongeracao.com.br/novageracao/2\\_intencoes/nativos.pdf](http://www.colegiongeracao.com.br/novageracao/2_intencoes/nativos.pdf). Acesso em: 13 out. 2017.
- SÁ, Ilydio Pereira de. A Educação Matemática Crítica e a matemática financeira na formação de professores. 2012. 150f. **Tese** (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo. 2012. Disponível em: <<https://s3.amazonaws.com/pgsskroton-dissertacoes/db91ee8c571ee009dc9621b671a89bd2.pdf>>. Acesso em 2 jul. 2023.
- SANTOS, Marcos Pereira dos. A pedagogia filosófica do movimento iluminista no Século XVIII e suas repercussões na educação escolar Contemporânea: uma abordagem histórica. **Imagens da Educação**, v. 3, n. 2, p. 1-13, 2013. Disponível em: <<http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ImagensEduc/article/view/19881>>. Acesso em: 2 jul. 2023.
- SANTOS, Mônica Marra de Oliveira; SOUZA, Roberto Barcelos. O ensino de matemática: análise de uma proposta no âmbito do trivium de D'Ambrósio. Anais do 6o Encontro Goiano de Educação Matemática – **VI EnGEM** – 04 a 06 de maio de 2017, Urutaí, GO. Disponível em: <<file:///C:/Users/werbert%20augusto/Downloads/82-156-2-PB.pdf>>. Acesso em: 2 jul. 2023.
- SILVA, Maria Edwirmem Ribeiro da. Apropriação do uso de Tecnologias digitais na realização de uma prática pedagógica: um olhar sobre a formação inicial do professor de matemática. 2016, 131 f. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática) - Campus Vitória do Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016. Disponível em: <[file:///C:/Users/werbert%20augusto/Downloads/MPECM%20Disserta%C3%A7%C3%A3o%20de%20Mestrado%20Profissional\\_%20Maria%20Edwirmem%20Ribeiro%20da%20Silva\\_%202016.pdf](file:///C:/Users/werbert%20augusto/Downloads/MPECM%20Disserta%C3%A7%C3%A3o%20de%20Mestrado%20Profissional_%20Maria%20Edwirmem%20Ribeiro%20da%20Silva_%202016.pdf)>. Acesso em: 23 mar. 2018.
- SOUZA, Rogério Delfino de. Uma sequência didática para o ensino da matemática probabilística na terceira série do ensino médio com apoio de dispositivos móveis. 2015. 162 f. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Severino Sobral, 2015. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=2661682](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2661682)>. Acesso em: 2 jul. 2023.

- VALENTE, José Armando. Diferentes usos do computador na educação. **Em Aberto**, Brasília, ano 12, n.57, jan./mar. 1993. Disponível em:  
<<http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/1876/1847>>. Acesso em: 2 jul. 2023.
- VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. 2 ed., São Paulo: Annablume. FAPESP, 2007.
- VILAS BOAS, Ana Alice; et al. **Inclusão digital de professores e o uso das tecnologias digitais nas escolas públicas do município de Uberlândia, MG**. **Rev. Ed. Popular**, Uberlândia, v. 11, n. 1, p. 65-76, jan./jun. 2012. Disponível em:  
[www.seer.ufu.br/index.php/reveducpop/article/view/20316](http://www.seer.ufu.br/index.php/reveducpop/article/view/20316). Acesso em: 4 jul. 2023.

## Capítulo 11

### **Pesquisa colaborativa no ensino e aprendizagem de Matemática: mapeamento de pesquisas recentes**

*Jean Paixão Oliveira*

Secretaria da Educação do Estado da Bahia – SEC/BA

*Jadson de Souza Conceição*

Secretaria da Educação do Estado da Bahia – SEC/BA

*Zulma Elizabete de Freitas Madruga*

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

#### **Introdução**

A Pesquisa Colaborativa tem proporcionado aos educadores de todas as áreas, em especial da área de Matemática, um repensar do ensino a partir da troca de experiências e reflexão com os pares. Como também, tem contribuindo para o debate a respeito das novas perspectivas no âmbito da formação de professores, possibilitando que estes mudem suas práticas e percepções de suas ações em sala de aula, a partir de uma reflexão crítica dela própria (Magalhães; Fidalgo, 2008; Castro, 2007).

Neste sentido, pode-se entender a pesquisa colaborativa com um espaço de voz e vez dos principais agentes no processo educativo – os professores, em que o foco se encontra na formação continuada destes. A respeito desse espaço de voz e vez, podemos dizer que o elemento chave nesse espaço e, conseqüentemente, na pesquisa colaborativa é a negociação – que se estabelece entre professores e pesquisadores ao longo do estudo.

Diante disso, a pesquisa colaborativa é com os professores e não sobre os professores, onde os envolvidos (professores e pesquisadores) compartilham conhecimentos, tarefas, assumem papéis, problematizam questões e constroem conhecimentos durante as sessões reflexivas (Magalhães, 2002).

Tendo em vista que a pesquisa colaborativa envolve a efetivação de processos investigativos realizados por grupos de participantes distintos, mas com objetivos partilhados; e apresenta-se como uma importante estratégia de pesquisa e de formação de professores, interessa saber como as pesquisas científicas têm abordado esta temática nos últimos anos, especificamente para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Nesse sentido, considerando a relevância da pesquisa colaborativa, e na busca por um panorama de investigações brasileira no período de 10 anos (2009-2019), foi realizado uma revisão sistemática de literatura, denominada como mapeamento, descrito nas próximas seções deste texto, que tem como objetivo analisar as produções acadêmicas acerca da pesquisa colaborativa no ensino e aprendizagem de Matemática.

### **Fundamentação teórica**

Desde as últimas décadas do século XX, os estudos acerca das pesquisas colaborativas vêm ganhando destaque no campo educacional. Essas pesquisas investigam as práticas docentes em seu espaço de trabalho, analisando, dentre outras coisas, o comportamento e a ação do professor. Nesse processo, a participação ativa dos professores pode gerar uma transformação da sua realidade. Nesse sentido, Fiorentini (2006, p. 39) aponta que:

A defesa de que para a pesquisa ser classificada como colaborativa, é necessário a coprodução de conhecimento desde a contribuição da problemática à socialização dos resultados, o que supõe a possibilidade de que este movimento ocorra apenas entre pesquisadores.

Com isso, percebemos a importância da participação de todos os sujeitos envolvidos na pesquisa colaborativa em todas as etapas. Assim, a pesquisa colaborativa é diferente de um trabalho em grupo em que cada integrante faz uma parte sem interação com os demais. Assim, Ibiapina (2016, p. 34) aponta que na pesquisa colaborativa:

Os participantes se transformam em colaboradores do processo de construção de conhecimento, ao tempo em que também promovem espaços de formação e de desenvolvimento profissional para ambos, pesquisadores e docentes.

Com isso, os dados são produzidos e coletados de forma cooperativa, entre professores da Educação Básica, docentes do Ensino Superior e pesquisadores, e a construção do conhecimento ocorre com a participação e interação de todos envolvidos no processo, em busca de uma transformação da realidade/prática docente. Assim, “no desenvolvimento da pesquisa, os pesquisadores e os professores estabelecem uma rede de negociação que objetiva a mudança das práticas docentes” (Ibiapina, 2016, p. 35).

Ainda nesse sentido, Ibiapina (2016, p. 49) aponta que:

O processo colaborativo, portanto, ocorre por via dupla: pesquisadores e docentes colaboram no processo de pesquisa e formação que se torna reflexivo, crítico, interpretativo e explicativo das práticas educativas com a finalidade de sua reelaboração.

Diante disso, o pesquisador insere-se no contexto escolar não apenas para observar, apontar o que está errado ou não. Pelo contrário, visa discutir com os professores sua realidade e suas dificuldades, com vista a oferecer subsídios teóricos e metodológicos que o permitam reelaborar práticas e implementar novas, ressignificando o seu fazer pedagógico. Logo, trata-se de uma proposta de investigação que todo seu desenvolvimento é mediado pela coparticipação entre professor e pesquisador, objetivando sempre a reconstruir e reestruturar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, no caso específico deste estudo.

É válido salientar que coparticipar é diferente de cooperar, corriqueiramente ambos os conceitos são entendidos como sinônimos, mas no âmbito da pesquisa colaborativa eles assumem significados distintos. De acordo com Magalhães e Fidalgo (2010), coparticipar é compartilhar tarefas e ações, as quais são mediadas pela negociação e diálogo, em que se criam meios para que todos os envolvidos possam falar, questionar, relatar e ouvir. Na cooperação não há essa obrigatoriedade de negociar, prima-se pela aceitação, em alguns casos convencimento, das ideias postas pelo outro.

Ainda segundo os autores, no ato de cooperar, questionar e criticar podem ser vistos como um grande desafio a ser superado o oposto do que acontece na coparticipação. Nesta última, a divergência de ideias, de valores e de opiniões é vista como positiva, pois a crítica é elemento central para a construção de novos conhecimentos (Magalhães; Fidalgo, 2010). Na mesma direção, Magalhães (2002, p. 28) pontua que, na pesquisa colaborativa, todo instante é propício para “questionar, expandir, recolocar o que foi posto em negociação”, o que proporciona não só produção de conhecimento, como também desenvolvimento profissional para os participantes.

Dado esse caráter coparticipativo, a pesquisa colaborativa tem ganhado bastante espaço nos cursos de formação continuada de professores, como forma de romper o modelo ainda vigente – em que são apresentadas teorias e práticas, sem uma devida reflexão, para serem introduzidas no contexto da sala de aula desses professores, sem levar em consideração as especificidades do ambiente em que ele está inserido.

Ibiapina (2008, p. 114-115), argumenta sobre a pertinência da pesquisa colaborativa no ambiente escolar, a autora afirma que:

[...] quando o pesquisador aproxima suas preocupações das preocupações dos professores, compreendendo-as por meio da reflexividade crítica, e proporciona condições para que os professores revejam conceitos e práticas; e de outro lado, contempla o campo da prática, quando o pesquisador solicita a colaboração dos docentes para investigar certo objeto de pesquisa, investigando e fazendo avançar a

formação docente, esse é um dos desafios colaborativos, responder as necessidades de docentes e os interesses de produção de conhecimentos. A pesquisa colaborativa, portanto, reconcilia duas dimensões da pesquisa em educação, a produção de saberes e a formação continuada de professores. Essa dupla dimensão privilegia pesquisa e formação, fazendo avançar os conhecimentos produzidos na academia e na escola.

Diante do exposto, no ambiente escolar a relação entre teoria e prática, seus partícipes e contexto, é primordial para efetividade do trabalho colaborativo. Quanto a esse trabalho colaborativo, pesquisa colaborativa, faz-se necessário que se atenda a algumas características de modo a legitimá-lo. Dentre elas, pode-se destacar a participação voluntária, a responsabilidade e a autonomia dos partícipes (Ibiapina, 2008).

Por se tratar de um trabalho coletivo, o docente precisa identificar-se com o objetivo a ser estudado e ter interesse em aprofunda-se nele. Se não há voluntariedade, o trabalho deixa de ser colaborativo, e passa a executar tarefas postas pelo pesquisador. Não há precedentes para a passividade de nenhum dos envolvidos na pesquisa colaborativa, o pesquisador não deve ser apenas observado, como também o professor não pode apenas reproduzir tarefas que foram estabelecidas.

Diante da necessidade de encontros de estudos, denominados de sessões reflexivas (Magalhães, 2002), a responsabilidade do pesquisador e do professor torna-se imprescindível para a constituição do projeto, bem como para o exercício da reflexão sobre ele. É importante observar que apesar do termo colaboração se remeter à participação conjunta, na pesquisa colaborativa a autonomia dos partícipes deve ser levada em consideração sempre, haja vista que o processo carece constantemente de avaliações das práticas e construção de conhecimento, o que implica numa constante revisão de condutas e adequação de atividades planejadas.

A respeito desse movimento entre coparticipação e autonomia, Magalhães (1998, p. 73) afirma que o “processo colaborativo não significa que todos os participantes tenham a mesma ‘agenda’ ou o mesmo poder institucional ou de saber, mas que tenham possibilidades de apresentarem e negociarem representações e valores na compreensão da realidade”. A autora pontua ainda, que não existe uma regra que obriga pesquisador e docente terem poderes iguais de decisão no desenvolvimento das ações (Magalhães, 1998), o importante é que tudo a ser decidido seja negociado, possibilitando aos envolvidos conhecer e que possam se empenhar nas ações que lhe foram coletivamente designadas, sendo este ponto a essência do trabalho colaborativo.

## Metodologia

O presente estudo é de abordagem qualitativa (Bogdan; Biklen, 1994), em que para alcançar o objetivo utilizou-se o mapeamento como princípio metodológico. De acordo com Biembengut (2008, p. 74), mapeamento é:

[...] um conjunto de ações que começa com a identificação dos entes ou dados envolvidos com o problema a ser pesquisado, para, a seguir, levantar, classificar e organizar tais dados de forma a tornarem mais aparentes as questões a serem avaliadas, reconhecer padrões, evidências, traços comuns ou peculiares, ou ainda características indicadoras de relações genéricas, tendo como referência o espaço geográfico, o tempo, a história, a cultura, os valores, as crenças e as ideias dos entes envolvidos.

Nesse sentido, percebe-se que o mapeamento visa possibilitar a formação de uma imagem da realidade, delimitado por meio de um espaço geográfico, tempo e história. No nosso estudo, o espaço geográfico são as investigações dentro da nação brasileira, com um recorte de 10 anos (2009 a 2019), referentes às pesquisas colaborativas.

Para produção de dados, ou seja, busca por investigações que relacionam o ensino de Matemática com a pesquisa colaborativa, optou-se pelo repositório “catálogo de teses e dissertações da CAPES<sup>37</sup>”. A escolha do desse banco de dados se deu por compreendermos que o catálogo de teses e dissertações da CAPES, contempla pesquisas de diferentes programas de pós-graduação.

Iniciou-se o estudo utilizando o termo ‘Pesquisa Colaborativa’, nessa pesquisa, foram encontrados 351 trabalhos. No intuito de filtrar essa busca, delimitamos 10 anos (2009-2019), totalizando 289 trabalhos relacionados. Nesse filtro, os trabalhos contemplam as diferentes áreas do conhecimento, sendo assim, aplicamos um delineamento nas grandes áreas: Ciências Exatas e da Terra, Ciências Humanas e na área Multidisciplinar, com isso, permaneceram 224 trabalhos.

Visto que as grandes áreas supracitadas contemplam diversas áreas do conhecimento, com isso um novo filtro foi aplicado contemplando as seguintes áreas: Educação, Educação de Jovens e Adultos, Ensino, Ensino de Ciências e Matemática, ensino e aprendizagem e Educação Especial. Com isso, totalizaram 198 trabalhos a serem analisados. Desses, percebeu-se que outras áreas do conhecimento estavam envolvidas. Com isso um novo filtro sobre área de concentração foi aplicado, priorizando as seguintes áreas: Educação em Ciências e Matemática, Educação Matemática e Ensino de História e

---

<sup>37</sup> Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Filosofia das Ciências e Matemática; Ensino de Ciências Naturais e Matemática e Formação de Professores. Com isso, ficamos com um total de 12 trabalhos.

Apresenta-se a seguir o Quadro 1, onde constam as referências das pesquisas encontradas após o último filtro. Esse quadro foi organizado na seguinte ordem: 1) teses e dissertação; 2) ordem que os trabalhos foram encontrados no portal da CAPES.

**Quadro 1:** Pesquisas encontradas no banco de teses e dissertações da CAPES após o filtro da área de concentração.

T/D <sup>38</sup>	Referência
T1	MIOLA, A. F. de S. Interações e mediações propiciadas pela pesquisa colaborativa e o desenvolvimento profissional de professores de matemática. 22/09/2018 136 f. Doutorado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, Campo Grande Biblioteca Depositária: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS.
T2	SOUSA, A. G. de. Avaliação emancipatória do currículo e desenvolvimento profissional: um estudo com formadores da licenciatura em ciências biológicas do IFRO. 12/11/2018 192 f. Doutorado em EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - UFMT - UFPA - UEA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO, Cuiabá Biblioteca Depositária: UFMT - UEA – UFPA.
T3	BACURY, G. R. Práticas Investigativas na formação de futuros professores de Matemática. 12/07/2017 188 f. Doutorado em EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, Belém Biblioteca Depositária: undefined.
T4	KOVALSKI, M. L. A perspectiva de ensino por pesquisa na formação inicial e continuada de professores: a bacia hidrográfica como tema de estudo. 04/09/2015 189 f. Doutorado em EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ, Maringá Biblioteca Depositária: Biblioteca Centra da Universidade Estadual de Maringá.
D1	LOURENCO, J. J. Formação inicial de professores de Matemática: limites e perspectivas propiciados pela pesquisa colaborativa no processo de reflexão. 15/03/2018 101 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, Campo Grande Biblioteca Depositária: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS.
D2	JORGE, N. M. Reflexões sobre a prática docente de um professor de Matemática a partir da pesquisa colaborativa. 27/10/2015 179 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, Campo Grande Biblioteca Depositária: undefined.
D3	SIQUEIRA, A. K. V. da S. Matemática inclusiva: um estudo colaborativo sobre jogos com regras. 30/07/2019 112 f. Mestrado Profissional em ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE, Natal Biblioteca Depositária: undefined.
D4	SANTANA, R. S. A realidade do ensino por investigação na práxis dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental: possibilidades e desafios. 18/10/2016 162 f. Mestrado em Ensino e

<sup>38</sup> Utiliza-se a letra “T” para teses e “D” para dissertações.



	História das Ciências e da Matemática Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC, Santo André Biblioteca Depositária: UFABC.
D5	CARVALHO, R. L. Contribuições da teoria da atividade no ensino de funções com o uso do laptop educacional. 26/04/2013 157 f. Mestrado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ, Fortaleza Biblioteca Depositária: Biblioteca Central Prof. Antônio Martins Filho (UECE).
D6	BRIGNOL, J. de M. Expressando pensamentos de porcentagem por meio da produção de vídeo estudantil. 10/07/2019 135 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS, Pelotas Biblioteca Depositária: guaiaca.ufpel.edu.br.
D7	VIANA, F. R. A teoria da atividade na análise de episódios de ensino de matemática para alunos com surdez. 24/05/2013 176 f. Mestrado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ, Fortaleza Biblioteca Depositária: Biblioteca Central Prof. Antônio Martins Filho/UECE.
D8	BORGES, R. Saberes construídos e ressignificados por um professor de matemática da educação básica quando investiga a sua prática pedagógica. 16/08/2017 89 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, Campo Grande Biblioteca Depositária: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS.
D9	SOUSA, J. F. de. Reflexões e interações de um professor da educação básica em um projeto colaborativo. 04/03/2015 77 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, Campo Grande Biblioteca Depositária: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.
D10	GAZOLA, R. J. C. A proposta de ensino por investigação e o processo de formação inicial de professores de ciências: reflexões sobre a construção de um modelo didático pessoal. 22/02/2013 175 f. Mestrado em EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE EST.PAULISTA JÚLIO DE MESQUITA FILHO/BAURU, Bauru Biblioteca Depositária: Bauru.
D11	BAZET, L. M. B. Aprendizagens docentes em grupo de estudos sobre divisão: narrativas de práticas pedagógicas com crianças. 21/10/2014 106 f. Mestrado Profissional em EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA Instituição de Ensino: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, Vitória Biblioteca Depositária: Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo- IFES.
D12	PEREIRA, M. P. A. Concepções de professores das séries iniciais: Educação Ambiental em espaços naturais em interface com o Ensino de Ciências. 02/06/2016 167 f. Mestrado em EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ, Maringá Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Universidade Estadual de Maringá.
D13	LUZ, W. C. da. Uma reflexão colaborativa sobre representações sociais da educação ambiental. 31/08/2016 105 f. Mestrado em Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Campinas Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Unicamp.

**Fonte:** Resultado do levantamento feito no catálogo de teses e dissertações da CAPES (2020).

Conforme o Quadro 1, foram encontradas 17 pesquisas que versam sobre Pesquisa Colaborativa e o Ensino de Ciências e Matemática. Como o objetivo deste estudo é analisar as produções acadêmicas acerca da pesquisa colaborativa no ensino e

aprendizagem de Matemática. Com isso, realizou-se uma análise dos títulos e dos resumos, buscando excluir os trabalhos que versam sobre o ensino de ciências assim como os que não possuem quadro teórico referente à Pesquisa Colaborativa. Assim, foram analisados oito trabalhos, sendo uma tese e sete dissertações os quais compuseram o *corpus* desta pesquisa, como mostra o Quadro 2.

**Quadro 2:** Trabalhos encontrados no banco de teses e dissertações da CAPES após a leitura do resumo.

T/D	Título
T1	Interações e mediações propiciadas pela pesquisa colaborativa e o desenvolvimento profissional de professores de matemática
D1	Formação inicial de professores de Matemática: limites e perspectivas propiciados pela pesquisa colaborativa no processo de reflexão
D2	Reflexões sobre a prática docente de um professor de Matemática a partir da pesquisa Colaborativa
D3	Matemática inclusiva: um estudo colaborativo sobre jogos com regras
D7	A teoria da atividade na análise de episódios de ensino de matemática para alunos com surdez
D8	Saberes construídos e ressignificados por um professor de matemática da educação básica quando investiga a sua prática pedagógica
D9	Reflexões e interações de um professor da educação básica em um projeto colaborativo
D11	Aprendizagens docentes em grupo +de estudos sobre divisão: narrativas de práticas pedagógicas com crianças

**Fonte:** Resultado do levantamento feito no catálogo de teses e dissertações da CAPES (2020).

Para atingir ao objetivo de analisar as produções acadêmicas acerca da pesquisa colaborativa no ensino e aprendizagem de Matemática, foram estabelecidas de acordo com Madruga e Breda (2017), quatro categorias de análise para estudo, definidas previamente: a) referenciais teóricos das pesquisas; b) problemas investigados/interesses de pesquisa; c) metodologias utilizadas nas pesquisas; d) principais resultados e contribuições para o avanço do tema na área e perspectivas de continuidade dos estudos.

Com objetivo de tecer considerações sobre as teses e dissertações selecionadas elaborou-se um estudo sobre cada pesquisa, buscando traçar as aproximações existentes entre elas, utilizando as categorias estabelecidas *a priori*.

## **Resultados e discussão**

### **Referenciais teóricos das pesquisas<sup>39</sup>**

Na tese e nas dissertações pesquisadas, a intenção foi analisar como a pesquisa colaborativa se apresenta no ensino de Matemática. Para isso, foram feitas leituras minuciosas de todas as investigações elencadas, atentando-se, nesse primeiro momento, especialmente para os marcos teóricos. Verificou-se que os estudos acerca da pesquisa colaborativa geralmente são utilizados para fundamentar a parte empírica das investigações; para definir características de um grupo colaborativo; e para explicar as discussões na análise dos dados. Nos trabalhos T1, D1, D2, D8 e D9, os autores abordam a pesquisa colaborativa numa perspectiva de formação continuada de professores e se apoiam nos estudos de Ibiapina (2008) e Desgagné (1997; 1998), que relatam sobre o diferencial da pesquisa com método colaborativo “[...] o diferencial dessa investigação está em dar conta da realidade microsocial sem perder de vista o aspecto histórico e político do macro contexto social” (Ibiapina, 2008, p. 26). Os autores das investigações analisadas discutem a formação inicial e continuada de professores e abordam a importância da reflexão na pesquisa colaborativa.

Em D11, a autora aborda sua fundamentação teórica com foco na formação de professores e tem como principais autores: Schön (1992), Freire (1987; 1996; 2000), Benjamin (1994), Mizukami (2000;2002; 2004; 2006), Ponte (2004;2005; 2006). D9 aborda o seu trabalho pensando na formação de professores, caminhos e reflexões no grupo colaborativo, como embasamento teórico foca seu olhar nos autores que discutem a formação inicial e continuada de professores, dentre eles: Fiorentini (2008, 2009), Ferreira (2003), Gatti (2008), Pimenta (2006). Em D8 o autor aborda as diferentes concepções de formação continuada de professores, relacionando com a mudança na prática pedagógica do professor, como embasamento teórico se apoia nos estudos de Pimenta (2009); Nóvoa (1997) Ponte (1998) dentre outros que discute a formação de professores.

D7 traz ao leitor reflexões sobre teoria do campo aditivo baseado em Vergnaud (1990); discussões sobre a teoria da atividade, desenvolvida, essencialmente, a partir dos estudos do psicólogo russo Alexéi Nicoláevich Leóntiev. Como aporte teórico para o estudo o autor se apoiou nos estudos da pesquisa colaborativo, como foco em Desgagné,

---

<sup>39</sup> Nesta seção, os autores que fundamentaram as pesquisas investigadas descritas aqui, não constam nas referências desse artigo, visto que fazem parte apenas dos estudos analisados.

(1997; 1998), Pimenta, (2000); Ibiapina, (2007). D3, assim como D7, trouxe uma reflexão sobre o ensino de Matemática e a inclusão, para isso se apoiou nos estudos de Kranz (2011). Para os estudo sobre atividade colaborativa, o autor se apoiou nos estudos de Ibiapina (2007).

### **Problemas investigados e interesses de pesquisa**

Nas dissertações analisadas as inquietações são expressas na forma de problemas de pesquisa, o que evidenciou que tais pesquisas partiram de um problema ou questionamento. Para Bicudo (2005, p. 08), pesquisar significa “ter uma interrogação e andar em torno dela, em todos os sentidos, sempre buscando, suas múltiplas dimensões e andar outra vez e outra ainda, buscando mais sentido, mais dimensões, e outra vez mais [...]”. A análise das questões norteadoras permitiu inferir o foco dos autores em duas perspectivas diferentes: a formação inicial ou continuada dos professores e o uso de jogos para o ensino de Matemática. A tese analisada apresenta questões reflexivas que geraram um objetivo geral.

Em relação à tese e dissertações no que tange à formação inicial ou continuada de professores, fica evidente esse foco nos trabalhos T1, D1, D2, D8, D9, D11 e D7. Como o seguinte objetivo em T1: “Investigar as interações e as mediações que ocorreram em uma proposta de formação continuada desenvolvida por meio da metodologia da pesquisa colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática”. E as seguintes questões nas dissertações: “Quais são os limites e as perspectivas propiciados pela pesquisa colaborativa no processo de reflexão dos professores em formação de Matemática?” (D1); Questão em D2: “Como a pesquisa colaborativa possibilita compreender o processo reflexivo de um professor de Matemática sobre a sua prática docente a partir da espiral reflexiva ampliada?” Questão em D7; “Quais as contribuições da Teoria da Atividade para a geração de ambiente de efetivo ensino de Matemática para alunos com surdez, a partir do processo de formação continuada do professor?” Questão em D8: “Que saberes são construídos e ressignificados por um professor quando investiga sua prática pedagógica a partir de processos reflexivos construídos por meio do trabalho colaborativo?”. Questão em D9: “Como a participação de um professor em ciclos de estudos colaborativos pode levá-lo a momentos de reflexão sobre a sua própria prática?” Em D11: “Que aprendizagens docentes professoras participantes do GEEM-ES explicitam em narrativas e reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem de divisão com crianças?”

No que se refere ao estudo voltado ao uso de jogos no ensino de Matemática, o mesmo apresenta a seguinte questão de pesquisa: “quais as potencialidades dos jogos com regras nos processos de ensino e de aprendizagem dos números racionais em uma perspectiva inclusiva e colaborativa?” (D3).

Todas as pesquisas, exceto D3, tiveram como objeto de estudo a formação de professores dentro de um grupo colaborativo, com foco na reflexão. Destacamos que das oito investigações analisadas, cinco delas (T1, D1, D2, D8 e D9), foram realizadas dentro do projeto em rede OBEDUC, aprovado no Edital 049/2012 intitulado: “Trabalho colaborativo com professores que ensinam Matemática na Educação Básica em escolas públicas das regiões Nordeste e Centro-Oeste”, vinculado ao Programa OBEDUC, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

### **Metodologia utilizada nas pesquisas**

Percebemos que todas as teses e dissertações são de abordagem qualitativa, salientamos que no âmbito da Educação Matemática é comum a utilização dessa natureza de pesquisa. Além da abordagem qualitativa, em todos os estudos a pesquisa colaborativa foi utilizada como referencial teórico e metodológico.

A pesquisa de abordagem qualitativa possibilita alcançar as características postas por Bogdan e Biklen (1994) a saber: a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; os investigadores interessam-se mais pelo processo do que pelos resultados ou produto; tendem a analisar seus dados de forma indutiva; os dados coletados são predominantes descritivos; o “significado” que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador.

Diante disso, os autores fizeram uso da abordagem qualitativa em suas pesquisas, utilizando todas, ou algumas, das características elencadas por Bogdan e Biklen (1994). No que diz respeito à abordagem colaborativa, em todos os estudos os autores fazem essa abordagem fundamentados nas ideias de Magalhães (2002) e Ibiapina (2008, 2016). É sabido que ambas as autoras, a última principalmente, são referências quando o assunto é pesquisa colaborativa, dada suas vastas experiências e produções acerca do tema.

Quanto aos sujeitos investigados, estes definidos intencionalmente de acordo com o objeto de estudo a ser explorado. Na maioria dos estudos os sujeitos foram professores já formados, exceto em D1 que trabalhou com futuros professores, os quais foram convidados a participar de um grupo colaborativo, característica básica desse tipo de

pesquisa (IBIAPINA, 2008). Esses grupos em sua maioria são subgrupos de um grupo maior (T1, D1, D2, D8 e D11) e já nas demais pesquisas (D3 e D7) foi constituído um grupo exclusivo para desenvolver a pesquisa, com professores que trabalhassem com estudantes com necessidades especiais, cegos e surdos, respectivamente.

É válido salientar que T1, D1, D2 e D8 são estudos frutos do projeto intitulado “Trabalho colaborativo com professores que ensinam Matemática na Educação Básica em escolas públicas das regiões Nordeste e Centro-Oeste”, vinculado ao Observatório de Educação (OBEDUC). O referido projeto é em rede, tendo da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) como instituição sede, e a Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) e a Universidade Federal de Alagoas (UFAL) como colaboradoras. Os trabalhos mencionados anteriormente estão vinculados ao núcleo UFMS.

No que se refere aos instrumentos de produção e coleta dados, observou-se que estes são adequados para as pesquisas colaborativas. A entrevista, a observação, os diários e sessões reflexivas estão presentes em todos os estudos. Para além desses instrumentos em T1, D1, D2, D7 e D8, foram utilizados a vídeo-formação e em D11 foi aplicado um questionário, sendo este um instrumento não tão presente nos estudos colaborativos, haja vista que não permitem aos partícipes que saiam da zona de conforto e passem a questionar suas ações, crenças e valores. Além disso, em D11 a autora utilizou a narrativa como principal instrumento para coleta de dados.

No estudo de cunho colaborativo a entrevista (semiestruturada ou não) apresenta-se como uma poderosa ferramenta de produção de dados. Charmaz (2009) pontua que através da entrevista, é possível fazer com que o entrevistado apresente mais detalhes acerca de uma determinada fala, questionando a respeito de suas ideias e práticas, refletir sobre ações anteriores sempre que necessário, permitindo-o reformular uma ideia posta de modo a averiguar sua veracidade e precisão.

Em relação à observação, presente em todos os estudos analisados, esta possibilita que o pesquisador “chegue mais perto da perspectiva dos sujeitos, na medida em que o observador acompanha as experiências diárias dos participantes e o significado que eles atribuem à realidade que os cerca e às suas próprias ações” (Lüdke; André, 1986, p. 26).

Quanto as sessões reflexivas, estas acontecem simultaneamente a vídeo-formação. Segundo Ibiapina (2008, p. 97), “[...] as sessões são espaço de criação de novas relações entre teoria e prática, permitindo que o professor possa compreender o que, como e o porquê de suas ações [...]”. Assim, as sessões reflexivas são espaços que o professor é

colocado frente a sua prática, sendo questionado sobre elas e ações que a desencadearam, refletindo criticamente.

No que concerne à vídeo-formação, Ibiapina (2008, p.79) pontua que “[...] o vídeo fornece qualidade e quantidade substancialmente melhor e maior de informações da prática observada”, retratando algo muito próximo do real, possibilitando que os professores em formação possam analisar, investigar e refletir sobre sua ação docente.

Principais resultados e contribuições para o avanço do tema na área e perspectivas de continuidade dos estudos. Os resultados apresentados na sessão anterior apontam que a utilização da pesquisa colaborativa enquanto metodologia, possibilita ao professor um repensar de sua prática, despertando-o para um trabalho que os estudantes estejam envolvidos em todas as etapas, sempre que possível, da ação docente. Além disso, possibilita ao professor rever conceitos, crenças e valores, bem como suas relações inter e intrapessoal com todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, potencializado sua prática e o ambiente de trabalho.

As pesquisas T1, D1, D2, D8 denotam convergências, principalmente no que diz respeito a sua origem, são frutos do projeto OBEDUC, núcleo UFMS. As quatro tem como foco a formação de professores, e fundamentam-se principalmente nos estudos de Ibiapina (2008) e Magalhães (2002). T1 pontua que a opção metodológica – pesquisa colaborativa – tornou-se uma possibilidade de investigação para os sujeitos envolvidos, bem como proporcionou a coprodução de saberes e possibilidade de refletir criticamente. Além disso, possibilitou a troca de experiências entre os diferentes professores (formados, em formação, mestres e doutores) criando vínculos e estreitando os muros entre a universidade e escola.

Em D1, o autor evidenciou que a pesquisa colaborativa na formação inicial do professor desenvolve nesse movimento de reflexão, que não são observados em outra perspectiva de formação. Assim, autor pontua que é necessário que essa pesquisa colaborativa possa subsidiar novas proposta de formação inicial de professores de Matemática.

Corroborando com essas ideias, em D2 as escolhas metodológicas e o caminhar da pesquisa possibilitaram o desenvolvido da espiral reflexiva ampliada: os procedimentos, os planejamentos das aulas, a aplicação da aula na escola, as entrevistas, as sessões reflexivas, o novo planejamento, a nova aplicação da aula, a nova entrevista e a nova sessão reflexiva. A autora de D2 pontua ainda, que a referida espiral cria

oportunidades de reflexão em um processo formativo por meio das significações e ressignificações mediadas pela construção da prática docente dos professores.

No caso de D8, os dados produzidos evidenciam que a participação do professor em processos reflexivos em um grupo colaborativo possibilitou movimentos importantes de reflexão acerca do seu fazer docente. Permitindo que saberes das experiências fossem ressignificado e que novos saberes científicos e pedagógicos fossem construídos.

Quanto aos resultados de D3 e D7, esses apresentamos perspectivas similares, pois ambos se dedicaram ao trabalho com Educação Inclusiva. Em D3, os resultados contribuem para os estudos no campo da Educação Matemática Inclusiva, tornando-se um referencial no tocante ao ensino colaborativo e inclusivo. Os resultados apontam ainda, que o processo de construção e desenvolvimento do jogo permitiu perceber que o uso desse recurso pedagógico potencializasse os processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes, favorecendo a colaboração e a mediação entre os envolvidos, como também contribuem com os processos formativos dos professores

Já em D7, os resultados apontam uma necessidade de uma mudança de postura docente frente ao ensino de Matemática para estudantes surdos. Todavia, a autora atenua essa situação, ao colocar que toda mudança é gradativa, pois pressupõe rupturas de concepções, crenças e valores. Assim, é necessário tempo, estudo e esforço para que mudanças sejam implementadas.

Em D11, o autor pontua que as ações desenvolvidas auxiliaram a professora na construção coletiva de conhecimentos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem com base na autonomia, dialogicidade e colaboração. Tendo considerado as narrativas como o principal meio para produção dos dados, a autora pontua as falas dos professores colaboradores sobre o conteúdo de divisão, as quais marcaram positivamente suas participações no grupo.

Sem pormenorizar, as pesquisas analisadas indicam que é cada vez mais urgente pensar a formação inicial e continuada de professores de Matemática de modo colaborativo, em que a reflexão sobre o seu fazer docente se faça presente, bem como a coprodução e ressignificação de saberes. Quantos às pretensões de continuidade das pesquisas analisadas, Madruga e Breda (2017) pontuam que quando um pesquisador indica perspectiva de continuidade em um estudo, significada dizer que o tema não se esgotou em apenas uma investigação.

No presente mapeamento, apenas D2 aponta continuidade, por meio da seguinte sugestão: “aplicação da espiral reflexiva ampliada na formação inicial, bem como a



compreensão dos processos reflexivos da aluna de graduação em sua formação inicial e do próprio pesquisador em sua formação continuada, pois isso demandaria um tempo maior do que o mestrado permite” (Jorge, 2015, p. 146). Os demais estudos, como D3, D7, D8 e D11 por exemplo, seus autores afirmam que a temática não foi esgotada, e que outros pesquisadores podem dar continuidade, numa vertente diferente, mas não indicam como.

### **Considerações Finais**

Esta pesquisa teve como objetivo analisar as produções acadêmicas acerca da pesquisa colaborativa no ensino e aprendizagem de Matemática. Para atingir tal objetivo utilizou-se do Mapeamento na Pesquisa Educacional (Biembengut, 2008). Foram selecionadas e estudadas uma tese e sete dissertações, disponíveis no catálogo da CAPES.

Percebeu-se que as pesquisas apresentam convergências no que tange a pesquisa colaborativa, como sendo aquela em que: “[...] os participantes se transformam em colaboradores do processo de construção de conhecimento, ao tempo em que também promovem espaços de formação e de desenvolvimento profissional [...] pesquisadores e docentes (Ibiapina, 2016, p. 34).

Para, além disso, os estudos convergem para uma linha de formação inicial e ou continuada de professores, apresentando estudiosos da área de formação de professores para embasar as discussões. Em sua maioria, os dados foram produzidos e coletados em grupos colaborativos, como a participação de professores da Educação Básica.

Por meio da análise da tese e das dissertações selecionadas, constatou-se que há poucas pesquisas que relacionam as tendências em Educação Matemática com a pesquisa colaborativa. Assim, aponta-se necessário mais investigações para que relacione essas tendências numa perspectiva de trabalho colaborativo.

## Referências Bibliográficas

- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994.
- BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.
- CASTRO, S.T.R. Fatores da construção de conhecimentos de futuros professores de inglês em uma situação de aprendizagem e língua em um curso de letras. **Signum**, v. 10, n. 1, p. 51-72, 2007.
- FIORNTINI, D. Produção de saberes docentes a partir da reflexão, da colaboração e da pesquisa sobre a própria prática. In: IBIAPINO, I. M. L. de M.; CARVALHO, M. V. C. (Orgs.). **A pesquisa colaborativa como mediação de prática socioeducativos**. Teresina: EDUFPI, 2006, p. 127 – 143.
- IBIAPINA, I. M. L. de M.; Reflexões sobre a produção do campo teórico- metodológico das pesquisas colaborativas: gênese e expansão. In: IBIAPINA, I. M. L. de M.; (et. al.). **Pesquisa colaborativa**: multirreferenciais e práticas convergentes. Teresina: EDUFPI, 2016, p. 33 – 61
- IBIAPINA, I. M. L. **Pesquisa Colaborativa**: investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília: Líber Livro Editora. 2008. v. 1.
- MADRUGA, Z. E. de F.; BREDA, A. Mapeamento de produções recentes sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 3, n. 1, p. 67–81, 2017.
- MAGALHÃES, M. C. C. Projetos de formação contínua de educadores para uma prática crítica. **The ESPECIALIST**, v. 19, n. 2, p. 169-184, 1998.
- MAGALHÃES, M. C. C.; FIDALGO, S. S. Critical Collaborative research: focus on meaning of collaboration and on mediational tools. **Revista Brasileira de Linguística Aplicada**, v. 10, n. 3, p. 773- 797, 2010.
- MAGALHÃES, M. O professor de línguas como pesquisador de sua ação: A pesquisa colaborativa. In: GIMENEZ, T. (Org.). **Trajetórias na formação de professores de línguas**. Londrina: UEL, 2002. p. 39-55.
- MAGALHÃES, M.; FIDALGO, S. Teacher Education language in collaborative and critical reflective contexts. In: VIEIRA-ABRAHÃO, M.H; GIL, G. (Orgs.). In: **Educação de professores de Línguas**: os desafios do formador. Campinas, São Paulo: Pontes, 2008. p.105-124.

## Capítulo 12

### Um estudo sobre a abordagem de álgebra no currículo do estado de São Paulo

*Paulo Eugênio da Silva*

Secretaria de Estado da Educação de São Paulo – SEE/SP

*Edda Curi*

Universidade Cruzeiro do Sul

#### Introdução

Com objetivo na formação dos indivíduos e desenvolvimento de suas potencialidades, o Brasil lança, no início da década de 70, a Lei 5.692, de 11 de agosto de 1971 que indica a necessidade de o educando adquirir autorrealização, qualificação para o trabalho e preparo para o exercício consciente da cidadania. A legislação aponta para uma organização administrativa, didática e disciplinar de cada estabelecimento de ensino e regulada no respectivo regimento, aprovado pelo órgão próprio do sistema, com observância de normas fixadas pelo respectivo Conselho de Educação. (Brasil, 1971).

De acordo com a indicação dessa Legislação, as instituições educacionais, deveriam organizar seus documentos curriculares para atenderem alunos de 1º Grau<sup>40</sup> que correspondia na época ao ensino primário e os alunos do 2º Grau<sup>41</sup> que correspondia ao ensino médio, onde escolas, estados e municípios, deveriam utilizar de seus recursos materiais e humanos para atenderem este público de alunos. Apesar de o Currículo no Brasil se basear nas Diretrizes da Lei Federal 5.692/71, os estados iniciaram discussões acerca da elaboração e observação de seus currículos. A referida Lei, orienta:

Art. 4º Os currículos do ensino de 1º e 2º graus terão um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, e uma parte diversificada para atender, conforme as necessidades e possibilidades concretas, às peculiaridades locais, aos planos dos estabelecimentos e às diferenças individuais dos alunos. (Brasil, 1971)

---

<sup>40</sup> 1º Grau – Ensino Fundamental da 1ª a 8ª série. Atualmente, chamado de 1º ao 9º ano.

<sup>41</sup> 2º Grau – Os três anos no Ensino Médio. Atualmente chamadas de 1ª, 2ª e 3ª séries do Ensino Médio.

Esse artigo da Lei delimitava a grade curricular das escolas brasileiras a partir do estabelecimento de um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, o que permitia uma certa uniformização, pelo menos nas disciplinas oferecidas nas escolas. Mas, também, indicava uma parte diversificada que deveria ser adequada a cada escola, comunidade e município, observadas as normas dos sistemas de ensino.

Dessa forma, este trabalho tem como principal objetivo, a apresentação e análise dos documentos curriculares disponíveis para as instituições de ensino de educação básica do Estado de São Paulo com foco na Álgebra ao longo do tempo. A análise aqui apresentada é parte integrante de uma tese de doutorado, em andamento, que tem como objetivo a análise de Currículo Prescrito da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo e a abordagem dos conteúdos de Álgebra para cada ano/série de escolaridade dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Os procedimentos metodológicos utilizados para a pesquisa são do tipo análise documental.

Segundo Ludke e André (1986), embora não muito utilizada na área da educação, a análise documental constitui uma técnica de grande validade para a abordagem de dados em pesquisa qualitativa, seja em forma de apoio para complementar dados obtidos ou para a obtenção de novos dados ou problema dentro de um tema.

Os autores relatam que são considerados documentos: Leis e regulamentos, normas, pareceres, cartas, memorandos, diários pessoais, autobiografias, jornais, revistas, discursos, livros, estatísticas e arquivos escolares. Para os autores, os documentos, constituem uma poderosa fonte em que podem ser retiradas evidências que fundamentam as afirmações do pesquisador e representam uma fonte natural de informação não apenas de forma contextualizada, mas sim num determinado contexto com informações sobre esse contexto. Além das possibilidades apresentadas, os autores relatam o baixo custo de uma pesquisa documental, que na maioria das vezes exige do pesquisador apenas tempo ao analisar e selecionar o que for de maior interesse. Dessa forma, concordamos que a técnica de análise documental proporciona análise eficaz dos dados obtidos numa pesquisa, pois com a vasta quantidade de categorias de classificação de documentos, é importante ter clareza dos documentos selecionados para compor os estudos e obter os resultados esperados.

## **A observação do Currículo**

Sacristán (2000), sintetiza alguns aspectos importantes de um currículo, como documento de função socializadora da escola, instrumento de compreensão da prática pedagógica, realiza aproximação dos conteúdos com a profissionalização docente, entrecruza componentes e determinações, como: pedagógicas, políticas e administrativas na escola. Para o autor, o currículo com seus conteúdos e formas para desenvolvê-lo, atua como referência no papel de uma melhora na qualidade de ensino das escolas, realizando mudanças na prática, no aperfeiçoamento dos professores, na inovação da escola e em seus projetos.

Em 2013, com o objetivo de debater sobre a construção, seleção e organização do currículo escolar, reuniram-se especialistas nacionais e internacionais de diferentes campos no II Seminário sobre Currículo, intitulado: “Escola e Sociedade do Conhecimento: aportes para a discussão dos processos de construção, seleção e organização do Currículo” promovido pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo com a participação de Michael Young onde relata não verificar, atualmente, questão educacional mais importante do que o currículo e que temos a necessidade de responder a uma questão: “O que os alunos deveriam saber ao deixar a escola?”

Para o autor, deveríamos ter a resposta para essa questão, porém não somos autoridades inquestionáveis no assunto, mas temos responsabilidades como especialistas no processo educacional dos estudantes, realizando o entendimento do currículo na escola. Para Young (2013) há muitas perguntas sobre o currículo e elas estão longe de ser diretas e claras, principalmente, quando se trata do currículo escolar. Young (2013) relata que o especialista em currículo possui dois papéis importantes, o papel crítico e o papel normativo, o primeiro age como críticos, analisando seus pontos fortes e fracos e como os currículos são usados, o normativo se refere às normas que orientam a elaboração e a prática do currículo; que para o autor, na verdade, é quando se questiona: para que estamos educando?

Segundo *National Council Of Teachers Of Mathematics - NCTM* (2000), (Conselho Nacional de Professores de Matemática), organização de pesquisas sobre educação matemática de prestígio, relata que um dos princípios fundamentais para a educação matemática de qualidade é o Currículo e este deve estar profundamente entrelaçado ao programa curricular de matemática. Para o documento, o alcance à

excelência matemática vai muito além de se listar os objetivos pretendidos com os conteúdos abordados.

Diante da apresentação sobre a importância do Currículo, o presente trabalho aborda sobre a presença do pensamento algébrico e os conteúdos de Álgebra nos documentos de orientação curricular do estado de São Paulo, produzidos pela secretaria de Estado da Educação – SEDUC-SP, assim como, suas expectativas de aprendizagem para os alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

A realização de uma pesquisa de estado do conhecimento por meio de mapeamento de trabalhos brasileiros que desenvolveram estudos sobre o pensamento algébrico e o ensino de Álgebra colaboraram com o desenvolvimento do tema repercutindo positivamente ao longo da pesquisa como objeto de estudo e o conhecimento de autores que coincidem com o estudo do tema.

### **Procedimentos de Pesquisa**

Para Sampieri, Collado e Lucio (2013) pesquisar significa obter um conjunto de processos sistemáticos, críticos e empíricos aplicados no estudo de algum fenômeno. Para os autores, a pesquisa de cunho qualitativo percorre áreas ou temas significativos com coleta de dados sem medição numérica para se realizar perguntas dentro da pesquisa no que se refere ao processo de interpretação.

Diante do desenvolvimento dos estudos sobre o pensamento algébrico e os conteúdos de Álgebra, adotou-se a metodologia com característica de abordagem qualitativa com análise documental. Para a análise foram escolhidos os seguintes documentos: Guias Curriculares Propostos para as Matérias do Núcleo Comum do Ensino de 1º Grau (1975); Proposta Curricular para o Ensino de Matemática 1º Grau — 4ª edição (1992); Currículo do Estado de São Paulo — Matemática e suas Tecnologias (2011); e Currículo Paulista (2019).

O desenvolvimento dos estudos ocorre em duas etapas principais da pesquisa, a primeira etapa ocorre com a análise dos documentos citados e representa a fonte principal dos estudos, a segunda etapa procura justificar a pertinência da pesquisa com trabalhos de alguns autores que tratam da importância da presença do pensamento algébrico nos documentos curriculares, conseqüentemente, nos conteúdos de Álgebra abordados em sala de aula, na terceira etapa, apresentamos um mapeamento de pesquisas brasileiras que versam sobre o tema. Para finalizar, apresentamos os indicadores de resultados nas considerações, com o objetivo de replicar as conclusões encontradas. A escolha dos

documentos curriculares para análise ocorre devido atuação de um dos pesquisadores na rede pública estadual do Estado de São Paulo como docente desde 2003 e como aluno nos anos 80 e 90.

### **Os guias curriculares propostos para as matérias do núcleo comum do ensino de 1º grau (1975)**

Os Guias Curriculares de 1975, apontam que sua proposta está voltada para uma visão global do processo de escolarização ao longo de oito anos do 1º grau com objetivo de formação integral da criança e do adolescente numa escola com atenção a cultura geral e instrumental com uma educação humana e cristã entendendo o indivíduo integrado nas condições das suas circunstâncias garantindo-lhe o direito da realização da sua humanidade.

O Guia Curricular de Matemática (1975), disciplina de pesquisa, apresenta uma Introdução, Objetivos Gerais, os Temas Básicos e a especificação de conteúdo, objetivos e observações, ao longo dos oito anos do 1º Grau. Os temas matemáticos abordados eram: Relações e funções, Campos Numéricos, Equações e Inequações e Geometria. Cada um desses temas aponta conteúdos que são propostos para cada série.

A abordagem dos conteúdos se inicia em torno dos Conjuntos Numéricos, trabalhados diretamente desde a primeira série. Destacam-se ainda a Geometria e suas relações com a inclusão de conjunto e com as relações e as funções, além dos gráficos cartesianos e conseqüentemente, a importância de sua devida interpretação.

Os conteúdos de Aplicações ou Funções surgem, alternadamente, de forma explícita e implícita desde a primeira série do 1º Grau, indicando que a Álgebra está presente desde as primeiras séries da escolaridade do ensino básico. Observamos que desde o lançamento dos Guias Curriculares de Matemática (1975), a preocupação com o ensino e aprendizagem de Álgebra já era abordado com indicação de conteúdos que se integravam à Geometria, indicando aos professores os conteúdos básicos para cada série do 1º Grau.

Consideramos que a presença da Álgebra nos Guia Curricular de Matemática de 1975 em três dos quatro temas que permeiam o 1º grau, apresentada explicitamente em algumas séries do segmento, como por exemplo, o conteúdo apresentado como cálculo algébrico, abordado explicitamente na 7ª e 8ª série do Tema II - Campos numéricos e implicitamente em outras para manutenção ou ampliação. Em seguida, o conteúdo de Álgebra é apresentado no Tema III do documento, abordando equações e inequações na

maioria das séries escolares de forma implícita, porém a partir da sexta série, esses conteúdos, são apresentados de forma mais evidente e explícita. Mas há uma inovação nesse currículo com um tema específico para relações e funções, parte importante da Álgebra que teve um destaque especial.

A simbologia que o documento apresenta para mostrar os conteúdos trabalhados com os estudantes de forma implícita ou explícita não determina até que ponto esses conteúdos implícitos são abordados ou retomados, como o próprio documento relata.

### **A proposta Curricular de Matemática (1992)**

A partir de 1985, o Estado de São Paulo inicia a publicação de novas propostas curriculares em contraposição ao Guia Curricular. A Proposta Curricular de Matemática publicada pela primeira vez em 1986, para o ensino do 1º grau, ganha nova direção e aponta para mudanças estruturais no ensino de Matemática. Para nosso trabalho será analisada a quarta versão publicada em 1992.

O nosso objetivo de análise da pesquisa se atenta para o destaque que a Proposta Curricular (1992) apresenta sobre os números, descartando análise de conteúdos de medidas e geometria como esperado para o aprendizado dos alunos, pois nosso foco de pesquisa é a busca de apontamentos de conteúdos de Álgebra nas séries finais do 1º grau.

Na sexta série surgem as orientações de conhecimentos sobre monômios e polinômios e suas operações, destacando a presença da sintaxe algébrica. As equações e inequações do 1º grau e os sistemas de equações surgem na 7ª série.

Na 7ª série os conteúdos de Álgebra são apresentados da mesma forma do que na 6ª série, em formato explícito do que os alunos precisam saber para o ano escolar que frequentam.

As equações e inequações de 1º grau com uma incógnita são as primeiras apresentadas no documento para a 7ª série. Nesse momento se propõe a abordagem direta da Álgebra em situações-problema, resolução de equações, problemas, inequações, propriedades numéricas, sistemas de duas equações de duas incógnitas e representações gráficas de uma equação com duas incógnitas e todas estas relacionadas ao primeiro grau, mas também, existe a variação de grandezas e representação gráfica dessa variação.

Diante das indicações no documento, é possível verificar a 7ª série como o ano escolar de maior índice de indicações de conteúdos de Álgebra para o trabalho do professor em sala de aula com os alunos.



Na 8ª série a Proposta destaca as equações de 2º grau e a fatoração de expressões algébricas.

Vale a pena salientar o foco muito grande na Álgebra a partir da 6ª série indicando a importância dessa parte da Matemática no processo de aprendizagem dos alunos nesse ciclo. No entanto, não apresenta indicação de dimensão da aritmética generalizada com uso de letras como generalização de modelo aritmético.

### **O currículo do estado de São Paulo – matemática e suas tecnologias (2011)**

Criado em 2007, o Programa São Paulo Faz Escola divulga que seu principal objetivo que é a concepção de um currículo único para todas as escolas de sua rede estadual de ensino, com a justificativa de que com um currículo único, todos os estudantes da rede estudariam com o mesmo material didático nas escolas e participariam de um mesmo plano de aula.

O São Paulo Faz Escola tem como foco unificar o currículo escolar para todas as mais de cinco mil escolas estaduais. O programa é responsável pela implantação do Currículo Oficial do Estado de São Paulo, formatado em documentos que constituem orientações para o trabalho do professor em sala de aula e visa garantir uma base comum de conhecimento e competências para todos os professores e alunos. (São Paulo-SEDUC/SP).

Diante da proposta de um ensino com orientação curricular única, o Estado de São Paulo promove a continuidade de seu documento curricular oficial com a divulgação e distribuição para as escolas e conhecimento do professor, o documento “Proposta Curricular do Estado de São Paulo” em 2008, orienta para: a área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias, para a Matemática e as áreas do conhecimento, para a área de Linguagens, para os Códigos e suas Tecnologias e para a área de Ciências Humanas e suas Tecnologias. A Proposta Curricular do Estado de São Paulo chegou até as escolas em um Caderno do Professor em 2008 com uma apresentação introdutória de que o material faz parte de um currículo comprometido com seu tempo e uma escola que aprende.

Com orientações para os Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, a Proposta tem como objetivo apoiar as escolas estaduais e contribuir com a melhoria da qualidade de aprendizagem dos estudantes e que para isso partirá de conhecimentos e práticas já adquiridas em análises, revisões e publicações de documentos anteriores que já fizeram parte de algum projeto ou iniciativa.

Da mesma forma, abrangendo as áreas de conhecimentos, em 2011, agora com nomenclatura de “Currículo do Estado de São Paulo”, a Secretaria de Educação do estado lança o documento, em que não mais apresenta-se como uma proposta, mas sim como o próprio título divulga, um Currículo. A nova edição do documento relata que a expectativa é de que as orientações didáticos-pedagógicas presentes possam contribuir com a efetivação da aprendizagem dos estudantes do Ensino Fundamental e Ensino Médio das escolas da rede. Segundo o documento, sua elaboração teve a participação de profissionais do ensino e possuem configurações básicas para o trabalho do professor em sala de aula com foco no avanço da qualidade de ensino dentro do, então, programa Educação – Compromisso de São Paulo<sup>42</sup>.

Nesse sentido, a presente tese apresenta a análise do documento Currículo do Estado de São Paulo – Matemática e suas Tecnologias (2011) devido sua apresentação como documento orientador dos conteúdos de cada ano/série para as escolas da rede e não mais a apresentação de uma proposta curricular. O documento é destinado ao ensino de Matemática para o Ensino Fundamental - Ciclo II e o Ensino Médio.

Nosso foco de pesquisa, no documento, se detém ao Ensino Fundamental – Ciclo II, terminologia utilizada no documento para o Ensino Fundamental de nove anos.

Com a publicação da Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006, os estudantes passam a ter a obrigatoriedade da conclusão do Ensino Fundamental com duração de nove anos, iniciando o primeiro ano com seis anos de idade e com objetivo de formação básica do cidadão. Diante da indicação da referida Lei, o Currículo do Estado de São Paulo (2011), utiliza a terminologia série/ano para cada ano escolar do Ensino Fundamental Ciclo II, iniciando sua orientação curricular para a 5ª série/6º ano.

O Currículo do Estado de São Paulo foi apresentado na rede no ano de 2011 no governo de Geraldo Alckmin e apresenta os organizadores de cada uma das disciplinas. Nos atentamos, na pesquisa, à apresentação dos idealizadores da disciplina de Matemática. A Coordenação do Desenvolvimento dos Conteúdos Programáticos e dos Cadernos dos Professores e dos estudantes ficou a cargo de Ghisleine Trigo Silveira. A concepção do documento ficou sob a responsabilidade de Guiomar Namó de Mello, Lino de Macedo, Luis Carlos de Menezes, Maria Inês Fini (Coordenadora) e Ruy Berger (em memória). Os autores da disciplina de Matemática são: Nílson José Machado, Carlos

---

<sup>42</sup> Iniciativa da Secretaria de Estado da Educação – SEDUC que propõe para a sociedade, o compromisso de tornar a educação pública do Estado de São Paulo como uma das melhores do mundo.

Eduardo de Souza Campos Granja, José Luiz Pastore Mello, Roberto Perides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Ruy César Pietropaolo e Walter Spinelli.

O documento é organizado em três grandes blocos temáticos: Números, Geometria e Relações. Utilizamos para a apresentação na presente tese, a divulgação de análise do bloco temático Números com finalidade de encontrar os conteúdos de Álgebra e indicações com orientações sobre o pensamento algébrico.

Conforme citado anteriormente, a apresentação dos dados encontrados no Currículo do Estado de São Paulo (2011) se junta as análises dos demais documentos curriculares no terceiro capítulo da presente tese em que discorremos sobre a apresentação dos conteúdos da Álgebra e do pensamento algébrico em quadros específicos.

Buscamos a seguir, apresentar a presença, em especial, das indicações da Álgebra nos conteúdos, anteriormente, citados e quais suas respectivas habilidades, pois o Currículo do Estado de São Paulo (2011) apresenta os quadros de conteúdos e habilidades para cada ano/série divididos por bimestre.

Na 5ª série/6º ano o quadro de conteúdos (Unidades Temáticas) e habilidades estão divididos por bimestres da seguinte forma:

**Quadro 1:** Conteúdos em cada bimestre da 5ª série/6º ano

1º Bimestre	2º Bimestre	3º Bimestre	4º Bimestre
Números	Números/Relações	Geometria/Relações	Números/Relações

**Fonte:** Elaboração Própria

É possível verificar que na primeira série dos Anos Finais do Ensino Fundamental, não há indícios dos conteúdos nem das habilidades da Álgebra ou do pensamento algébrico.

Diante do quadro de conteúdos para a 5ª série/6º ano, é possível verificar que alguns conteúdos e orientações dispostos no Guia Curricular de Matemática (1975) não aparecem no Currículo do Estado de São Paulo (2011). Conforme indicado anteriormente no Quadro de conteúdos do Tema 1 do Guia Curricular de Matemática de 1975, um desses conteúdos que chama a atenção está relacionado ao desenvolvimento de Relações e Propriedades das Relações: reflexivas, simétricas e transitiva e Relações de equivalência que estão presentes no documento do ano de 1975 para a 5ª série e não estão mais indicadas para a mesma série no documento curricular de 2011.

Os conteúdos citados no Guia Curricular, indicam que podem ser atribuídos a situações relacionadas aos conceitos de Álgebra, como por exemplo, quando se solicita aos estudantes relacionarem quantidades diferentes de algum objeto em alguns recipientes para que consigam relacionar as quantidades ao conceito de generalização nos resultados apontados. Essas análises estão indicadas a seguir em item específico de comparativo dos documentos curriculares da rede estadual de Ensino do Estado de São Paulo.

Seguimos com as indicações dos conteúdos de Álgebra e do pensamento algébrico no Currículo do Estado de São Paulo, agora para a 6ª série/7º ano.

Na 6ª série/7º ano o quadro de conteúdos e habilidades estão divididos da seguinte forma

**Quadro 2:** Conteúdos em cada bimestre da 6ª série/7º ano

1º Bimestre	2º Bimestre	3º Bimestre	4º Bimestre
Números	Geometria	Relações	Números

Fonte: Elaboração Própria

Diante dessa distribuição ao longo do ano letivo, a 6ª série/7º ano apresenta os conteúdos relacionados aos Números no 4º bimestre conforme quadro abaixo:

**Quadro 3:** Conteúdos de Álgebra indicados na 6ª série/7º ano do Currículo do Estado de São Paulo (2011)

	Conteúdos	Habilidades
4º Bimestre	<b>Números</b> <b>Álgebra</b> Uso de letras para representar um valor desconhecido Conceito de equação Resolução de equações Equações e problema	Compreender o uso de letras para representar valores desconhecidos, em particular, no uso de fórmulas. Saber fazer a transposição entre a linguagem corrente e a linguagem algébrica. Compreender o conceito de equação a partir da ideia de equivalência, sabendo caracterizar cada equação como uma pergunta. Saber traduzir problemas expressos na linguagem corrente em equações. Conhecer alguns procedimentos para a resolução de uma equação: equivalência e operação inversa.

Fonte: Currículo do estado de São Paulo (2011, p. 62)

Percebe-se que o 4º Bimestre do Currículo do Estado de São Paulo 2011, está inteiramente destinado aos conteúdos de Álgebra, assim como suas orientações para a identificação de habilidades referentes a essa área da Matemática.

A seguir, apresentamos o quadro de análises da 7ª série/8º ano, primeiramente com a divisão bimestral dos conteúdos.

**Quadro 4:** Conteúdos em cada bimestre da 7ª série/8º ano

1º Bimestre	2º Bimestre	3º Bimestre	4º Bimestre
Números	Números/Relações	Números/Relações	Geometria

Fonte: Elaboração Própria

Diante da distribuição bimestral com os eixos de conteúdos da Matemática, apresentamos a indicação da Álgebra e do pensamento algébrico.

**Quadro 5:** Conteúdos de Álgebra indicados na 7ª série/8º ano do Currículo do Estado de São Paulo (2011)

	Conteúdos	Habilidades
2º Bimestre	<p><b>Números/Relações</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Expressões algébricas.</li> <li>- Equivalências e transformações.</li> <li>- Produtos notáveis.</li> <li>- Fatoração algébrica.</li> </ul>	<p>Realizar operações simples com monômios e polinômios</p> <p>Relacionar as linguagens algébrica e geométrica, sabendo traduzir uma delas na outra, particularmente no caso dos produtos notáveis</p> <p>Saber atribuir significado à fatoração algébrica e como utilizá-la na resolução de equações e em outros contextos</p> <p>Compreender o significado de expressões envolvendo números naturais por meio de sua representação simbólica e de seu significado geométrico (<math>2n</math> é um número par, <math>2n + 1</math> é um número ímpar, a soma dos <math>n</math> primeiros números naturais <math>\frac{n(n+1)}{2}</math> etc.)</p>
3º Bimestre	<p><b>Números/Relações</b></p> <p>Equações</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Resolução de equações de 1º grau</li> <li>- Sistemas de equações e resolução de problemas.</li> <li>- Inequações de 1º grau.</li> </ul>	<p>Compreender situações-problema que envolvem proporcionalidade, sabendo representá-las por meio de equações ou inequações.</p> <p>Saber expressar de modo significativo a solução de equações e inequações de 1º grau.</p> <p>Saber explorar problemas simples de matemática discreta, buscando soluções inteiras de equações lineares com duas incógnitas.</p> <p>Saber resolver sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas pelos métodos da adição e da substituição, sabendo escolher de forma criteriosa o caminho mais adequado em cada situação.</p>

Fonte: Currículo do estado de São Paulo (2011, p. 64)

Na 7ª série/8º ano, encontramos de forma explícita a presença de conteúdos de Álgebra em dois bimestres – 2º e 3º, indicando o avanço nas orientações do ensino de

Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental, apresento no documento como Ensino Fundamental Ciclo II.

Os conteúdos indicados para a 7ª série/8º ano no Currículo do Estado de São Paulo (2011), indicam a manifestação de maiores conhecimentos destinados aos conteúdos de Álgebra, certamente pelo avanço de cada ano e a continuidade desses conteúdos.

Findando as indicações para a disciplina de Matemática, o Currículo do Estado de São Paulo (2011) apresenta os conteúdos e as suas respectivas habilidades para a 8ª série/9º ano. Conforme citado anteriormente, apresentamos apenas os conteúdos relacionados à Álgebra e a possível presença do pensamento algébrico.

A seguir, a divisão bimestral dos conteúdos apresentados no documento para a 8ª série/9º ano:

**Quadro 6:** Conteúdos em cada bimestre da 8ª série/9º ano

1º Bimestre	2º Bimestre	3º Bimestre	4º Bimestre
Números	Números/Relações	Geometria/Relações	Geometria/Números

Fonte: Elaboração Própria

A seguir o quadro de conteúdos e habilidades que tratam da Álgebra na referida série/ano.

**Quadro 7:** Conteúdos de Álgebra indicados na 8ª série/9º ano do Currículo do Estado de São Paulo (2011)

	Conteúdos	Habilidades
2º Bimestre	<p><b>Números/Relações</b>                      Álgebra</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Equações de 2º grau: resolução e problemas</li> <li>Funções</li> <li>- Noções básicas sobre função</li> <li>- A ideia de variação</li> <li>- Construção de tabelas e gráficos para representar funções de 1º e de 2º graus.</li> </ul>	<p>Compreender a resolução de equações de 2º grau e saber utilizá-las em contextos práticos.</p> <p>Compreender a noção de função como relação de interdependência entre grandezas.</p> <p>Saber expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções de 1º grau.</p> <p>Saber expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função de 2º grau.</p> <p>Saber construir gráficos de funções de 1º e de 2º graus por meio de tabelas e da comparação com os gráficos das funções <math>y = x</math> e <math>y = x^2</math>.</p>

Fonte: Currículo do estado de São Paulo (2011, p. 66)

No último ano de escolaridade dos Anos Finais do Ensino Fundamental, o Currículo do Estado de São Paulo (2011) apresenta apenas um bimestre com conteúdos

de Álgebra e finaliza com o segundo bimestre com a apresentação de funções do primeiro e segundo grau indicando o avanço nos conteúdos em que os estudantes vinham desenvolvendo ao longo do ciclo e fechando as orientações com a expectativa de aprendizado dos estudantes no campo da construção dos gráficos a associação com as funções de 1º e de 2º graus.

### **O currículo paulista (2019)**

Criado em 2007, o Programa São Paulo Faz Escola divulga que seu principal objetivo é a criação de um currículo único para todas as escolas de sua rede estadual de ensino, com a justificativa de que com um currículo único, todos os alunos da rede estudariam com o mesmo material didático nas escolas e participariam de um mesmo plano de aula.

O São Paulo Faz Escola tem como foco unificar o currículo escolar para todas as mais de cinco mil escolas estaduais. O programa é responsável pela implantação do Currículo Oficial do Estado de São Paulo, formatado em documentos que constituem orientações para o trabalho do professor em sala de aula e visa garantir uma base comum de conhecimento e competências para todos os professores e alunos. (São Paulo-SEDUC/SP).

Com a apresentação da BNCC em 2017, o estado de São Paulo busca a divulgação de um documento que se baseasse na BNCC e trouxesse orientações para as escolas. A expectativa, para esse documento é de que suas definições colaborem com a estruturação da Proposta Pedagógica de cada escola, priorizando práticas pedagógicas e de gestão de acordo com as aprendizagens fundamentais que se busca para todos os estudantes ao longo da educação básica.

A Unidade de Álgebra é apresentada, inicialmente, no Currículo Paulista com a indicação da BNCC:

o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (Brasil, 2017, p.268).

A Álgebra é contemplada no Ensino Fundamental, segundo o Currículo Paulista (2019), desde os Anos Iniciais, ampliando a cada ano. Apresenta que existe a necessidade de atenção para a atuação do pensamento algébrico e a capacidade dos estudantes usarem suas representações em novas situações. Relata que o aprendizado de Álgebra proporciona compreensão das propriedades de generalizações e a capacidade de realizar

abstrações, promovendo desenvolvimento cognitivos no campo do raciocínio matemático.

O Currículo Paulista indica que os Anos Finais do Ensino Fundamental são responsáveis pela retomada e aprofundamento dos conteúdos de Álgebra abordados nos Anos Iniciais, onde os estudantes passarão a entender sobre os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. O documento defende que o ensino de Álgebra deve observar que existe uma relação de natureza algébrica entre o pensamento e a linguagem e que a linguagem algébrica é a expressão do pensamento matemático.

Os conteúdos de Álgebra apresentados no Currículo Paulista (2019) estão dispostos no documento da mesma forma que estão dispostos na BNCC (2017), o documento de São Paulo não menciona que há uma adaptação ou reestruturação diante da realidade das escolas, de seus estudantes e/ou professores que atuam na rede pública estadual.

Consideramos importante, a representatividade do documento ao realizar o embasamento que a Base Nacional Comum Curricular orienta, desde suas indicações iniciais para estados e municípios construir e organizarem seus documentos curriculares, porém a BNCC indica que é necessário verificar as expectativas e realidades de aprendizagem de cada uma das redes municipais ou estaduais.

Referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares, a BNCC integra a política nacional da Educação Básica e vai contribuir para o alinhamento de outras políticas e ações, em âmbito federal, estadual e municipal, referentes à formação de professores, à avaliação, à elaboração de conteúdos educacionais e aos critérios para a oferta de infraestrutura adequada para o pleno desenvolvimento da educação. (BNCC, Brasil, 2017, p. 8).

Em setembro de 2019, a Escola de Formação e Aperfeiçoamento dos Profissionais da Educação do Estado de São Paulo – EFAPE, da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo – SEDUC, apresentou o Programa de Apoio à Implementação do Currículo Paulista para a rede estadual e municipal com objetivo de oferecer uma educação de qualidade e algumas diretrizes de formação.

A apresentação dos conteúdos de Álgebra e da presença de indicações do pensamento algébrico no Currículo Paulista seguem da mesma forma que apresentado em



cada ano escolar da BNCC (2017) com a demonstração de habilidades e objetivos de conhecimento esperados a cada ano de conclusão do estudante na escola.

Mesmo diante da indicação da BNCC (2017) que estados e municípios possuem em suas escolas e comunidades realidades diferentes e que o documento é orientador para que as secretarias estaduais e municipais realizem de forma democrática a construção de seus documentos curriculares, o Currículo Paulista (2019) organiza a descrição das Habilidades e Objetivos de Conhecimento de cada ano da mesma forma que estão apresentados na BNCC (2017).

### **Autores que tratam do estudo da álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico**

A seguir, representando a segunda etapa da pesquisa, apresentamos alguns autores que discorrem sobre a abordagem do pensamento algébrico em teses, dissertações ou artigos que justificam a pertinência da pesquisa.

Lins e Gimenez (2001) defendem que a atividade algébrica é caracterizada como o fazer ou usar álgebra e que muitas vezes é descrita apenas como uma atividade de se calcular com letras, porém esse pensamento é considerado pelos autores uma tolice, pois o entendimento da utilização da álgebra pela humanidade pode ser traçado através do desenvolvimento histórico da atividade algébrica desde os tempos dos babilônios e egípcios que datam por volta de 1700 A.C. com regras para cálculos e problemas, passando por Diofanto, aproximadamente dois mil anos depois com o significado da incógnita numa equação, seguido de 1400 anos depois com o Francês Vieta, que segundo os autores, foi o primeiro a sistematizar o uso de letras para representar valores em uma expressão algébrica, chamado de cálculo com letras.

Para os autores a introdução do uso das letras está diretamente ligado ao fato de mudanças conceituais que sinalizam claramente o desenvolvimento da atividade algébrica e correspondem a muitas implicações nos estudos dos pesquisadores em educação matemática.

Diante da busca por entendimento do processo de desenvolvimento do pensamento algébrico, os autores norte-americanos Maria L. Blanton e James J. Kaput (2005) discorrem que repensar sobre o tipo de currículo e o efeito dos resultados de desempenho escolar de ensino básico levam a um crescente reconhecimento de que o raciocínio algébrico pode simultaneamente emergir e melhorar a Matemática do ensino básico.

Os autores defendem que as práticas tradicionais de instrução curricular de escolas primárias centradas no ensino de procedimentos aritméticos, seguida de abordagem, usualmente, em grande parte processual da álgebra com base nas médias das notas dos alunos, têm sido malsucedidas em termos de aproveitamento escolar. Para os autores, a introdução do raciocínio algébrico desde os primeiros anos escolares oferece alternativas para a construção do desenvolvimento conceitual da matemática mais profunda e mais complexa nas experiências dos estudantes.

Blanton e Kaput (2005) consideram o raciocínio algébrico como um processo em que os estudantes generalizam ideias matemáticas sem um conjunto de instâncias particulares e estabelece, generalizações através de argumentações expressando cada vez mais formais e adequadas à idade. Os autores ainda apontam que dependendo do nível de maturidade, essa generalização pode ser expressa em palavras ou símbolos e pode se basear na observação dos alunos de um padrão recursivo. Os autores tratam o raciocínio algébrico com várias formas que incluem:

- (a) o uso da aritmética para expressar e formalizar generalizações; (b) generalizar padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); (c) como domínio para expressar e formalizar generalizações; e (d) generalizar sobre sistemas matemáticos abstraídos de cálculos e relações. (Blanton; Kaput 2005, p. 413)

Ao abordarem o raciocínio algébrico como os autores abordaram, entendemos que podemos levar em consideração, analogamente, ao que tratamos de pensamento algébrico para o nosso estudo, pois subsidiaram essa apresentação do raciocínio algébrico ao apresentarem padrões e generalizações como formas de observação a manifestação desse raciocínio por meio dos alunos.

Para os autores essas generalizações de padrões numéricos implicam em explorar e expressar regularidades em números com semelhança à modelação como forma de raciocínio algébrico que também envolve a generalização de regularidades.

Blanton e Kaput (2005) citam seus próprios estudos com o pensamento funcional centralizado através de um processo em que as tarefas aritméticas são transformadas em oportunidades de aprendizado e prática de generalização de padrões e relações matemáticas através da variação de um único parâmetro da tarefa proposta. Os autores defendem que a generalização não ocorre somente na individualidade dos números, mas também de maneira global na Matemática como um todo, em que os alunos podem começar a realizar comparações de forma abstrata com a utilização, por exemplo, de

comprimentos, áreas e volumes, com o objetivo de realizar quantificação com generalizações sem a necessidade da exatidão nos resultados logo de imediato.

No mesmo sentido, acreditamos que os alunos, em especial dos Anos Finais do Ensino Fundamental, podem vivenciar a generalização, até mesmo de forma abstrata em alguns momentos e proporcionar familiarização à Álgebra, porém também devemos levar em consideração o que comentam Blanton e Kaput (2005), que os professores ocupam lugar significativo nesse processo de aprendizado dos alunos, pois dependendo do grau em que os professores são capazes de desenvolver o pensamento algébrico dos alunos pode ser crucial para o sucesso do desenvolvimento desse pensamento, porém segundo os autores, os professores do ensino básico possuem pouca experiência no que se trata do raciocínio algébrico e se queremos que o alunos promovam avanço no raciocínio algébrico é preciso providenciar formas adequadas de realizar a capacitação do professor e promover mudanças nas práticas e nos documentos curriculares. Para os autores é preciso que tenhamos o entendimento sobre a prática do professor em sala de aula para proporcionar aos alunos as atividades algébricas.

Ponte, Branco e Matos (2009) abordam que o grande objetivo do ensino de Álgebra no Ensino Fundamental, tanto para os Anos Iniciais quanto para os Anos Finais é o desenvolvimento do pensamento algébrico e a capacidade dos estudantes realizarem a manipulação de símbolos, porém esse processo vai muito além desses itens. Os autores apontam algumas perspectivas para o aprendizado de álgebra:

Compreender padrões, relações e funções; Representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos; Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; Analisar a variação em diversos contextos. (Ponte; Branco; Matos. 2009 p. 10).

Os autores apresentam que o pensamento algébrico exige algumas capacidades, como: lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções que da mesma forma inclui a capacidade de fazer outras relações e estruturas matemáticas para assim, o estudante poder usá-las na interpretação e na resolução de problemas ou em outras necessidades.

Para Ponte, Branco e Matos (2009), existe uma relação muito próxima entre o pensamento algébrico e a ideia de generalização, pois permite descobertas e comprovação de propriedades com possibilidade de verificação na classificação de objetos, ou seja, não se observa apenas os objetos, mas também suas relações que fazem com que os estudantes representem e raciocinem sobre essas relações de modo geral e abstrato. Segundo os

autores, essas habilidades podem ser promovidas por meio da manipulação de regularidades em conjuntos.

Concordamos com Ponte, Branco e Matos (2009) que o pensamento algébrico não se limita apenas a ideia de trabalho com simbolismo formal, mas que aprender Álgebra envolve a capacidade de pensar algebricamente em diversas situações como a manipulação de relações, regularidades, variação e modelação e que reduzir a atividade algébrica a manipulação de símbolos é reduzir toda a riqueza e capacidade da Álgebra em apenas uma de suas diversas faces.

Diante dessa riqueza é imprescindível que o professor em sala de aula permita o livre acesso de todos os alunos a esse rol de faces da Álgebra na abordagem de suas atividades, possibilitando o diálogo do aluno com a sua própria melhor maneira de construção do pensamento algébrico e direcionamento do aprendizado, facilitando o avanço dos conteúdos da área.

Outra referência de apontamento da importância do desenvolvimento do pensamento algébrico é o National Council of Teachers of Mathematics - NCTM<sup>43</sup> de 2000 que apresenta o pensamento algébrico com relação ao estudo de estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação. O documento discorre sobre o aprendizado da Álgebra com conceitos e competências de representação de quantidades e como uma maneira de se pensar na formalização de padrões, funções e generalizações.

Discorre, também, sobre o pensamento algébrico, Débora Silva Veloso (2012) em sua dissertação de mestrado, intitulada “O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no Ensino Fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano” quando:

esperamos que o aluno que desenvolve o pensamento algébrico seja capaz de entender não só os algoritmos, mas, também, o sentido do símbolo, ou seja, desenvolva a capacidade de interpretar e usar esses símbolos nos diversos domínios da Matemática. Nesse tipo de pensamento, o estudante voltará sua atenção não só para as ‘letras’ empregadas nas expressões algébricas, mas também para as relações existentes entre elas, raciocinando e manipulando essas relações de modo geral e abstrato tanto quanto necessário. (Veloso, 2012, p. 28).

Para a autora, estudar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos que são submetidos a atividades que possibilitem esse desenvolvimento é preciso atenção não apenas para o surgimento de itens exclusivos do pensamento algébrico, mas também da

---

<sup>43</sup> NCTM – Conselho Nacional de Professores de Matemática – Importante Organização de Conferências e publicações destinadas ao Ensino de Matemática com sede em Reston, estado da Virginia nos Estados Unidos.

necessidade de analisar os procedimentos e os recursos que os alunos recorreram para investigar, por exemplo, uma sequência e como deram sentido a ela ou como compreendem um padrão e como o generalizam.

Segundo Veloso (2012) o pensamento algébrico não depende apenas de uma linguagem estritamente simbólico-formal para sua manifestação, realizando uma análise histórica da evolução da linguagem algébrica, é possível perceber que não existe apenas uma forma de se expressar o pensamento algébrico, mas que nesse pensamento inclui-se a capacidade de lidar com o cálculo algébrico e com as estruturas matemáticas, favorecendo a aplicação de conhecimentos na interpretação e resolução de problemas.

No livro “Iniciação ao estudo didático da Álgebra origens e perspectivas” Carmem Sessa (2009) realiza um estudo sobre a didática da álgebra escolar com um panorama histórico-epistemológico do ensino da álgebra até os dias atuais em que de um lado estão os professores que se formaram numa matemática “algebrizada” e creem, segundo a autora numa Álgebra com Matemática por excelência; do outro lado estão os alunos que enxergam a Álgebra como uma fonte infinita de incompreensão com a presença de constantes dificuldades no manuseio de suas operações.

Para Sessa (2009) quando pensamos em Álgebra imaginamos sua aprendizagem como “um conjunto de práticas” atrelado a problemas constituídos a partir de conceitos e propriedades que para a autora, resultam em práticas com linguagem simbólica, com leis determinadas que organizam a configuração de um conjunto de técnicas e elementos complexos como, problemas, objetos, propriedades, linguagem simbólica, leis de conversão das expressões, técnicas de resolução e outros semelhantes que configuram as características da Álgebra.

Concordamos com a autora que é por meio da prática de técnicas e procedimentos matemáticos como de generalização, de exploração, de formulação e de conjecturas sobre propriedades aritméticas que se permite a introdução de resolução algébrica dos problemas geométricos e também de demais situações correlatas na Matemática, pensamento esse, que segundo a autora, vai contra o que muitos afirmam sobre a dificuldade de trabalhar a implementação da Álgebra na escola, pois é necessário conhecimento prévio desses conceitos que os alunos ainda não adquiriram.

Sessa (2009) afirma que as dificuldades que os alunos apresentam ocorrem devido a maneira de como a álgebra é introduzida na escola e que essa maneira ocorre de forma variada e muitas vezes caracterizando o trabalho com a álgebra de forma mecânica sem significado e necessidade de compreensão. Para a autora o aluno precisa ir além da

compreensão de que as letras são para representar números ainda desconhecidos ou isolar incógnitas, mas que ao invés disso entenda que não existe apenas uma solução e sim um conjunto de soluções, no entanto, para que esse processo ocorra em sala de aula e tenha essa significância para o aluno exige-se do professor o entendimento e o trabalho diferenciado neste processo.

Ainda no mesmo sentido de introdução da Álgebra na escola, o livro de Sessa (2009) aborda a maneira como esse processo é realizado e apresenta que em muitos países a primeira impressão e contato com a álgebra é a de usar letras encarregadas de representar números ainda desconhecidos, a chamada letra como uma incógnita e que segunda a autora, resulta para os alunos a impactante impressão da Álgebra, desde seu primeiro contato, com imensas dificuldades. Defende a autora, que devido a essa complexidade é importante, o quanto antes, a introdução da Álgebra nas aulas.

O plano integral de formação algébrica de um aluno deve nutrir-se, sem dúvida, de muitas outras experiências. No caminho, devem-se encontrar novos objetos, novos problemas, e produzir novas técnicas, a serem incorporadas de maneira sistemática. (SESSA 2009, p. 107).

A concepção de álgebra e pensamento algébrico, para Gomes e Noronha (2020), não se limita apenas a manipulação de símbolos, abstrata e especificamente mental, mas sim que nas crianças o “pensar algébrico” se manifesta na utilização de meios semióticos sem necessariamente utilizar equações e incógnitas. Para os autores, o pensamento, trata-se de uma prática social, cultural e multimodal.

Gomes e Noronha (2020), apud Vergel e Rojas (2018) apresentam que historicamente a Álgebra teve diversas concepções e isso se deve principalmente pela relação da Álgebra com a Aritmética, pois há conceitos de Álgebra, por exemplo, como uma aritmética generalizada, estudo de procedimentos para a resolução de problemas, relação de quantidades e verificação de estruturas.

Concordamos com os autores que as expressões de pensamento algébrico nas aulas de Matemática dos anos finais do ensino fundamental, por exemplo, não se detêm apenas ao formalismo de manifestação de conhecimento das fórmulas da Álgebra ou as incógnitas nas equações, mas podem ser reconhecidas pelos professores quando os alunos expressam o pensamento algébrico nas narrativas no momento de realização de atividades que envolvem o trabalho com a Álgebra, como por exemplo, ao questionar os alunos de que forma pensaram e quais caminhos escolheram para determinar tal solução da atividade proposta, ou seja, que a oportunidade de relatos do como se construiu o

pensamento de solução seja proporcionada ao aluno logo quando determina seu manuseio com esse tipo de atividade. É possível que o professor possa conhecer ainda mais da presença do pensamento algébrico do aluno quando ele realiza esses relatos ao construir a solução de uma atividade do que apenas a correção na resolução dessa atividade em seu caderno ou na folha de solução após todos os alunos terminarem.

### **Considerações Finais**

As dificuldades que se apresentam no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra e quando seus conceitos devem ser inseridos nas aulas de Matemática para a ativação do pensamento algébrico, são questões constantemente abordadas por professores e/ou pesquisadores em teses, dissertações, artigos, capítulos e livros que colaboram cada vez mais para o entendimento desse conteúdo. O nosso trabalho segue essa proposta, com objetivo de proporcionar interpretação sobre o ensino de álgebra e o trabalho com o pensamento algébrico em sala de aula, em especial, nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Não é muito difícil observar nas escolas que os alunos apresentam algum tipo de dificuldade em algumas áreas da Matemática e se for possível buscar as causas raízes dessas dificuldades, certamente, a maioria delas estarão enquadradas em muitos conceitos da Álgebra que podem se manifestar desde a dificuldade de entendimento do significado de uma letra numa equação, por exemplo, até a resolução de problemas que envolvem simbologia exigindo maiores habilidades.

Portanto, torna-se cada vez mais importante conhecer como os alunos estão constituindo seus conhecimentos em torno dos conceitos de Álgebra e como estes estão sendo apresentados nos currículos acompanhados pelas escolas, assim como, o alcance e dimensionamento que os professores possuem sobre o pensamento algébrico dos alunos quando trabalham a Álgebra em sala de aula, favorecendo cada vez mais cedo o conhecimento dos estudantes em relação a esse conteúdo, permitindo conexão de entendimento entre a Álgebra e os demais conteúdos Matemáticos. Os estudos analisados deixam claro que o processo de ensino aprendizagem de Álgebra com a percepção da manifestação do pensamento algébrico vai muito além do manuseio de símbolos e letras em expressões, equações ou inequações nas salas de aula do Ensino Fundamental.

Diante dos estudos, observamos que as expressões de pensamento algébrico nas aulas de Matemática, não se detêm apenas ao formalismo de manifestação de conhecimento das fórmulas da Álgebra ou incógnitas presentes nas equações, mas podem ser reconhecidas pelos professores quando os alunos expressam o pensamento algébrico

nas narrativas no momento de realização de atividades que envolvem o trabalho com a Álgebra, como por exemplo, ao questionar os estudantes de que forma pensaram e quais caminhos escolheram para determinar tal solução da atividade proposta, ou seja, que a oportunidade de relatos de como se construiu o pensamento ou a estratégia de solução, seja proporcionada ao estudante logo quando entra em contato com esse tipo de atividade. É possível verificar na análise dos documentos curriculares citados que houve preocupação com o avanço da presença do pensamento algébrico nos conteúdos de Álgebra, no entanto, ainda falta orientações que se remetem ao entendimento do professor diante da manifestação do pensamento algébrico do estudante e dimensão de aprendizado da Álgebra através deste.

Consideramos eficaz que a apresentação dos conteúdos de Álgebra nos currículos contemple a abordagem do pensamento algébrico em sala de aula, pois é uma realidade quando os alunos estão em contato com conteúdos e atividades da Álgebra e precisam de atenção e percepção de aprendizagem por parte dos professores ao acompanharem o currículo e planejamento de suas aulas. Destacamos ainda, a importância de currículos que acompanhem o processo de evolução de aprendizagem dos alunos, não somente como uma continuidade do que foi aprendido em anos anteriores, mas também como ferramenta eficiente de conexão de aprendizagem ao se depararem com conteúdos da Matemática para os anos seguintes.

Observamos que a apresentação dos objetivos de conhecimento e habilidades do Currículo Paulista (2019) são os mesmos apresentados na BNCC (2019) e não destacam os motivos dessa igualdade no documento, mesmo diante da orientação da BNCC para que as secretarias estaduais e municipais de educação construam seus currículos atendendo suas realidades educacionais, assim como, suas necessidades das comunidades escolares. Entendemos que o momento de construção ou replanejamento dos conteúdos e orientações de um currículo, deve refletir sobre a participação dos envolvidos no processo de aprendizagem das escolas (gestores, professores, alunos, funcionários e comunidade em geral), pois estão diariamente em contato com as necessidades educacionais dos estudantes, não apenas nos conteúdos de Álgebra, mas sim em todas as áreas de conhecimento para a formação dos estudantes.



## Referências Bibliográficas

- BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.
- BRASIL. **Lei nº 5.692**. Fixa diretrizes e bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF. 1971. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1970-1979/lei-5692-11-agosto-1971-357752-publicacaooriginal-1-pl.html> . Acesso em: 17 de mai. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF, MEC/SEF, 1998.
- CELLARD, A. A análise documental. In: POUPART, J. et al. **A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos**. Petrópolis, Vozes, 2008.
- FIORENTINI, D., MIORIM, M. A., MIGUEL, A. (1993). Contribuições para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições**, v. 4, pp. 78 – 91.
- GOMES, L. P. S.; NORONHA, C. A. Caracterização do pensamento algébrico na perspectiva da teoria da objetivação. In: GOBARA, S. T.; RADFORD, L (Org.). **Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2020. p. 135 - 151.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. 4. ed. Campinas: Papirus, 2001.
- LIMA, J. R. C.; BIANCHINI, B. L. A álgebra e o pensamento algébrico na proposta de Base Nacional Curricular Comum para os anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 6, p. 197-208, 2017. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/32595>>. Acesso em: 12 de jun. 2021.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC, 2009.
- SACRISTÁN, J. G. **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. 3.ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. P. B. **Metodologia de pesquisa**. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.
- SÃO PAULO (Estado). **Guias Curriculares do Estado de São Paulo Propostos para as Matérias do Núcleo Comum do ensino do 1º Grau - Matemática**. São Paulo. 1975.
- SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. **Currículo Paulista**. SEDUC/Undime SP. São Paulo: SEDUC/SP, 2019.
- SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 1º Grau**. 4 ed. São Paulo: SE/CENP. 1992.
- SESSA, C. **Iniciação ao estudo didático da álgebra: origens e perspectivas**, São Paulo. Edições SM, 2009.
- VELOSO, D. S.. O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica: análise de registros escritos de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental à luz da teoria de Radford. In: **III Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática**, 2014, Lavras. III SELEM, 2014.

VERGEL, R.; ROJAS, P. J. **Álgebra escolar y pensamiento algebraico**: aportes para el trabajo en el aula. Bogotá. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. 2018.

YOUNG, M. Teoria do currículo: o que é e por que é importante. **Cadernos de Pesquisa**, v.44, n.151, p.190-202, jan./mar., 2014.

**PARTE III**  
*Formação Docente*

## Capítulo 13

### **Residência pedagógica no curso de licenciatura em Matemática do campus II da UNEB: uma reflexão sobre a prática pedagógica no formato remoto**

*Renata Batista de Oliveira Melo*  
Licenciatura em Matemática – UNEB

*Shayane Santana Valentim*  
Licenciatura em Matemática – UNEB

*Maria Eliana Santana da Cruz Silva*  
Universidade do Estado da Bahia

#### **Introdução**

O Programa de Residência Pedagógica (PRP), promovido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), visa, entre outras ações, fortalecer a relação entre a universidade e a Educação Básica, aproximando os futuros profissionais de seu ambiente de atuação, de modo a desenvolver suas habilidades e aprimorar seus conhecimentos através da imersão do(a) licenciando(a) no ambiente escolar.

Habitualmente o programa desenvolve-se de forma presencial, distribuídos em atividades desenvolvidas na universidade, na escola participante e, caso possível, em eventos voltados para o segmento educacional. Porém, apesar de inicialmente o PRP do Edital 01/2020 da Capes ter sido planejado considerando o usual formato presencial, devido à pandemia de Coronavírus que trouxe a necessidade do distanciamento social e, conseqüentemente, no âmbito da educação, o formato de ensino remoto, se fez necessária a adaptação do planejamento do projeto, para viabilizar o seu desenvolvimento, de forma remota, por intermédio de recursos tecnológicos.

Desse modo, o que me levou a desenvolver uma pesquisa voltada ao tema foi a vivência do processo de ensino e aprendizagem em um ambiente até então desconhecido para os atores desse programa, que exigia diferentes métodos e técnicas para adaptar os objetivos do projeto ao novo formato, e a relevância dessa vivência na formação dos futuros professores.

Como residente do projeto, através de encontros formativos, conselhos de classe e demais reuniões, percebi que muito se discutiu sobre a necessidade de estabelecer métodos eficazes para mediar a construção de conhecimento dos alunos da Educação Básica, considerando o formato de ensino remoto.

O propósito era cumprir com os objetivos pré-estabelecidos para cada aula durante o planejamento que era realizado considerando-se as competências e habilidades previstas na Base Nacional Curricular Comum (BNCC), de modo que os integrantes do núcleo de residência estudaram e desenvolveram com base nesses objetivos práticas pedagógicas a serem desenvolvidas, considerando-se, além dos objetivos, as necessidades dos estudantes e as adaptações ao formato utilizado na tentativa de facilitar o processo de construção do conhecimento e de se anteciparem as possíveis dificuldades apresentadas pelos estudantes, bem como as limitações de acesso à comunicação apresentadas pela maioria. Daí suscita então a indagação: como foram desenvolvidas essas práticas pelos residentes?

Nesse sentido, tem-se como objetivo geral desta pesquisa: Mostrar, com base em experiências vivenciadas pelos residentes do curso de Licenciatura em Matemática do Campus II da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), como foram desenvolvidas as práticas pedagógicas do Projeto Residência Pedagógica, durante a pandemia, no formato remoto. Desse modo, para atender a esse propósito, delineamos os seguintes objetivos específicos: conhecer a visão dos residentes quanto ao seu desempenho no Programa Residência Pedagógica (PRP), considerando o formato remoto; elencar os possíveis ganhos e dificuldades citados pelos residentes e; relatar as práticas pedagógicas desenvolvidas pelos residentes durante o projeto no formato remoto.

### **Fundamentação Teórica**

O Programa Residência Pedagógica, é uma iniciativa da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), criado no ano de 2018, que proporciona uma parceria entre as Instituições de Ensino Superior (IES) contempladas e as escolas públicas da Educação Básica aprovadas mediante seleção. Segundo o seu primeiro edital – Edital CAPES nº 06/2018 –, o programa tem como objetivos aperfeiçoar a formação docente por meio do fortalecimento do campo da prática por meio do exercício da relação entre teoria e prática, bem como a realização de análises relacionadas a esse processo.

O núcleo de residentes do projeto é composto por discentes regularmente matriculados nos cursos de licenciatura e pedagogia a partir do 5º período e que tenham cursado, no mínimo, 50% do curso. O núcleo do projeto por Instituições de Ensino Superior (IES) também inclui coordenação institucional na pessoa de um professor do curso de Ensino Superior e professores da Educação Básica que atuarão como docentes orientadores.

A carga horária total do projeto é de 414 horas de atividades desenvolvidas em ambientação na escola, imersão que inclui regência, planejamento e, no mínimo, uma intervenção pedagógica, além da elaboração do relatório final. A concessão de bolsas pelo programa tem duração máxima de 18 meses, ressaltando que cada coordenador deve submeter a CAPES um subprojeto institucional que, entre outros elementos, conta com objetivos, relação de escolas-campo e informações dos residentes.

Assim com vistas a contribuir para a formação do seu quadro discente, a Universidade do Estado da Bahia (UNEB), atendendo ao Edital CAPES nº 06/2018, realizou a inscrição no Programa Residência Pedagógica (PRP), tornando-se uma das instituições selecionadas para desenvolver o programa em parceria com escolas públicas da Educação Básica.

Mais especificamente no Campus II, em Alagoinhas Bahia, o primeiro edital do projeto contou com a participação de três cursos de licenciaturas: em Ciências Biológicas, em História e em Letras/Língua Portuguesa. Como podemos observar, o curso de Licenciatura em Matemática não participou do primeiro edital do programa Residência Pedagógica, já no ano de 2020, com o segundo edital do programa previsto no Edital CAPES nº 01/2020, no Campus II da UNEB, foram desenvolvidos 4 subprojetos, dentre eles um do curso de Matemática intitulado “A pesquisa da prática nos processos formativos de ensino e aprendizagem de ser professor: vivências no curso de licenciatura de matemática” foi desenvolvido no período de 2020 a 2022.

Considerando que um dos objetivos do projeto é fortalecer a relação entre a Instituição de Ensino Superior e as escolas, todos os núcleos realizam uma seleção para definir a escola da rede pública que irá compor essa parceria. No caso do nosso núcleo, as escolas selecionadas foram o Colégio Modelo Luiz Eduardo Magalhães, localizado na Avenida Luiz Viana, s/nº, Centro, Alagoinhas-Bahia, CEP 48.005-420, que oferta o Ensino Médio, e a Escola Estadual Luiz Navarro de Brito, localizada na Rua Treze de Junho, s/n, Centro, Alagoinhas-Bahia, que atende ao Ensino Fundamental II, Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Quanto aos integrantes do núcleo, contamos com duas coordenadoras, ambas professoras da Universidade do Estado da Bahia. No que se refere às professoras das escolas que atuaram como preceptoras e foram aprovadas mediante seleção, participaram: duas integrantes do Colégio Modelo e uma pertencente ao quadro docente da Escola Estadual Luiz Navarro de Brito. Contamos ainda com vinte e quatro residentes bolsistas, subdivididos em três grupos, com oito residentes cada, estando cada subgrupo sob a responsabilidade de uma das preceptoras.

No decorrer do desenvolvimento do projeto realizamos diversas atividades, a fim de atender aos objetivos previstos no edital, de acordo com cada etapa do processo, a saber: encontros formativos para preparação dos residentes, leituras de textos, reflexões e discussões sobre temas relevantes para o contexto educacional, planejamento, socialização, construção de materiais, participação em eventos, oficinas, entre outros.

O projeto propõe, em seus objetivos, o desenvolvimento acadêmico, pedagógico e científico dos residentes, por meio das atividades desenvolvidas e da vivência no ambiente escolar. Nesse edital do projeto, apesar de o planejamento inicial ter sido realizado visando a uma atuação presencial, foi necessária uma adaptação nos objetivos e nas ações, em virtude do cenário de pandemia do Coronavírus, à época, quando foi preciso atender às necessidades e imposições desse contexto.

Segundo a Organização Pan-americana de Saúde (OPAS), a COVID-19, causada pelo Coronavírus SARS-COV-2 (Coronavírus Disease, 2019), é uma doença infecciosa que apresenta, entre seus sintomas, febre, cansaço, tosse seca, perda de paladar ou olfato e dificuldades respiratórias. Devido a uma nova cepa desse vírus, que até então não havia sido identificada, em 2020 foi decretado estado de pandemia, conforme relato de Médici, Tatto e Leão (2020):

A Organização Mundial da Saúde (OMS), por meio do Diretor-Geral Tedros Adhanom Ghebreyesus, em entrevista coletiva em Genebra na Suíça, no dia 09 de março de 2020, declara que a COVID-19 é uma doença infecciosa causada por esse novo vírus, que se espalha entre humanos, principalmente por meio de gotículas produzidas quando uma pessoa infectada fala, tosse ou espirra. Dois dias depois, a OMS anuncia que a COVID-19 se configura em pandemia, devido aos mais de 118 mil infectados, em 114 nações naquela ocasião, sendo que 4.291 pessoas já haviam morrido pela doença. (Médici; Tatto; Leão, 2020, P. 136).

A disseminação e conseqüente contaminação do vírus pelo contato com infectados, acarretou em um crescente número de óbitos, o que impactou diretamente o sistema de saúde, principalmente na rede pública, que não estava preparada para atender à demanda

do momento. Logo surgiu a preocupação geral quanto ao colapso do sistema de saúde, por não comportar leitos, suportes de ventilação, profissionais de saúde e demais meios necessários para o atendimento a um número cada vez maior de doentes, principalmente aqueles com quadro mais grave, os chamados grupos de risco, intensificando-se, portanto, as medidas de prevenção à doença.

A principal medida adotada foi o distanciamento social, como uma forma de reduzir a contaminação pela doença, conforme apontado por Silva *et al.* (2020) em artigo publicado no *Caderno de Saúde Pública*:

Dentre essas intervenções, em nível populacional, há as medidas de distanciamento social, cujo termo se refere a esforços que visam a diminuir ou interromper a cadeia de transmissão da doença pelo distanciamento físico entre indivíduos que possam estar infectados e os saudáveis, além de proteger aqueles indivíduos em risco de desenvolver a forma grave da doença. (Silva *et al.*, 2020, p. 2)

Para atender aos protocolos de prevenção à Covid-19 foram proibidos eventos que ocasionassem a aglomeração de pessoas, e todas as demais atividades consideradas não essenciais passaram a ser desenvolvidas, em sua maioria, no formato remoto. Ou seja, exceto nos serviços da área de saúde e alimentação, as demais atividades ocorreram de forma domiciliar, uma estratégia viável para evitar o contato entre as pessoas.

Tivemos que nos adaptar a uma nova forma de viver e conviver em sociedade, com a presença cada vez mais frequente dos recursos tecnológicos, principalmente os meios de comunicação on-line. O contato com amigos, familiares e colegas de trabalho se efetivava por meio de ligações, chamadas de vídeos, e a troca de mensagens a distância tornou-se hábito em quase todos os segmentos, incluindo as atividades relacionadas à educação.

Diante desse novo panorama, estava posto o desafio a professores, estudantes, coordenadores e todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Foi necessária e urgente a adaptação às mudanças, sendo preciso desenvolver as ações educativas com base nas novas regras sociais, agora sem o quadro, sem o giz, sem as carteiras, sem poder estar no “chão da escola”, a sala de aula, como todos conhecemos.

Com o evento do ensino remoto, surgiram diversos questionamentos sobre os rumos do processo de ensino-aprendizagem nas escolas, sendo que uma dessas inquietações é de interesse do presente estudo, qual seja: Como as práticas pedagógicas foram desenvolvidas, considerando o novo ambiente de interação entre professores e



alunos? Para buscar respostas a essa pergunta, é antes necessário compreender o que são essas práticas pedagógicas.

É comum que as pessoas confundam o conceito de prática pedagógica com o de prática docente. Fato é que a prática pedagógica trata-se de um conceito mais amplo e específico, que se difere da prática docente sobretudo pela sua intencionalidade.

Nesse sentido, Franco (2016) traz contribuições acerca do conceito de prática pedagógica e aponta elementos essenciais para que um encontro educativo se torne uma prática pedagógica:

Assim, uma aula ou um encontro educativo tornar-se-á uma prática pedagógica quando se organizar em torno de intencionalidades, bem como na construção de práticas que conferem sentido às intencionalidades. Será prática pedagógica quando incorporar a reflexão contínua e coletiva, de forma a assegurar que a intencionalidade proposta é disponibilizada a todos; será pedagógica à medida que buscar a construção de práticas que garantam que os encaminhamentos propostos pelas intencionalidades possam ser realizados. Nesse aspecto, uma prática pedagógica, em seu sentido de práxis, configura-se sempre como uma ação consciente e participativa, que emerge da multidimensionalidade que cerca o ato educativo. (Franco, 2016, p. 536)

Com base na definição dada por Franco (2016), a prática pedagógica ocorre quando a prática docente é realizada de forma reflexiva, consciente, participativa e intencional, cabendo destacar que o aluno, nesse caso, não é visto apenas como um mero receptor passivo. Ao contrário, nesse processo, professor e aluno trabalham em cooperação, de modo que o professor será mediador na construção do conhecimento dos alunos, ao passo que também aprende com ele, a partir da sua participação na atividade, analisando o efeito de suas ações e as contribuições dos estudantes.

Como visto, nem sempre a prática docente desenvolvida pelo professor terá uma configuração de cunho pedagógico, conforme reafirma Franco (2015):

O professor, no exercício de sua prática docente, pode ou não se exercitar pedagogicamente. Ou seja, sua prática docente, para se transformar em prática pedagógica, requer, pelo menos, dois movimentos: o da reflexão crítica de sua prática e o da consciência das intencionalidades que presidem suas práticas. (Franco, 2015, p. 605)

Isso significa dizer que, além de estabelecer um nível de consciência em sua prática, é necessário que o docente realize constantemente reflexões e análises voltadas à sua prática e reflita sobre a sua intencionalidade, principalmente considerando se suas práticas foram ou não suficientes para alcançar seus objetivos. Corroborando o pensamento de Franco (2015), Nadal (2016) pontua o seguinte: “[...] compreendemos que

a prática pedagógica é aquela que se movimenta reflexivamente frente à dialética que marca a relação teórico-prática no processo educativo buscando direcioná-la a uma dada intencionalidade”. (Nadal, 2016, p. 9).

Diante desses pressupostos, para o desenvolvimento da pesquisa, adotaremos como conceito de prática pedagógica, com base nos conceitos apresentados por Nadal (2016), Franco (2015) e Souza (2015), as ações desenvolvidas no contexto educacional de forma crítica e consciente, e sempre com base na intencionalidade, ou seja, levando em conta os objetivos previstos pelo próprio educador.

Conforme já citamos, a pandemia de COVID 19 trouxe entre outras coisas a necessidade do desenvolvimento das atividades educacionais através do formato de Ensino Emergencial remoto, essa mudança gerou a necessidade de adaptação, de modo que os professores se reinventaram em suas metodologias e práticas pedagógicas, antes realizadas presencialmente, mas a final, o que seria então essa modalidade de ensino?

A Coordenadoria de Integração de Políticas de Educação a Distância (CIPEAD) define Ensino Remoto Emergencial como sendo “[...] o contrário das experiências planejadas desde o início e projetadas para serem on-line (educação a distância). O ensino remoto emergencial (ERE) é uma mudança curricular temporária e alternativa devido a circunstâncias de crise” (CIPEAD, 2020).

Corroborando a descrição desse conceito, Saviani (2020, p.5 *apud* Lacerda, 2021) traz a seguinte definição para o “ensino remoto”:

Essa expressão ‘ensino remoto’ vem sendo usada como alternativa à Educação a Distância, pois a EaD já tem existência regulamentada coexistindo com a educação presencial como uma modalidade distinta oferecida regularmente. Então, o ‘ensino remoto’ é posto como um substituto do ensino presencial excepcionalmente nesse período da pandemia em que a educação presencial se encontra interdita. (De Lacerda, 202, p.161)

Nessa perspectiva, com base nos conceitos elencados pelos autores, o Ensino Remoto é diferente da modalidade de Educação a Distância (EAD), apesar de apresentar semelhanças, como, por exemplo, o auxílio de recursos tecnológicos. A Educação a Distância é uma prática com regulamentação e especificações próprias que foram planejadas desde o início para se desenvolver de forma on-line. Já o ensino remoto foi a alternativa utilizada emergencialmente para substituir, de forma temporária, as atividades de ensino presencial durante o período de pandemia. Apesar de não ter como prever a duração dessa medida, à época, vale destacar que esta sempre foi vista como temporária,

com retorno à modalidade presencial, tão logo a problemática da pandemia fosse controlada.

Consequentemente, professores, alunos e pais tiveram que se adaptar à nova realidade, ajustando suas práticas de ensino e de estudo, respectivamente, para contribuir com a segurança e com a prevenção diante do vírus.

Diante deste ineditismo foi necessária uma reorganização na prática pedagógica em vários aspectos, a exemplo de ministrar aulas, elaborar atividades, promover interações entre professores e estudantes e buscando sempre as melhores estratégias para o processo de ensino-aprendizagem. (Coqueiro; Sousa, 2021 *apud* Sousa, 2021, p.5)

Assim, os professores aumentaram os esforços para encontrar a melhor forma de motivar os alunos a participarem desse novo momento pedagógico, para desta forma poderem mediar a construção dos conhecimentos.

Os educadores precisaram ser criativos para abordar os conteúdos e planejar atividades, de modo que conseguissem alcançar seus objetivos e transpor os desafios impostos pelo novo modelo de ensinar, adaptando as práticas convencionais ao novo contexto de sala de aula, como traz Papin (2021):

As circunstâncias da pandemia do novo Coronavírus determina a muitos professores a necessidade de rever a maneira de abordar a pedagogia. Consequentemente, essa parcela de atores, uma particularidade da estrutura educacional nacional, busca alternativas com potencial de remodelar as abordagens educacionais tradicionais, incorporando ao seu repertório a possibilidade do ensino online ou uma forma mista de ensino, copresencial e a distância, com efeito positivo na aprendizagem dos alunos (Papin, 2021, p. 216).

De acordo com o relato desse autor, os professores necessitaram rever sua abordagem, o que não foi fácil, principalmente se considerarmos o contexto das escolas da rede pública de educação, com seus recursos limitados, sem que fossem disponibilizados aos docentes e aos alunos o suporte necessário ao desenvolvimento das aulas virtuais, como defende Freitas (2020):

Por outro lado, a pandemia revelou as deficiências das variadas instituições de ensino, entre elas o uso de recursos tecnológicos. Se por um lado podemos perceber que há a falta desses recursos tecnológicos em muitas instituições de ensino, por outro lado a presença deles contrasta com a falta de capacitação para utilizá-los. (Freitas, 2020. p.4)

Fica evidente que um aspecto importante a ser considerado é a desigualdade social, visto que, principalmente nas escolas públicas, tanto professores quanto alunos demonstraram dificuldade com o desenvolvimento das aulas, por conta da limitação quanto ao uso de recursos tecnológicos. “Todavia, é preciso observar um aspecto

relevante, que é a desigualdade social, fundamentalmente nas escolas públicas, nas quais grande parte dos estudantes não possui acesso às ferramentas tecnológicas como computador, notebook, tablet, celular, nem mesmo à internet” (Arruda, 2020 *apud* Schwanz, 2020), sendo que essa barreira não se refere apenas aos recursos, pois não basta possuí-los, é preciso também saber como manuseá-los. Ademais, outro ponto a se considerar é o contraste das distintas realidades dos alunos, inclusive da mesma sala de aula, fazendo com que o professor tivesse que trabalhar com suas especificidades, considerando basicamente a divisão entre os alunos que possuíam e os que não possuíam acesso à internet.

### **Percurso Metodológico**

A presente pesquisa é de natureza qualitativa, tendo em vista que traz como objetivo mostrar, com base em experiências vivenciadas pelos residentes do curso de Licenciatura em Matemática do Campus II da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), como foram desenvolvidas as práticas pedagógicas do Programa Residência Pedagógica, no período da pandemia, no formato remoto. Esse tipo de pesquisa consiste nas “descrições detalhadas de situações, eventos, pessoas, interações condutas, observadas e suas manifestações” (Sampieri; Collado; Lucio, 2013, p. 34). Para realizar esse trabalho, o pesquisador qualitativo irá utilizar técnicas para a coleta de dados, conforme descrevem Sampieri, Collado e Lucio (2013):

[...] o pesquisador qualitativo utiliza técnicas para a coleta de dados, como a observação não estruturada, entrevistas abertas, revisão de documentos, discussão em grupo, avaliação de experiências pessoais, registros de vida, e interação e introspecção com grupos ou comunidades. (Sampieri; Collado; Lucio, 2013, p. 34)

Esses dados darão base à análise e construção dos resultados observados pelo pesquisador. No caso do presente estudo, as análises foram realizadas com base nos dados coletados por meio de questionários aplicados aos residentes integrantes do núcleo alocado no Colégio Modelo Luiz Eduardo Magalhães, na cidade de Alagoinhas-Bahia.

Ainda considerando os objetivos da pesquisa, em descrever as práticas pedagógicas desenvolvidas durante o projeto, bem como apresentar as impressões dos residentes quanto ao desenvolvimento do programa, a pesquisa caracteriza-se também como descritiva, assim definida por Gil (2002, p.42): “As pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis”.

Limitamos nossa análise aos participantes que atuaram no Colégio Modelo Luiz Eduardo Magalhães. Dentro desse subgrupo usamos como critério de seleção os que primeiro atenderam à solicitação, alcançando um quantitativo de 8 residentes, que se configuram em ½ dos residentes da escola campo e 1/3 do total de residentes do núcleo.

### **Procedimento de coleta e análise de dados**

Para realizar a coleta de dados foi utilizado um questionário aberto, cuja modalidade foi escolhida considerando-se as características da pesquisa, pois “um questionário aberto é constituído por perguntas abertas, cujas respostas são construídas e escritas pelo próprio respondente” (Santos; Henriques, 2021). A escolha por esse instrumento de pesquisa se deu em virtude de possibilitar aos participantes da pesquisa mais liberdade em construir suas respostas diante das questões apresentadas, também considerando que o questionário fechado limitaria os residentes à seleção de resoluções já propostas pelo pesquisador.

Após a coleta, o próximo passo é a análise dos dados coletados por meio do questionário, com o aporte teórico de Bardin (2015), que assim define a Análise de Conteúdo:

[...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 2015, p. 42).

Nesse contexto, no intuito de fundamentar nossa análise e determinar as técnicas utilizadas, baseamo-nos na perspectiva apontada por Bardin (2015), para a análise de conteúdo de questionários qualitativos. De acordo com esse prisma, a análise foi subdividida em seis etapas, iniciando-se com a leitura flutuante, na qual o pesquisador inicia a leitura do material e, a partir dela, passa a conhecer o texto. Devido às questões de ética da pesquisa, não utilizamos os nomes dos participantes, sendo, portanto, apresentados nomes fictícios com numeração para os participantes da pesquisa. Assim, considerando que todos eram residentes, foram representados pela letra “R”, seguida por um número de ordem, como, por exemplo, R1, R2... etc.

Em seguida partimos para a segunda etapa, que consiste na identificação das unidades de contexto. Conforme explica Rodrigues (2019), as unidades de contexto são “excertos”, ou seja, fragmentos ou trechos das respostas dos participantes considerados significativos para o pesquisador. A terceira etapa refere-se à configuração das unidades de registro, definidas por Bardin (2015, p. 104 apud Rodrigues, 2019), como “a unidade

de significação a codificar e corresponde ao segmento de conteúdo a considerar como unidade base, visando à categorização". Com base na autora, as unidades de registro serão a base para a construção de categorias que irão conduzir o pesquisador ao ponto central dos recortes da categoria anterior.

Na quarta etapa, determinamos os Eixos Temáticos (ET) da análise. “Os ET reúnem um grupo de Unidades de registro que possuem similaridades e confluências entre si”, sendo a fase em que foram identificadas as relações das unidades de registro, e assim articulados os eixos temáticos. Na sequência, realizamos um processo de síntese dos dados, configurando a quinta etapa proposta por Bardin (2015), que se refere às categorias de análise. Nesse sentido, Rodrigues (2019) apresenta as categorias de análise como sendo a organização em conjuntos estabelecidos quanto às características, categorizando as informações com base nos elementos comuns.

A sexta e última etapa do processo corresponde à interpretação das categorias de análise, técnica pela qual o pesquisador estabelece uma relação entre as categorias de análise, seus objetivos e sua fundamentação teórica, trazendo suas percepções e uma interação dos autores utilizados como referencial e da visão dos participantes da pesquisa.

### **Narrativas e análise das práticas pedagógicas**

Após analisar as respostas dos oito participantes da pesquisa, conseguimos cuidadosamente construir cinco categorias de análise: a “Impressões sobre a modalidade de ensino remoto, bem como seus impactos na educação escolar”, “Os principais desafios identificados pelos residentes quanto à modalidade de ensino remoto”, “Um olhar sobre as práticas pedagógicas desenvolvidas pelos residentes”, “Reação dos estudantes às práticas pedagógicas desenvolvidas pelos residentes” e “expectativas e percepções dos residentes quanto à sua atuação no programa”.

Como foi descrito realizamos uma pesquisa que contou com cinco categorias de análise, mas no presente trabalho iremos nos ater a terceira categoria intitulada “Um olhar sobre as práticas pedagógicas desenvolvidas pelos residentes”, na qual foram descritas as práticas pedagógicas desenvolvidas, e esclarecidas se foram ou não pensadas considerando sua intencionalidade, bem como foram elencados os recursos tecnológicos utilizados para o seu desenvolvimento.

Como descrito por Souza e Nunes (2021) e Papin (2021), a modalidade de ensino remoto trouxe, entre outras demandas, a necessidade da adaptação das práticas pedagógicas desenvolvidas pelos professores. Assim, os residentes do PRP também

tiveram que adaptar suas práticas às necessidades do cenário. Apresentamos, aqui, quais foram e como foram desenvolvidas as práticas pedagógicas dos participantes durante o projeto, segundo seus relatos em resposta ao questionário.

Primeiro, é importante destacar os recursos utilizados pelos participantes durante o projeto como um todo, inclusive no desenvolvimento de suas práticas em sala de aula. Com base nas análises percebemos que foram utilizados, principalmente, celular, computador ou notebook, impressoras, plataformas digitais como Google Forms, Google Classroom, WhatsApp, Google Meet, Youtube e mesa digitalizadora. A exemplo veremos as contribuições dos participantes R1, R6 e R5:

“Notebook e celular.” (Participante R1, 2023).

“Google Classroom, WhatsApp, Google Meet, Microsoft Teams.” (Participante R6, 2023).

“Computador, mesa digitalizadora e impressora” (Participante R5, 2023).

Quanto às práticas em si, identificamos algumas das que foram mencionadas pelos residentes, com base na análise das respostas ao questionário. Dentre elas está o desenvolvimento de oficinas, correções comentadas, mapas mentais, gravações de conteúdo e atividades lúdicas. A seguir trazemos uma abordagem mais detalhada de cada uma delas, com recortes das falas dos residentes que deram subsídios ao trabalho das análises.

As oficinas descritas foram previamente planejadas em grupos e realizadas por meio da plataforma Google Meet, com objetivo pré-estabelecido de revisar conteúdo já visto nas séries anteriores, trabalhando com conceitos e propriedades, de forma dinâmica, visando proporcionar interação entre os participantes, para assim aprimorar o conhecimento dos residentes acerca do conteúdo, conforme veremos nos relatos dos participantes R1, R6, R7:

“Oficina do tangram, que foi realizada através do Google Meet [...]” (Participante R1, 2023).

“[...] A oficina teve como objetivo revisar o conteúdo de Potenciação, apresentando o conceito e as propriedades de forma dinâmica, a fim de contribuir para um ensino participativo aluno – professor – residente, proporcionando uma melhor interação entre os sujeitos, assim como, aprimorar o conhecimento referente ao conteúdo”. (Participante R6, 2023).

“Oficina sobre potenciação: fizemos a escolha do tema e então o planejamento em grupo [...]”. (Participante R7, 2023).

Antes de mencionar a correção das atividades, vale lembrar que, conforme apresentado por Schwanz (2020) e visto no decorrer da leitura das respostas dos

participantes, nem todos os alunos tinham acesso à internet e aos recursos. Por conta dessa lacuna, participavam das atividades apenas de forma assíncrona, utilizando o material disponibilizado pela escola. A nossa análise é de que esse material era essencial, principalmente para esses alunos, visto que as correções eram disponibilizadas com o intuito de possibilitar aos estudantes a construção dos conhecimentos por meio de seus erros, verificando o que precisariam aperfeiçoar, segundo está perfeitamente ilustrado na fala do participante R1:

“[...] e fazer as correções comentadas de todas as atividades para que esses alunos percebessem o que errou o que poderia melhorar, pois o mais importante que um certo ou errado é trazer um aval do que os alunos poderiam melhorar, corrigir e entender o conteúdo [...]” (Participante R1, 2023).

Agora discorremos acerca dos mapas mentais confeccionados com base nos conteúdos que estavam sendo trabalhados, como uma opção de suporte de estudos para os alunos, com o objetivo de facilitar a compreensão do conteúdo, mais uma vez considerando principalmente o pouco ou nenhum contato que tinham, tanto com residentes quanto com professores. Mais uma vez cabe salientar acerca dos materiais disponibilizados em seu único suporte conforme relatado nas falas de R7 e R1:

“[...] Realizamos como suporte para os estudos dos alunos, realizamos dois mapas sobre o conteúdo que estava sendo discutido [...]” (Participante R7, 2023).

“[...] mapas mentais dos conteúdos como forma de facilitar o entendimento, pois os alunos não teriam acesso aos professores em todos os momentos [...]” (Participante R1, 2023).

Por fim apresentamos as gravações de conteúdo, as quais incluíam resoluções de questões, desenvolvimento de trilhas, com base na gravação da resolução de suas questões e videoaulas, com o suporte de slides explicativos, levando em conta os alunos com acessibilidade a redes. Com base nas nossas análises, podemos observar que os vídeos eram disponibilizados nas plataformas auxiliares e utilizadas como Google Classroom e WhatsApp, de modo que os alunos poderiam revisitar as informações sempre que necessário e estabelecer contato com os produtores do material, caso tivessem dúvidas quanto ao que foi apresentado. É o que está exemplificado nas falas dos participantes R2 e R3:

“No caso da gravação, os alunos receberam e tinham a oportunidade de tirar dúvidas através da plataforma enova. Essas gravações visavam auxiliar os alunos na resolução de atividades. Foram gravadas algumas resoluções de questões referentes aos conteúdos da unidade subjacente. [...]” (Participante R2, 2023).



“Desenvolvi a trilha. Nessas trilhas resolviam as questões utilizando-se a mesa de digitalizadora e o Microsoft Teams para gravar a aula que, posteriormente, disponibiliza para os alunos utilizando a Google sala de aula”. (Participante R3, 2023).

Quando consideramos a definição de práticas pedagógicas no sentido das ações desenvolvidas no contexto educacional de forma crítica e consciente, e sempre com base na intencionalidade das ações, ou seja, dos objetivos previstos pelo próprio educador, construída com base nas ideias de Nadal (2016), Franco (2015) e Souza (2015), estamos fundamentando assim nossa análise das práticas mencionadas neste tópico. Desse modo, podemos identificá-las como pedagógicas com base nas observações feitas pelos participantes quanto à intencionalidade de suas práticas e a resposta afirmativa unânime de que tais práticas foram pensadas de acordo com os objetivos propostos pela BNCC, como exemplificaremos nos recortes a seguir, nas falas dos residentes R5 e R6:

“Sim, todas ações desenvolvidas foram planejadas mediante os objetivos.” (Participante R5, 2023).

“Para produção e elaboração da sequência didática, das listas de exercícios, roteiros de estudos e apostilas, foi necessário analisar criteriosamente os objetivos gerais e específicos que pretendíamos atingir, considerando os conhecimentos que os estudantes já haviam adquirido bem como suas possíveis dificuldades [...]” (Participante R6, 2023).

Isso posto, nesta categoria apresentamos as práticas pedagógicas desenvolvidas pelos participantes, classificadas mediante a intencionalidade com que foram planejadas e desenvolvidas, bem como os recursos utilizados nesse processo, em função do contexto que envolve a nova modalidade de ensino e suas demandas emergenciais.

### **Considerações Finais**

Conforme apresentamos no decorrer do trabalho, o Programa Residência Pedagógica (PRP), considerando seu formato de desenvolvimento no contexto de ensino remoto e as práticas pedagógicas desenvolvidas, concluímos que essa tríade se constitui em um rico espaço de análises e de aprendizagem.

Neste contexto, podemos concluir, que apesar dos desafios que os participantes encontraram no decorrer do processo, todos conseguiram, mediante sua participação no projeto, construir conhecimentos essenciais para sua formação, no que concerne tanto ao quesito teórico quanto ao prático.

Em sequência, com base na análise dos dados, observamos que a adaptação às necessidades do contexto pandêmico proporcionou aos participantes uma experiência única, que fortaleceu a relação destes com os recursos tecnológicos e suas funcionalidades

no cenário educacional, possibilitando que compreendessem e desenvolvessem práticas, técnicas e métodos em um ambiente de ensino incomum. Contudo, podemos também inferir que tiveram como principal dificuldade a qualidade de conexão, haja vista a precariedade da internet, a interação com os alunos e a limitação de recursos disponíveis.

Dentre as práticas desenvolvidas podemos destacar que foram realizadas oficinas, mapas mentais, gravação de conteúdo, correções comentadas, apostilas e atividades lúdicas tendo, entre os objetivos facilitar a construção de conhecimento.

Por fim, considerando a formação de professores, concluímos que o PRP é uma proposta com inúmeras potencialidades para a construção da identidade docente, se constituindo principalmente como um espaço necessário de diálogo nessa tão importante relação entre teoria e prática no ambiente escolar.

Em suma, o nosso olhar conclusivo é que essa pesquisa conseguiu atender ao seu principal objetivo, qual seja: Mostrar, com base em experiências vivenciadas pelos residentes do curso de Licenciatura em Matemática do Campus II da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), como foram desenvolvidas as práticas pedagógicas do Projeto Residência durante a pandemia, no formato remoto.

Como recomendação, afirmamos também que esta pesquisa pode fomentar outras investigações relacionadas ao tema, não somente em Matemática, mas também em outras áreas da licenciatura.

## Referências Bibliográficas

- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. 1. ed. Lisboa: Edições 70, 2015.
- CAPES. Programa de Residência Pedagógica. In: **Programa de Residência Pedagógica**. [S. l.], 1 mar. 2018. Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/programa-residencia-pedagogica>. Acesso em: 18 maio 2022.
- ERE. **Ensino Remoto Emergencial**. CIPEAD. Disponível em: <http://www.cipead.ufpr.br/portal1/index.php/cipead/periodo-especial-ufpr/ere-ensino-remoto-emergencial/>. Acesso em: 08/06/2023
- Edital CAPES 06/2018 que dispõe sobre a **Residência Pedagógica**. Disponível em: [http://cfp.ufcg.edu.br/portal/images/conteudo/programa\\_residencia\\_pedagogica/documentos\\_e\\_publicacoes/01032018-Edital-6-2018-Residencia-pedagogica.pdf](http://cfp.ufcg.edu.br/portal/images/conteudo/programa_residencia_pedagogica/documentos_e_publicacoes/01032018-Edital-6-2018-Residencia-pedagogica.pdf).> Acessado em 27 de abril de 2023.
- FRANCO, Maria Amélia do Rosario Santoro. Prática pedagógica e docência: um olhar a partir da epistemologia do conceito. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 97, p. 534-551, 2016.
- FRANCO, Maria Amélia Santoro. Práticas pedagógicas de ensinar-aprender: por entre resistências e resignações. **Educação e Pesquisa**, v. 41, p. 601-614, 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/> Acesso em: 01 de junho de 2023.
- FREITAS, Rebeka Sabryna; DE SOUZA ROCHA, Mariana Ferreira; MADUREIRA, Tiago Marques. Pesquisa sobre o ensino remoto da disciplina de matemática no contexto da pandemia da Covid-19. In: **V Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino das Ciências-Conapesc**. 2020. Disponível em: [http://editorarealize.com.br/editora/anais/conapesc/2020/TRABALHO\\_EV138\\_MD1\\_SA19\\_ID442\\_11112020115521.pdf](http://editorarealize.com.br/editora/anais/conapesc/2020/TRABALHO_EV138_MD1_SA19_ID442_11112020115521.pdf). Acesso em: 08 de junho de 2023.
- GIL, Antonio Carlos et al. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.
- LACERDA, Tiago Eurico de; JUNIOR, RAUL GRECO. **Educação remota em tempos de pandemia: ensinar, aprender e ressignificar a educação**. Curitiba: Bagai, 2021. Disponível em: <https://editorabagai.com.br/product/educacao-remota-em-tempos-de-pandemia-ensinar-aprender-e-ressignificar-a-educacao/>. Acesso em: 05 de junho de 2023.
- MÉDICI, Mônica Strege; TATTO, Everson Rodrigo; LEÃO, Marcelo Franco. Percepções de estudantes do Ensino Médio das redes pública e privada sobre atividades remotas ofertadas em tempos de pandemia do Coronavírus. **Revista Thema**, v. 18, p. 136-155, 2020.
- MELO, Renata. Residência pedagógica no curso de licenciatura em matemática do campus II da UNEB: uma reflexão sobre. 2023. 56 f. Monografia (Licenciatura em matemática) - Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Alagoinhas Bahia, 2023.
- NADAL, Beatriz Gomes. Prática pedagógica: a natureza do conceito e formas de aproximação. In: SILVA, MC. **Práticas pedagógicas e elementos articuladores**. Curitiba: Universidade Tuiuti do Paraná, 2016. Disponível em: [https://utp.br/wp-content/uploads/2019/08/miolo\\_livro\\_prat\\_e\\_elementos\\_2019.pdf](https://utp.br/wp-content/uploads/2019/08/miolo_livro_prat_e_elementos_2019.pdf) Acesso em: 05/06/2023
- OPAS. Organização Pan-Americana da Saúde. **Histórico da pandemia de COVID-19**. Disponível em: <https://www.paho.org/pt/covid19/historico-da-pandemia-covid-19>.> Acesso em 20 de abril de 2023.
- PAPIN, Angelo Antonio Puzipe. O que será da educação escolar pública no pós-pandemia: configuração histórica, desigualdade social e econômica e circunstâncias

- atuais. In: ROMA, Alessandra Ferreira Di (Orgs.). **Educação em tempos de pandemia**: novas fronteiras do ensino e da aprendizagem. Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2021. Disponível em:  
<[https://drive.google.com/file/d/10ZB5OIZ\\_U7pYdywZycCPhOCtDNkEN5ty/view](https://drive.google.com/file/d/10ZB5OIZ_U7pYdywZycCPhOCtDNkEN5ty/view)>. Acesso em: 05 jun. 2023.
- PROGRAMA DE RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA - PRP. História. Disponível em:  
<<http://www.prp.uneb.br/index.php/apresentacao/>>. Acesso em:  
28 abr. 2023.
- RODRIGUES, Márcio Urel (Org.). **Análise de conteúdo em pesquisas qualitativas na área da Educação Matemática**. 1. ed. Curitiba: Editora CRV, 2019.
- SAMPIERI, Roberto Hernández; COLLADO, Carlos Fernandes; LUCIO, María Del Pilar Baptista. **Metodologia de Pesquisa**. 5 ed. Dados eletrônicos - Porto Alegre: Penso, 2013.
- SANTOS, José Rui; HENRIQUES, Susana. **Inquérito por questionário**: contributos de concepção e utilização em contextos educativos. 2021. Disponível em:  
<https://repositorioaberto.uab.pt/handle/10400.2/10696>. Acesso em: 06/06/2023.
- SCHWANZ, Catiane Bartz; FELCHER, Carla Denize Ott. Reflexões acerca dos desafios da aprendizagem matemática no ensino remoto. **Redin-Revista Educacional Interdisciplinar**, v. 9, n. 1, 2020
- SILVA, Isabel Cristina Pereira da. **O Programa de residência pedagógica**: contribuições na formação docente dos licenciandos em matemática da UFPB/Campus IV. 2020. 56 f. Monografia (Licenciatura em matemática) - Universidade Federal da Paraíba - UFPB, João Pessoa, 2020. Disponível em:  
<[https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/27703?locale=pt\\_BR](https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/27703?locale=pt_BR)>. Acesso em: 05-06-2023.
- SILVA, Lara Livia Santos da et al. Medidas de distanciamento social para o enfrentamento da COVID-19 no Brasil: caracterização e análise epidemiológica por estado. **Cadernos de Saúde Pública**, v. 36, n. 9, p. 1-15, 2020.
- SOUZA, L. de F. **Práticas pedagógicas e metodologia de Paulo Freire**. São Sebastião do Paraíso: Faculdade Calafiori, 2015.
- SOUSA, Erivan Coqueiro; SILVA Coqueiro da, Naiara Porto; NUNES, Claudio Pinto. Prática pedagógica no ensino remoto emergencial (ERE) durante a pandemia da Covid-19. **Revista Latino-Americana de Estudos Científicos**, v. 02, n. 10, p. 124-135, Jul./Ago. 2021.

## Capítulo 14

### **Desafios e oportunidades na avaliação da aprendizagem em matemática: uma análise dos currículos das principais universidades brasileiras**

*Daniel de Oliveira Lima*

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

*Lilian Nasser*

Universidade Federal do Rio de Janeiro

#### **Introdução**

A avaliação escolar é um território de crítica e sofre muitas disputas pelo seu controle: pelo Estado, pela sociedade e pelos interesses do mercado. O número de pesquisas sobre essa temática tem aumentado cada vez mais, porém, o contexto escolar e as práticas avaliativas, muitas das vezes, não sofrem influências, permanecendo o modelo tradicional. Assim, cabe refletir sobre como e por que o professor de matemática resiste a essas possíveis mudanças.

Outro campo de estudo que está ampliando seus olhares é a formação do professor que ensina matemática. E em especial, diante do mundo que emerge após a pandemia, repensar a formação e o papel desse agente é urgente. Além disso, no Brasil, não é comum associar saberes docentes aos saberes da prática avaliativa. Assim, este trabalho tem o desejo de apresentar possíveis aproximações entre esses dois campos.

Para o desenvolvimento deste trabalho foi adotado um referencial teórico sustentado nas ideias de Shulman (1987), Silva (2014), Tardif (2014), Fernandez (2015), Giraldo (2018), Schoenfeld (2019), Batista, Crisostomo e Mácedo (2022). Para tratar da formação do professor de matemática; no que tange à avaliação, os trabalhos de Amanda e Oliveira (2016), Santos (2019), Lima e Nasser (2020), Vaz, Nasser e Lima (2021), Fernandes (2021a, 2021b) e Figueroa Zapata e Llanos Díaz (2021) serão os alicerces estruturantes. A pesquisa envolve uma análise descritiva dos currículos de alguns cursos de licenciatura em matemática, para observar se incluem uma disciplina com a temática sobre avaliação. Ao final, deseja-se apresentar possíveis propostas para o

desenvolvimento de uma disciplina que trate da avaliação em Matemática como parte da formação inicial.

## **Referencial Teórico**

Giraldo (2018) apresenta a ideia da dupla descontinuidade dos estudantes que ingressam no curso de formação de professores: poucas relações estabelecidas entre a matemática com que passam a ter contato e aquela anteriormente aprendida por eles e depois de formados, com a Matemática que vão ensinar. Segundo o autor, esse fenômeno não é novo, já havia sido relatado pelo matemático alemão Felix Klein há mais de um século, porém ele ainda se perpetua nos tempos atuais. Esse processo fortalece a repetição dos processos de ensino a que esses estudantes foram submetidos ao longo da sua trajetória escolar.

Além disso, segundo Silva (2014), os saberes da formação docente não costumam incluir saberes relativos à avaliação. Assim, os licenciandos não são apresentados às teorias e práticas avaliativas que remetem ao seu fazer docente. Em geral, o licenciando em matemática é exposto sistematicamente a conteúdos transmitidos de modo expositivo pela prática pedagógica dos seus formadores, tornando-se reproduzidor deles em sua própria sala de aula na Escola Básica. De maneira sutil, também os valores associados à avaliação podem estar sendo internalizados pelos futuros professores a partir de parâmetros implícitos, fundados nos modelos tradicionais, sem uma discussão crítica e explícita do tema nas disciplinas do currículo dos cursos de formação.

O processo de formação docente, no Brasil, chamado modelo “3+1” (três anos de disciplinas de “conteúdo”, seguidos de um ano de disciplinas de “pedagogia”), foi abandonado em diversos cursos. Entretanto, seus princípios ainda influenciam a formação do professor, por meio da justaposição de “módulos sobre o conteúdo matemático” e “módulos sobre pedagogia” (Giraldo, 2018). Em paralelo a isso, Gonzaga (2020) destaca que dentro desse contexto, a formação inicial e suas práticas que se desenvolvem no cotidiano da sala de aula têm ganhado espaço para reflexões geradas pelos pesquisadores da área, em especial ao se considerar a amplitude e a complexidade da concepção e das ações docentes. Portanto, pode-se inferir que a formação inicial dos professores de matemática está mudando. Porém, dentro dessa mudança, qual é o papel dos estudos sobre avaliação na formação inicial?

As diretrizes curriculares para os cursos de Matemática em níveis de bacharelado e licenciatura (Parecer CNE/CES nº 1.302/2001) indicam que os cursos de licenciatura

em Matemática devem adequar seus currículos com o objetivo de garantir a formação ampla e com um olhar holístico dentro da sua área. Além disso, sabe-se que a sala de aula é um espaço dinâmico e vivo, assim, a formação do futuro professor deverá ter garantidas as capacidades básicas de ir além da repetição maciça de práticas tradicionais. Ou seja, a formação docente precisa ultrapassar a ideia da dupla descontinuidade, precisa encarar as demandas atuais e futuras da sala de aula e, portanto, ela é composta por fatores que estão muito além do vasto conhecimento matemático. De acordo com Tardif (2014), essa formação precisa dar conta dos saberes necessários que são exigidos ao exercício da docência.

Schoenfeld (2019) argumenta que a concepção do conhecimento do professor precisa ser ampliada, para ajudar os professores a criarem ambientes de aprendizagem mais poderosos. Um ponto de partida, que o autor sugere é a estrutura de Ensino para Compreensão Robusta (ECR), que se concentra nas dimensões essenciais da prática em sala de aula. A ECR identifica cinco dimensões chave que envolvem a sala de aula: o conteúdo matemático, demandas cognitivas, acesso equitativo, agência, propriedade e identidade e avaliação formativa.

Em relação ao conteúdo matemático, as estruturas das atividades em sala de aula devem oferecer oportunidades para os alunos se tornarem experientes, flexíveis e pensadores matemáticos engenhosos. As discussões devem ser focadas e coerentes, oferecendo oportunidades para aprender ideias, técnicas e perspectivas matemáticas na construção de conexões e no desenvolvimento produtivo no raciocínio matemático. As demandas cognitivas estão associadas às oportunidades que os estudantes precisam ter para lidar e dar sentido com importantes ideias matemáticas e com suas aplicações. Os alunos aprendem melhor quando são desafiados de maneiras que fornecem suporte para o crescimento, com tarefas com diferentes níveis de dificuldade, objetivando um desenvolvimento produtivo a partir das atividades realizadas. O acesso equitativo trata da importância de que todos os alunos participem das experiências em sala de aula, assim, o professor precisa construir ações que não promovam a exclusão de qualquer estudante (Schoenfeld, 2019).

Agência, propriedade e identidade são o suporte para a compreensão da importância do diálogo dentro da sala de aula. Os estudantes precisam conversar sobre o conteúdo para desenvolver propriedade sobre o conteúdo e o desenvolvimento de identidades positivistas sobre si, como pensadores e aprendizes.

Em relação à avaliação formativa, Schoenfeld (2019) argumenta que esta está relacionada à construção de atividades que estimulem o pensamento dos alunos e às interações subsequentes que respondem a essas ideias. Construindo ideias produtivas e abordando os erros emergentes dos estudantes, a avaliação formativa "encontra os alunos onde eles estão" e oferece oportunidades para aprofundar seus conhecimentos (Schoenfeld, 2019).

Segundo Shulman (1987), a atuação docente está associada, não apenas ao Conhecimento do Conteúdo e ao Conhecimento Pedagógico, mas principalmente ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK). Ele destaca que o PCK é um conhecimento exclusivo de professores. Além disso, para ele, conhecimento é distinto de saber e não é sem razão que Shulman (1987) nomeia de “conhecimento de professores”, pois o que se busca é a valorização da atividade profissional dos professores elevando-a a um espaço de transformação e construção de conhecimentos específicos para a profissão. Assim, o conhecimento é a especialização do saber, ou seja, o conhecimento passa pela reflexão do saber fazer, elevando a prática a um nível de consciência, reflexão, análise, sistematização e intenção (FERNANDEZ, 2015).

Esse conhecimento é a principal característica do docente, porque ensinar matemática, por exemplo, está além do ensino de procedimentos, algoritmos e da memorização. Engloba um olhar amplo e profundo sobre a própria Matemática associado à construção singular de técnicas de comunicação e da criação de estratégias para abordar determinados assuntos. O PCK possibilita ao professor a valorização da contextualização de determinados assuntos e revela a importância da aprendizagem sobre tópicos mais abstratos e que possuem relações com outras áreas dentro da própria Matemática. Ou seja, o docente assume um protagonismo singular dentro do coletivo da sala de aula, ele sabe o que consegue relacionar com determinados assuntos que possam interessar aos seus estudantes e ao mesmo tempo, ele entende a importância de ensinar aspectos mais técnicos da sua área, que não necessariamente possuem aplicação em outra área do conhecimento.

Batista, Crisostomo e Mâcedo (2022) trazem uma análise sobre a problemática de quais conhecimentos matemáticos e didáticos um professor deve ter para que sua prática seja a mais idônea possível, isto é, quais elementos devem compor o conhecimento dos professores de Matemática para o bom desenvolvimento de sua prática docente favorecendo a aprendizagem dos alunos. Entre outras ideias, discutem o Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) oriundos dos trabalhos de Ball e Bass (2009), definido



como o conhecimento matemático mobilizado pelo professor em suas aulas para proporcionar a aprendizagem dos alunos. Nessa análise, ele apresenta as duas categorias em que o MKT está dividido: conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo. A segunda categoria também trata da organização do processo avaliativo enquanto instrumento para favorecimento do ensino, ou seja, avaliar também é conhecimento do professor de matemática.

Segundo Santos (2019), a estrutura que Shulman (1987) criou pode ser interpretada como conhecimento profissional do professor. Este é constituído pelo conhecimento da área científica de ensino, pelo conhecimento de ordem organizacional, e pelo conhecimento didático. O conhecimento relativo à instrução, é o que assegura a preparação, condução e avaliação do processo de ensino-aprendizagem. A autora destaca que “os professores têm falta de formação e, conseqüentemente, escasso conhecimento declarativo e processual sobre avaliação” (SANTOS, 2019, p. 17). Ela relata que estudos realizados com professores de matemática nos EUA, em Israel, na Coréia do Sul, na Espanha e na Alemanha mostram a importância da criação de programas de desenvolvimento profissional que apoiem práticas efetivas de avaliação formativa. Portanto, há uma demanda internacional sobre a questão de a avaliação como saber docente, e em especial, como prática docente.

Pode-se afirmar que existe um amplo corpo de investigação sobre a avaliação e outro sobre conhecimento profissional dos professores, porém não é muito comum relacioná-los, isto é, estudar qual o conhecimento profissional que os professores têm, ou devem ter, para desenvolver práticas avaliativas eficazes, em particular práticas avaliativas que promovam a aprendizagem. No entanto, como foi possível identificar nas ideias de Shulman (1987), Fernandez (2015), Santos (2019), Schoenfeld (2019) e Batista, Crisostomo e Mâcedo (2022), há uma conexão entre saberes e práticas docentes com a avaliação. Amanda e Oliveira (2016, p. 1) asseveram que “a avaliação é um processo central no ensino e é através da avaliação que o professor pode perceber se a trajetória por ele desenhada resulta na aprendizagem pretendida”. Portanto, a avaliação é essencial para o fazer docente, pois ela é constituída a partir de quem a promove, o docente, consolidando a aprendizagem dos seus educandos, a partir de um saber muito peculiar do professor.

Fernandes (2021a) denomina a avaliação formativa como avaliação pedagógica,

que pode ser concebida como um processo através do qual professores e alunos recolhem, analisam, interpretam, discutem e utilizam informações referentes à aprendizagem dos alunos (evidências de aprendizagem) tendo em vista uma diversidade de propósitos (Fernandes, 2021a, p.4).

O autor também defende que a avaliação pedagógica deve atuar como um processo, confirmando as ideias que já foram apresentadas. Além disso, deve ser interna por natureza e ser da integral responsabilidade dos professores e das escolas, o que a diferencia das avaliações externas. Entretanto, esse processo não é isento de ações, tanto os professores como os alunos precisam ser ativos na busca da aprendizagem. Os alunos assumem o papel de quem aprende, e de quem participa no processo de avaliação e, nesse sentido, os métodos e procedimentos da avaliação pedagógica estão muito mais conectados aos alunos do que, por exemplo, os métodos de avaliação que se baseiam em apenas um só processo de obtenção de informação e em que tudo é da exclusiva responsabilidade dos professores (Fernandes, 2021a).

Além disso, há outros propósitos, tais como: identificar os aspetos mais e menos alcançados pelos alunos no que diz respeito às suas aprendizagens; acompanhar o progresso das aprendizagens dos alunos em direção aos níveis de desempenho que se consideram desejáveis; distribuir feedback de qualidade para apoiar os alunos nos seus esforços de aprendizagem; atribuir notas e distribuir feedback aos pais e encarregados de educação (Fernandes, 2021a). Assim, a ideia da avaliação também apresenta a relação com as notas, informando aos alunos, aos pais e à escola sobre a aprendizagem dos alunos, mas é importante destacar que a atribuição de notas é um elemento da avaliação somativa.

No Brasil, a avaliação possui duas funções: classificar o aluno e/ou diagnosticar a aprendizagem. A primeira função está associada ao uso somativo da avaliação, o qual as notas, conceitos, aprovação, reprovação ganham destaques em relação ao processo de aprendizagem.

Em especial, os professores de matemática utilizam com muito mais frequência o uso somativo da avaliação, pois segundo Valente (2008) a avaliação em matemática está alicerçada na justiça, no rigor e na impessoalidade. Já a segunda função, a que trata do diagnóstico, está associada ao modelo formativo da avaliação. Alguns autores a chamam de avaliação diagnóstica, avaliação mediadora ou avaliação formativa. Para fins de organização das ideias, neste trabalho, o uso diagnóstico da avaliação será associado ao conceito de avaliação formativa.

Por sua vez, Pinto (2008) declara que a história das práticas avaliativas da matemática, como todas as “artes de fazer” da escola, traz em suas entranhas os códigos que a sociedade elegeu para que a instituição escolar prestasse um serviço eficaz na seletividade da população escolarizada (Pinto, 2008, p.103).

Cabe refletir sobre as funções da avaliação. A avaliação somativa está intrinsecamente associada ao uso de provas escritas e testes escritos, são pontuais por natureza e o seu tipo de feedback são as notas, conceitos e as classificações.

Segundo Figueroa Zapata e LLanos Díaz (2021), a avaliação somativa tem as seguintes características:

garante que uma etapa do processo terminou e leva a decisões radicais para estabelecer a conquista de competências, fornece informações para individualizar as dificuldades de aprendizagem e evidencia as mudanças significativas que o aluno teve em sua jornada. No entanto, o ideal é que atenda às individualidades, estabelecendo uma genuína comunicação professor-aluno (FIGUEROA ZAPATA E LLANOS DÍAZ, 2021, p. 283, tradução nossa).

Entre outros pesquisadores, Vaz e Nasser (2019) indicam que os instrumentos que os professores de matemática mais utilizam para avaliar são as provas escritas. Ou seja, após o período de formação inicial, os professores reproduzem o modelo que usufruíam quando eram estudantes. A crítica não é ao uso somativo da avaliação, pois, segundo Fernandes (2021a), a política de classificação e as notas são partes integrantes do conceito mais amplo de avaliação pedagógica, sim, com o seu uso excessivo dentro dos contextos escolares.

No que tange ao uso formativo da avaliação, além do acompanhamento do progresso dos estudantes, a distribuição de feedbacks de qualidade para o apoio do desenvolvimento da aprendizagem dos alunos e a distribuição de feedbacks aos pais e aos gestores escolares, precisa ser mais discutido. Além disso, esta modalidade da avaliação está alicerçada na autorregulação do estudante, colocando-o cada vez mais no centro da sua aprendizagem. Assim, a avaliação formativa explora outros instrumentos de avaliação, além dos tradicionais, como seminários, autoavaliações, resenhas críticas, projetos de pesquisa, projetos makers, entre outros. O uso da avaliação formativa possibilita ao professor acompanhar o desenvolvimento da aprendizagem dos seus alunos e do seu próprio processo de ensino. Segundo Figueroa Zapata e LLanos Díaz (2021), a avaliação somativa tem as seguintes características:

avaliação formativa ou avaliação por processos: É o feedback permanente entre professor e aluno sobre o progresso que está sendo gerado, permite a identificação de problemas e sua possível solução, emprega várias atividades para superar fragilidades e fortalecer o conhecimento. (Figuroa Zapata E Llanos Díaz, 2021, p. 283, tradução nossa).

Sendo assim, não há como separar a avaliação dos saberes docentes e da prática docente. Além disso, há um elemento essencial na avaliação formativa: o feedback. Ele permite a construção de pontes entre os aprendizados dos alunos e as suas capacidades de evolução, pois quando o docente o utiliza com os alunos com mais dificuldade, dando sugestões para sua evolução na aprendizagem, está construindo a oportunidade para que eles alcancem conteúdos mínimos. E quando o utiliza com alunos mais avançados no conteúdo, sugere a construção de caminhos mais desafiadores para eles.

As duas funções da avaliação possuem como elemento em comum algum tipo de feedback. No quadro a seguir é possível verificar as diferenças entre eles.

**Quadro 1:** O feedback na avaliação

	<b>Somativa</b>	<b>Formativa</b>
Momentos do feedback	Ao final do processo	Durante o processo
Tipos de feedback	Notas, conceitos, classificações	Identifica a natureza dos erros, desenvolve estratégias para que os estudantes superem suas dificuldades.
Objetivos do feedback	Verificar o nível de qualidade de desempenhos, estabelecer um nível de competência a partir de um referencial.	Auxiliar os estudantes a se autorregular, gerar autonomia nos alunos.

**Fonte:** Santos (2019, adaptado)

Além disso, as demandas atuais e futuras colocam o papel da avaliação em destaque, pois ela deve incorporar uma visão de currículo e também uma visão de ensino, dando sentido à expressão: “diga como você avalia e direi como você ensina”. De acordo com Fernandes (2021b), a ideia da avaliação que predominou ao longo do século XX estava associada ao conceito de medida. Medir e avaliar eram sinônimos, ensinar era transmitir o currículo e aprender era reproduzir o que foi dito. Neste caso os testes, as provas e as aprendizagens eram isomorfos, gerando uma sequência do tipo: ensinar-medir-ensinar-medir.

Segundo Santos (2019), desde o final do século passado a avaliação passou a ser reconhecida com uma natureza relacional e contextualizada, ou seja, a avaliação assume cada vez mais um papel socialmente localizado, através de uma relação professor-aluno-

escola. Desta forma, inicia-se um movimento de ruptura com o modelo que predominou ao longo do século XX. Além disso, a sala de aula que o novo docente encontrará não é a mesma que ele deixou quando ingressou na universidade. A sociedade está em constante transformação e o ritmo dessa mudança está além do tempo da formação inicial. Por exemplo, pode-se citar o que ocorreu durante a pandemia da COVID -19, com a adoção do ensino remoto. Muitos docentes não souberam como mudar as avaliações, o medo da “cola” era algo sistêmico e que moldava a forma de pensar e agir de muitos professores. De uma forma geral, os educadores apenas repetiram o modelo que já realizam em suas salas de aula tradicionais, porém, trabalhos como o de Lima e Nasser (2020) mostram que é possível realizar algo diferente.

O trabalho foi elaborado a partir conteúdo da Função Exponencial, o qual proporcionou aos professores de matemática possibilidades de ousar na avaliação. A ideia central era construir um modelo de avaliação que permitisse uma discussão mais ampla sobre função exponencial e sobre o papel social da Matemática. Após três semanas de debates, entre a equipe de Matemática da 2ª série, o modelo consolidado foi uma pesquisa, que tinha como objetivo promover uma maior reflexão e compreensão sobre a importância dessa ferramenta matemática (função exponencial), na análise do comportamento da infecção pelo vírus. Estariam envolvidos outros conceitos também matemáticos, na fundamentação científica das medidas de prevenção que podem e devem ser tomadas pelos indivíduos, pela sociedade em geral e governantes, segundo a OMS (Organização Mundial da Saúde).

Ao propor esta pesquisa, buscou-se evidenciar a materialidade, que segundo Skovsmose (2000, p.2), não se refere apenas às habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática. Esta avaliação consistia em 3 etapas, e teve a duração de 7 dias. Como conclusão, os autores estabeleceram que o modelo de avaliação apresentado se consolidou como um instrumento que possibilitou a contextualização da avaliação. Demandou dos alunos leituras, análises de vídeos, análises de gráficos, uma aproximação com dados reais e aproximou os alunos do papel social da matemática. Essa aproximação tornou-se mais evidente a partir da categorização das respostas, na qual o uso social da matemática se destacou nos textos produzidos.

Durante o período de ensino remoto devido ao afastamento imposto pela COVID-19, os professores puderam lançar mão de formas insubordinadas de avaliação. Vaz, Nasser e Lima (2021) definem como avaliação insubordinada toda avaliação que rompe,

ou tenta romper, o absolutismo burocrático presente nas avaliações e as concepções positivistas que sustentam o modelo avaliativo tradicional. Em outras palavras, uma avaliação insubordinada é aquela que se constrói sobre a autonomia do professor, assumindo e redefinindo o seu papel de mediador da aprendizagem.

Antunes e Mendes (2018) apresentam algumas opções de instrumentos insubordinados de avaliação: prova de levar para casa; prova em fases e prova de produção. Na primeira modalidade, o aluno pode levar a prova elaborada pelo professor para casa e consultar quaisquer materiais de apoio e ter um tempo maior para a solução. O segundo tipo de prova consiste na combinação de vários formatos de provas escritas. A primeira fase acontece na sala de aula, durante um período de tempo preestabelecido. A segunda fase é realizada após algumas observações realizadas pelo professor, e o aluno pode refazer uma ou mais questões. A prova de produção trata de solicitar aos alunos que elaborem provas escritas de assuntos diferentes. Após isso, o docente pode reorganizar a sala em grupos menores para facilitar o acompanhamento da produção, em seguida, os grupos trocam as provas e cada, com uma prova diferente, resolve as tarefas solicitadas.

Outra modalidade é a prova com “cola”, estudada por Forster (2016), em que os alunos devem elaborar uma “cola” em uma folha de papel. Os alunos devem estudar para poder sintetizar sua “cola”, ou seja, escolher o que é mais importante no conteúdo para constar na cola. Assim, os professores podem avaliar não só as respostas do aluno na prova, como também avaliar a “cola” elaborada. O que foi valorizado e compreendido pelos estudantes pode ser identificado na “cola” mais claramente do que na prova, o que é uma excelente oportunidade para a regulação do ensino e da aprendizagem.

Vaz e Nasser (2020) defendem a dupla diversificação avaliativa, que consiste em uma proposta na qual o processo de avaliação seja diversificado em momentos e em instrumentos. A avaliação escolar não deve ser restrita aos exames esporádicos em momentos específicos (normalmente nos finais de ciclos) nem, tampouco, utilizando apenas um instrumento avaliativo, que pode beneficiar alguns grupos em detrimento de outros (Vaz; Nasser, 2019). A dupla diversificação avaliativa proposta tem como objetivo a redução dos vieses cometidos por professores na correção de provas de Matemática.

Um ponto muito importante a ser destacado é sobre as diferentes condições de trabalho de cada professor. Como já fora dito, a avaliação é socialmente localizada, logo, mudar a forma de avaliar, ou até mesmo os instrumentos de avaliação, não depende apenas do professor, mas também dos seus estudantes, da gestão escolar e das famílias, ou seja, também depende do contexto escolar. A avaliação está intrinsecamente associada

ao currículo e ao fazer docente dentro da sala de aula, logo ela não pode ser pensada a partir de um local de não pertencimento. E sim, de um local que dialoga com o currículo e com o ensino do professor, logo ela se constitui como saber/fazer exclusivo do professor.

Tendo em vista que o professor recém-formado traz consigo elementos e práticas que viveu e experimentou como aluno, a inserção do debate e da construção das práticas avaliativas referentes à avaliação formativa é um ponto imperativo para os novos docentes e para os licenciandos. Além disso, a avaliação, como parte da formação inicial docente ainda é pouco trabalhada. A pesquisa de Araújo (2014) levanta um ponto importante: a necessidade de incluir discussões e estudos sobre o real significado da avaliação ao longo da formação inicial do professor de matemática. Por sua vez, Oliveira (2012) afirma que há muita insatisfação nos relatos dos docentes de matemática que participaram da sua pesquisa em relação à questão da formação que receberam, principalmente nas disciplinas de metodologias de ensino e didática da aprendizagem. Portanto, essas demandas abrem espaço para a discussão sobre a formação inicial do professor de Matemática e, em especial, como a avaliação pode ocupar um espaço no currículo desses cursos nas universidades.

### **Procedimentos Metodológicos**

Este trabalho trata de uma pesquisa predominantemente qualitativa. De acordo com Yin (2016), uma pesquisa qualitativa possui as seguintes características: estuda o significado da vida das pessoas nas condições da vida real; representa as opiniões e perspectivas das pessoas de um estudo; abrange as condições contextuais existentes ou emergentes que podem ajudar a explicar o comportamento social humano e esforça-se para utilizar múltiplas fontes de evidência, em vez de se basear em uma única fonte.

O principal objetivo deste trabalho é analisar os currículos das licenciaturas em matemática das principais universidades brasileiras. Para isso, foram escolhidas as 9 (nove) melhores universidades, com pelo menos uma de cada região, a partir das 35 mais bem colocadas no ranking da *QS World University Rankings 2023: Top global universities (2022)*.

**Quadro 2:** Amostra de 9 universidades distribuídas por região do país

<b>Universidade</b>	<b>Tipo (Pública/Privada)</b>	<b>UF/Região</b>
Universidade de São Paulo (USP)	Pública	SP/Sudeste
Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)	Pública	SP/Sudeste
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)	Pública	RS/Sul
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)	Pública	SC/Sul
Universidade de Brasília (UnB)	Pública	DF/Centro-Oeste
Universidade Federal de Goiás (UFG)	Pública	GO/Centro - Oeste
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)	Pública	PE/Nordeste
Universidade Federal da Bahia (UFBA)	Pública	BA/Nordeste
Universidade Federal do Pará (UFPA)	Pública	PA/Norte

**Fonte:** Autores (2022)

A escolha dessas universidades seguiu os critérios de representatividade, a fim de garantir que se pudesse observar pelo menos uma universidade de cada região do país. Os autores deste trabalho possuem a compreensão de que esse olhar é apenas um recorte, não preconiza a extensão de toda a diversidade das universidades que formam professores de matemática pelo país. Além disso, no ranking pesquisado, havia somente uma universidade oriunda da região norte, resultando na participação única da UFPA.

Assim, os currículos foram analisados mediante pesquisa realizada nos meses de junho e julho de 2022 no site de cada instituição, observando as ementas de cada curso. A procura focou no título e na ementa das disciplinas, a fim de identificar se a avaliação era o tema central a ser estudado e/ou como um tópico dentro de alguma disciplina.

### **Análise dos dados**

Na USP há uma disciplina que trata especificamente do tema avaliação em Matemática, porém ela aparece como disciplina optativa, com o nome de “Currículo e Avaliação”. A ementa dessa disciplina trata das concepções de currículo, determinantes sociais e contextos culturais; orientações curriculares centrais de diferentes agentes na implementação e no desenvolvimento de currículo; avaliação e currículo; concepções e tipos de avaliação que incidem sobre o contexto da escola e avaliação de aprendizagem: legislação, pressupostos e práticas. Além disso, o tema avaliação surge em outras duas disciplinas obrigatórias. Mas no programa da disciplina “Metodologia do Ensino de Matemática I” há um tópico que trata da relação entre planejamento e avaliação. O projeto pedagógico do curso indica que as disciplinas da área de educação estão sujeitas à Faculdade de Educação.



Na Unicamp, não há uma disciplina específica voltada para a avaliação em Matemática. Porém, na ementa da disciplina obrigatória, “Currículo e Didática da Matemática: Teoria e Prática”, há um tópico relacionado à avaliação matemática. E no site do curso, não estava disponível o Projeto Pedagógico.

Na UFRGS não há uma disciplina com esse nome e não foi possível acessar o projeto pedagógico do curso, pois estava em reformulação, porém há uma disciplina optativa intitulada “Educação Contemporânea: Currículo, Didática e Planejamento”, sem a ementa disponível.

Na UFSC o curso tem como um dos objetivos formar professores com capacidade de avaliar, na disciplina de “Metodologia do Ensino de Matemática”, disciplina obrigatória, há um tópico da ementa que trata da avaliação escolar. Porém não há nenhuma disciplina obrigatória ou eletiva que tenha como tema central a avaliação em matemática.

Na UnB há uma disciplina optativa com o nome “Avaliação Escolar”, com a seguinte ementa: práticas atuais de avaliação: fragilidades e potencialidades; articulação da avaliação com as práticas sociais; o que dizem as pesquisas sobre a avaliação conduzida na/pela escola; papel dos diferentes profissionais da educação que atuam na escola com relação à avaliação; a avaliação no contexto do trabalho escolar: instâncias avaliativas da escola; propósitos da avaliação somativa e da formativa; avaliação formativa: concepção, limites, possibilidades, procedimentos; importância para a formação da autonomia intelectual do cidadão e desafios; autoavaliação; avaliação e ética e repercussões das políticas de avaliação externa nas práticas pedagógicas. Além disso, na disciplina Didática, o tema avaliação aparece interligado com currículo e planejamento. No que tange ao projeto pedagógico, considera-se como domínio de conhecimento pedagógico dos seus egressos: “a utilização de estratégias diversificadas de avaliação da aprendizagem e, a partir de seus resultados, formular propostas de intervenção pedagógica, considerando o desenvolvimento de diferentes capacidades dos alunos” (UnB, 2019, p.6).

Na UFG, na disciplina obrigatória, “Didática da Matemática I” há um tópico na ementa que trata sobre concepções e procedimentos da avaliação. Em seu projeto pedagógico, espera-se que o professor egresso do seu curso tenha habilidades relacionadas à capacidade de avaliar. Como, por exemplo,

ser capaz de se inserir e de atuar criticamente nas diversas realidades socioculturais que permeiam a educação escolar, a partir de uma concepção ampla e contextualizada do ensino e dos processos de aprendizagem e desenvolvimento da matemática; compreender o desenvolvimento cognitivo, afetivo e psicomotor dos estudantes no processo educativo, nas diferentes fases do desenvolvimento humano nas etapas e modalidades da educação básica (UFG, 2019, p.17).

Na UFPE há uma disciplina obrigatória com o nome “Avaliação da Aprendizagem”, com a seguinte ementa: Estudo da avaliação da aprendizagem enquanto objeto de reflexão do campo da Avaliação Educacional: a constituição de seu campo conceitual e praxiológico; os diferentes atributos e modos de conceber e praticar a avaliação das aprendizagens dos alunos. Além disso, há o tópico avaliação da aprendizagem em “Metodologia do Ensino de Matemática 1”. O projeto político pedagógico relata que a formação dada pelo curso tem como objetivo desenvolver os valores, habilidades e competências relacionados ao campo de atuação docente e deve apresentar, como principais características e princípios norteadores, elementos como:

a coerência entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro professor, considerando-se as semelhanças entre os processos de ensino e de aprendizagem que ocorrem no contexto da educação básica e na de formação de professores, tais como os de construção de conhecimento e os de avaliação (UFPE, 2009, p.2).

Na UFBA, não há disciplina específica com a temática da avaliação, porém na ementa da disciplina “Didática e Práxis Pedagógica” há um tópico que trata avaliação dentro do plano de ensino. Além disso, espera-se que o professor de matemática utilize estratégias diversificadas de avaliação da aprendizagem e, a partir dos seus resultados, intervir no processo adequadamente.

E na UFPA também não há uma disciplina que trate da avaliação no currículo dos licenciandos. Apesar de conter disciplinas que remetem à formação no campo da Educação Matemática, como “Educação Matemática”; “Didática da Matemática” e “Metodologia do Ensino de Matemática”, apenas esta última possui um tópico relacionado à avaliação. E no projeto político pedagógico, espera-se que os egressos desse curso sejam capazes de “observar cada aluno, procurando rotas alternativas de ação para levar seus alunos a desenvolver-se plenamente, com base nos resultados de suas avaliações, sendo assim motivador e visando o desenvolvimento da autonomia no seu aluno” (UFPA, 2011, p.22).

## Conclusões

Ao observar os currículos das universidades escolhidas, foi possível constatar que de fato há uma mudança na estrutura dos cursos de Licenciatura, conforme Giraldo (2018) aponta. Ou seja, nesses espaços o modelo “3+1” não é predominante. Porém, quando o assunto é avaliação escolar, somente a UFPE tem uma disciplina obrigatória com esse tema e a ementa, a princípio, não mostra elementos que tratam da avaliação em Matemática. No entanto, é importante destacar o fato desse conteúdo ser obrigatório na formação inicial do professor, um espaço político muito importante de ser ocupado.

A UnB, a USP, a UFG, a UFPA, a UFSC e a Unicamp oferecem o conteúdo relacionado à avaliação em disciplinas eletivas/optativas e dentro de outras disciplinas. É interessante observar que o conteúdo de avaliação está inserido em disciplinas que remetem à prática docente, ou seja, as universidades compreendem que avaliar é uma prática do professor, e, portanto, também um saber docente.

Os autores deste trabalho entendem as limitações das análises dos cursos apenas pelas ementas e pelas leituras dos seus projetos políticos pedagógicos. No entanto, nesse primeiro olhar, pode-se inferir que a avaliação poderia ocupar mais espaços dentro da formação inicial nessas universidades uma vez que os cursos esperam que os seus egressos saibam avaliar seus futuros alunos, ou seja, que os seus saberes e as habilidades relacionados às práticas avaliativas se manifestem como parte do seu fazer docente.

Assim, ao estudar sobre as nove universidades, das diversas regiões do país, foi possível constatar que o tema sobre avaliação está ganhando espaço na formação inicial. Para os autores deste trabalho é muito importante que a avaliação ocupe um lugar central nessa formação inicial, assim como a didática e o currículo já ocupam. A avaliação é um saber específico do professor (Santos, 2019), e como tal, ela pode construir pontes, ser obstáculo ou ser escada entre o aluno e a sua aprendizagem (Silva, 2014). Nasser, Vaz e Lima (2021) afirmam que os professores de matemática precisam buscar novas formas de avaliar, além disso, o contexto escolar e o mundo contemporâneo revelam que é preciso mudar, mas para isso, os docentes precisam que a mudança também os alcance na sua formação inicial. Até mesmo porque, segundo Black e Wiliam (2018), para muitos pesquisadores a distinção entre avaliações somativa e formativa está clara, porém para os professores isso não tem a mesma clareza e, muitas das vezes, causa confusão nos seus entendimentos. Outro elemento que esses autores trazem é que as práticas de avaliação formativa contribuem para que os estudantes possam ter melhores notas e performances

nas avaliações padronizadas, em larga escala, e por isso, aprofundar a discussão e apresentar possíveis estratégias e modelos podem ser um divisor de águas para o desenvolvimento da prática docente.

Assim, neste sentido, ter uma disciplina que promova discussão, reflexões e que possibilite novas estratégias para o trabalho do professor será um grande avanço para a avaliação em matemática e para a formação docente. Considerando o referencial teórico deste trabalho, podemos inferir o que seria importante constar da ementa de uma disciplina de Avaliação no currículo do curso de Licenciatura em Matemática. Poderia abordar a avaliação e o seu contexto histórico na sociedade; a história da avaliação em matemática no Brasil, a avaliação e suas funções somativa, formativa e diagnóstica; avaliação formativa e o feedback; avaliação em ambientes virtuais de aprendizagens; avaliação das aprendizagens em matemática; avaliação como prática de investigação; reprovação e evasão escolar; práticas insubordinadas de avaliação (NASSER et al, 2019). É preciso que os licenciandos percebam as dificuldades de implementar uma avaliação justa, com as mesmas oportunidades para todos. Os critérios de correção também devem ser claros, de modo a evitar possíveis vieses de correção, quando um professor corrige as provas de vários alunos, ou quando professores diferentes corrigem a mesma prova. Outro ponto que merece atenção especial na formação de professores é a avaliação em larga escala, observando as exigências de itens de múltipla escolha bem elaborados. No caso de questões abertas em avaliações em larga escala, como no PISA, o corretor passa a ser codificador, pois em vez de corrigir a questão, a resposta deve ser associada a um código, para evitar discrepâncias na avaliação.

Esses tópicos, dentro do curso de licenciatura poderiam trazer novos olhares e novas práticas para os docentes que estão em formação. Portanto, há novos horizontes e novas fronteiras a serem descobertos pela formação inicial em diálogo com a avaliação em matemática, porque não se ensina sem avaliar e não se avalia sem ensinar.

## Referências

- ANTUNES, T. P.; MENDES, M. T. Desenvolvimento profissional de um professor ao (re) elaborar uma prova escrita de Matemática. Amazônia, **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 14, n. 31, p. 22-38, 2018.
- AMANDA, L.; OLIVEIRA, I. **Avaliação das Aprendizagens: Perspectivas**, contextos e práticas. Lisboa: Universidade Aberta, 2016.
- ARAÚJO, A. W. Análise do Modelo de Avaliação da Aprendizagem de uma Escola Pública do Distrito Federal na Percepção dos Docentes. 2014. 155 f. **Dissertação** (Mestrado em Matemática)—Universidade de Brasília, Brasília, 2014.
- BALL, D. L. e BASS, H. With an eye on the mathematical horizon: knowing Mathematics for teaching to learners' mathematical futures. In 43rd **Jahrestagung für Didaktik der Mathematik**, Oldenburg, Germany. 2009
- BATISTA, L. A. S.; CRISOSTOMO, E.; MACÊDO, J. A. de. Conocimiento del profesor de Matemática y educación financiera: un panorama de las investigaciones realizadas en el período 2010-2020. **PARADIGMA**, [S. l.], v. 43, n. 2, p. 432-453, 2022 Disponível em: <<http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/1233>>. Acesso em: 15 jul. 2022.
- BLACK, P.; WILIAM, D. Classroom assessment and pedagogy. **Assessment in Education: Principles, Policy and Practice**, v. 25, n. 6, p. 551-575, nov. 2018.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Parecer CNE/CES nº 1.302/2001**. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília. 2001
- FERNANDES, D. Avaliação Pedagógica, Currículo e Pedagogia: Contributos para uma discussão necessária, **Revista de Estudos Curriculares**, n. 11, v. 2, jan, 2021a.
- \_\_\_\_\_. **Avaliação Pedagógica, Classificação e Notas: Perspectivas Contemporâneas**. Folha de apoio à formação. Projeto de Monitorização, Acompanhamento e Investigação em Avaliação Pedagógica (MAIA). Brasília: Ministério da Educação: Direção-Geral da Educação, 2021b.
- FERNANDEZ, Carmen. Revisitando a base de conhecimentos e o conhecimento pedagógico do conteúdo (pck) de professores de ciências. **Revista Ensaio**, Belo Horizonte, v. 17, n. 2, p. 500-528, maio/ago 2015. DOI <http://dx.doi.org/10.1590/1983-21172015170211>. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/epec/a/jcNkTj9wx5GScw956ZGD4Bh/?format=pdf&lang=pt.>> Acesso em: 18 jun. 2022
- FIGUEROA ZAPATA, L. A.; LLANOS DÍAZ, L. M. Critical and formative evaluation in secondary education students. **PARADIGMA**, [S. l.], v. 42, n. 2, p. 279-298, 2021. Disponível em: <<http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/972>> Acesso em: 15 jul. 2022
- GIRALDO, V. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. **Communications in Mathematical Physics**, v. 349, n. 1, p. 47-107, 2017.
- LIMA, D. de O.; NASSER, L. Avaliação no Ensino Remoto de Matemática: analisando categorias de respostas. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 01, p. 01-19, jan./dez., 2020
- NASSER, L. et al. Discussing insubordinate practices in mathematics evaluation. **International Journal for Research in Mathematics Education**, v. 9, n.3, p. 114-128, 2019.
- OLIVEIRA, N. R. C. de. Avaliação em Matemática: uma discussão sobre as concepções e práticas de professores do ensino fundamental II da cidade de Campina Grande. 183 f. **Dissertação**. (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012.
- QS WORLD UNIVERSITY RANKINGS 2023. **QS World University Rankings 2023**. Disponível em: <<https://www.topuniversities.com/university-rankings/world-university-rankings/2023>>. Acesso em 11 jul. 2022

- SCHOENFELD, Alan H. Reframing teacher knowledge: a research and development agenda, **ZDM Mathematics Education**, [s. l.], n. 52, p. 359-376, maio 2020. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-019-01057-5>>. Acesso em: 17 jun. 2022.
- SILVA, N. de M. Avaliação: ponte, escada ou obstáculo? Saberes sobre as práticas avaliativas em cursos de licenciatura em Matemática. 144f. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.
- SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of a new reform. **Harvard Educational Review**, Harvard, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.
- UFBA. **Projeto Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática**. Salvador: UFBA, 2008. Disponível em: <[https://colmat.ufba.br/sites/colmat.ufba.br/files/ppc\\_matematica\\_diurno\\_2006.pdf](https://colmat.ufba.br/sites/colmat.ufba.br/files/ppc_matematica_diurno_2006.pdf)>. Acesso em 10 jul. 2022
- UFG. **Projeto Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática**. Goiânia: UFG, 2019. Disponível em: <[https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/29/o/PPC\\_Matematica\\_-\\_Licenciatura\\_2019.pdf](https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/29/o/PPC_Matematica_-_Licenciatura_2019.pdf)>. Acesso em 10 jul. 2022.
- UFPA. **Projeto Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática**. Belém: UFPA, 2011. Disponível em: <[https://www.matematica.icen.ufpa.br/images/Pdfs/PP\\_Matematica2011Aprovado\\_CONSEPE.pdf](https://www.matematica.icen.ufpa.br/images/Pdfs/PP_Matematica2011Aprovado_CONSEPE.pdf)>. Acesso em: 17 jun. 2022.
- UFPE. **Projeto Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática**. Recife: UFPE, 2009. Disponível em: <[https://www.ufpe.br/documents/39291/2544064/projeto\\_pedagogico+-+MatemA%7E;tica\\_Licenciatura.pdf/0ddf5a5b-7db1-455f-afb5-8597cd158578](https://www.ufpe.br/documents/39291/2544064/projeto_pedagogico+-+MatemA%7E;tica_Licenciatura.pdf/0ddf5a5b-7db1-455f-afb5-8597cd158578)>. Acesso em: 17 jun. 2022.
- UFSC. **Projeto Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática**. Florianópolis: UFSC, 2007. Disponível em: <[http://www.mtm.ufsc.br/graduacao/projeto\\_pedagogico\\_licen\\_mat.pdf](http://www.mtm.ufsc.br/graduacao/projeto_pedagogico_licen_mat.pdf)>. Acesso em 10 jul.2022
- UFRGS. **Projeto Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática**. Porto Alegre: UFRGS, 2022. Disponível em: <<https://www1.ufrgs.br/PortalEnsino/GraduacaoCurriculos/plone.php?r=projeto&curso=335&habilitacao=110&curriculo=306>>. Acesso em 11 jul. 2022
- UNB. **Projeto Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática**. Brasília: UnB, 2019. Disponível em :<[https://www.mat.unb.br/upload/graduacao-cursos/2019\\_07\\_02/PPC-Licenciaturas.pdf](https://www.mat.unb.br/upload/graduacao-cursos/2019_07_02/PPC-Licenciaturas.pdf)>. Acesso em: 17 jun. 2022.
- UNICAMP. **Catálogo do Curso de Licenciatura em Matemática**. Campinas: UNICAMP, 2021. Disponível em: <<https://www.dac.unicamp.br/sistemas/catalogos/grad/catalogo2021/disciplinas/ma.html#disc-ma104>> Acesso em: 10 jul. 2022.
- USP. **Projeto Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática**, São Paulo: USP, 2020. Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/1NNMntJIL36bR5P8gV8gnMksX98wtiAWc/view?usp=sharing>>. Acesso em: 17 jun. 2022.
- TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17 ed. Petrópolis: Vozes, 2014.
- VAZ, R. F. N., NASSER, L. Um Estudo sobre o Feedback Formativo na Avaliação em Matemática e sua Conexão com a Atribuição de Notas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 35, n. 69, p. 1-21, abr. 2021
- VAZ, R. F. N., NASSER, L. Em busca de uma avaliação mais “justa”. **Com a Palavra o Professor**, v. 4, n. 10, p. 311-329, 2019.
- VAZ, R.F.N.; NASSER, L.; LIMA, D.O. Avaliar para aprender: um ato de insubordinação criativa. **Revista @mbiente educação**. São Paulo: Universidade Cidade de São Paulo, v. 14, n. 1, p. 214-243 Jan/Abr. 2021.
- YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do começo ao fim**. 1ª Edição. Porto Alegre: Penso, 2016.

## Capítulo 15

### **Residência pedagógica:** contribuições na formação do licenciando em matemática da UNEB – Campus II

*Shayane Santana Valentim*  
Licenciatura em Matemática – UNEB

*Renata Batista de Oliveira Melo*  
Licenciatura em Matemática – UNEB

*Maria Eliana Santana da Cruz Silva*  
Universidade do Estado da Bahia

#### **Introdução**

A universidade pública é um ambiente que oferece diversas experiências para os licenciandos, oportunizando a participação em programas que os inserem em seu futuro ambiente de trabalho. Dentre estes, podemos destacar o Programa de Residência Pedagógica (PRP), que é articulado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com o objetivo de incentivar a relação entre teoria e prática na formação do licenciando.

Um dos motivos de incentivo para pesquisar sobre o tema foi acreditar na importância do Programa Residência Pedagógica (PRP) para a formação do futuro professor, em particular dos futuros professores de Matemática formados pelo Departamento de Ciências Exatas e da Terra, Campus II/Alagoinhas, da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), tendo em vista que o programa busca inserir o licenciando no contexto da sala de aula.

Consideramos que as vivências proporcionadas pelo Residência Pedagógica possibilitam que os estudantes, futuros professores, possam vivenciar situações reais do seu futuro ambiente de trabalho, retirando-os da sua zona de conforto, isto é, indo além dos conhecimentos teóricos construídos na universidade. Assim, eles podem realizar a parte prática desses conhecimentos, tendo a oportunidade de relacioná-los com os conteúdos da Educação Básica, fomentando a produção prática, de modo a favorecer o

entendimento do estudante, ou seja, criando um ambiente que propicie uma aprendizagem significativa.

Vale salientar que, no contexto formativo da graduação, existem os estágios supervisionados obrigatórios, mas essa fase de experiência requer apenas a vivência de uma unidade letiva nas escolas, não oportunizando aos licenciandos conhecer mais efetivamente a realidade de uma turma. Dessa forma, não se consegue acompanhar o percurso evolutivo dos alunos durante um ano letivo, o que seria apropriado. Em contrapartida, a depender da data de início do Programa, o PRP oportuniza aos graduandos vivenciar todo o ano letivo, inclusive com a mesma turma, visto que o programa tem duração de 18 meses.

Partindo do pressuposto, considerando as potencialidades do Programa Residência Pedagógica, foi importante avaliar as contribuições do Programa Residência Pedagógica na articulação entre teoria e prática na formação dos licenciandos em Matemática do Campus II da Universidade do Estado da Bahia, com base nos depoimentos dos residentes, que participaram do primeiro edital de Matemática do programa no Campus. Para conseguirmos alcançar nosso objetivo, mapeamos os relatos de experiência dos residentes e buscamos analisar tais experiências, com o intuito de identificar se o Programa contribuiu para a articulação entre teoria e prática na formação desses residentes.

### **Fundamentação teórica**

O Curso de Licenciatura em Matemática submeteu o primeiro subprojeto, intitulado: “A pesquisa da prática nos processos formativos de ensino e aprendizagem de ser professor: vivências no curso de licenciatura de Matemática (Uneb-Campus II)”, no Edital nº 01/2020 do Programa Residência Pedagógica, sob a orientação da professora doutora Maria de Fátima Costa Leal e da professora doutora Maria Eliana Santana da Cruz Silva (voluntária). Além de ser o primeiro subprojeto no curso de Licenciatura em Matemática, assumiu-se o desafio de realizá-lo durante o período da pandemia da Covid-19, decretada pela Organização Mundial de Saúde (OMS)

A Covid-19 é uma infecção respiratória aguda causada pelo coronavírus SARS-CoV2, potencialmente grave, de elevada transmissibilidade e de distribuição global. O SARS-CoV-2 é um betacoronavírus descoberto em amostras de lavado broncoalveolar obtidas de pacientes com pneumonia. (Brasil, 2021)



Assim, em meio ao contexto pandêmico, o projeto PRP de Matemática do Campus II da UNEB teve seu início em novembro de 2021. Era composto pela coordenação local, 24 (vinte e quatro) residentes bolsistas e 3 (três) preceptoras, sendo elas: 1 (uma) da Escola Estadual Luiz Navarro de Brito e 2 (duas) do Colégio Modelo Luiz Eduardo Magalhães. Os bolsistas eram organizados em subgrupos, chamados de núcleos; cada núcleo era composto por 8 (oito) residentes, além disso, o programa apresenta duração de 18 (dezoito) meses.

Dentre os objetivos trazidos em sua proposta, o Núcleo do Programa Residência Pedagógica de Matemática do Campus II – UNEB se propunha: 1) ampliar e consolidar a relação entre Educação Básica e a universidade, e simultaneamente a coordenação do projeto de Matemática, as preceptoras e os residentes; 2) oportunizar os residentes a vivenciar a sala de aula (regência de classe); a busca por alcançar esses objetivos visava fortalecer a formação dos licenciandos, pois estes estavam em contato com a sala de aula, obtendo o acompanhamento da coordenadora do projeto e das preceptoras, aproveitando esses momentos para se espelharem em sua futura atuação em sala de aula.

A formação inicial do professor, apesar de parecer simples, tem uma grande complexidade para as instituições formadoras, uma vez que as mesmas têm a responsabilidade de levar para a sala de aula um profissional que precisará lidar com contextos e realidades sociais distintas. No entanto, ainda convivemos com instituições meramente conteudistas, que associam a formação do professor a um processo de repetições dos conteúdos e a aplicação de métodos sem um enfoque significativo que possa relacioná-los com o contexto da sala de aula.

A “superação de um modelo educacional reprodutivista, tecnicista e acrítico só se dará pela mudança do ambiente formador do docente, oferecendo-lhe outros valores e caracterizando as diferentes perspectivas profissionais” (Oliveira, 2020, p.8). Isso quer dizer que um professor comprometido com o processo de ensino-aprendizagem conduzirá a sua aula com uma visão crítica e com o anseio de desmistificar o ensino tradicional que o coloca, de um lado, como detentor do saber, e do outro, os alunos, como meros ouvintes.

Solucionar esse modelo educacional na formação inicial do professor tem sido um desafio que as instituições formadoras tentam amenizar, para que se consiga ter uma instituição de qualidade, na qual os licenciandos consigam exercer o papel de professor com maior segurança. Entre os fatores que perduram, desde a história da formação inicial do professor, podemos citar

[...] a desarticulação entre a proposta pedagógica e a organização institucional dos cursos de licenciatura; o isolamento das instituições formadoras diante das novas dinâmicas culturais e demandas sociais apresentadas à educação escolar; o distanciamento entre a formação docente e os sistemas de ensino da educação básica; a desconsideração do repertório de conhecimentos dos docentes em formação; a falta de clareza sobre quais são os conteúdos que o futuro professor deve aprender e a restrição da atuação do futuro professor à regência em sala de aula, sem considerar as demais dimensões da sua atuação profissional. (Leite *et al.*, 2018, p. 228).

Estes fatores encontrados na formação do professor, também perduram na formação docente de matemática, fazendo com que a formação inicial do professor seja pauta constante nas pesquisas da área da educação matemática. Segundo Albuquerque e Gontijo (2013, p.76), “nos últimos vinte anos, os pesquisadores em educação matemática têm voltado suas atenções para a formação dos professores que ensinam matemática”, visto que na formação desses licenciandos, assim como em qualquer outra licenciatura, existem lacunas no decorrer do curso, lacunas estas que, muitas vezes, estão relacionadas com a dissociação entre teoria e prática, desarticulações de disciplinas específicas e pedagógicas, além de segregação entre escola e universidade. Em conformidade com a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM, 2003, p. 5-6), conforme citado por Albuquerque e Gontijo (2013, p.76), entre os problemas na formação do professor de matemática, destacam-se os seguintes:

A não incorporação, nos cursos, das discussões e dos dados de pesquisa da área da Educação Matemática; uma Prática de Ensino e um Estágio Supervisionado, oferecidos geralmente na parte final dos cursos, realizados mediante práticas burocratizadas e pouco reflexivas que dissociam teoria e prática, trazendo pouca eficácia para a formação profissional dos alunos. O isolamento entre escolas de formação e o distanciamento entre as instituições de formação de professores e os sistemas de ensino da educação básica. A desarticulação quase que total entre os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos pedagógicos e entre teoria e prática. (SBEM, 2003, p. 5-6).

Segundo Fiorentini et al. (2002, p. 154), apesar das mudanças ocorridas no decorrer dos anos na formação dos graduandos em matemática, essas inovações não têm gerado grandes transformações em relação a alguns aspectos, a saber:

[...] desarticulação entre teoria e prática, entre formação específica e pedagógica e entre formação e realidade escolar; menor prestígio da licenciatura em relação ao bacharelado; ausência de estudos histórico-filosóficos e epistemológicos do saber matemático; predominância de uma abordagem técnico-formal das disciplinas específicas; falta de formação teórico-prática em Educação Matemática dos formadores de professores. (Fiorentini et al. 2002, p. 154)

Embora tenha havido tentativas de oferecer uma formação acadêmica mais dinâmica para o licenciando, ainda existem desafios. Dentre estes desafios destacaremos a desarticulação entre teoria e prática, que pode ser amenizada através de uma relação mais próxima entre escola e universidade.

Diante disso, pode ser citada a residência pedagógica como alternativa para uma formação relacionando a teoria e prática, pois insere os residentes na rede pública de ensino, de modo que o futuro professor passa a ter contato com a sala de aula, vivenciando suas próprias experiências, e não apenas se apegando às vivências de seus professores relatadas nas aulas da universidade. O programa visa “aperfeiçoar a formação prática nos cursos de licenciatura, promove a imersão do licenciando na escola de educação básica a partir da segunda metade de seu curso” (Brasil, 2018).

Os residentes podem contar com o apoio tanto da preceptora em sala de aula quanto da coordenação na universidade, para compartilhar suas experiências, frustrações, expectativas e dúvidas, sem o receio de errar no decorrer da docência, pois não é uma disciplina – diferentemente do que ocorre nos estágios –, com a questão da reprovação e da necessidade de notas. Além disso, o licenciando vive uma experiência de “mão dupla”, por não ser apenas um ouvinte, mas por também participar de todos os processos, incluindo os programas ou projetos, visto que “os programas ou projetos de formação – tanto a inicial quanto a continuada – mais bem-sucedidos são exatamente aqueles nos quais o formador sabe ouvir e dar voz ao (futuro) professor, pesquisa com ele e compartilha saberes e experiências” (Nacarato, 2006, p.137).

Destacar a importância da prática nos cursos de licenciatura em Matemática não é uma desvalorização da teoria, pois, conforme Ponte (2014, p. 349), “teoria e prática devem surgir fortemente interligadas – a teoria só ganha todo o seu sentido quando é interpretada e aplicada a situações de prática e esta só se compreende verdadeiramente à luz da teoria”, ou seja, teoria e prática são uma ‘via de mão dupla’ uma depende da outra para ter sentido, principalmente quando estamos ensinando Matemática em uma sala de aula.

A residência pedagógica desempenha um papel relevante para a formação inicial do licenciando, fazendo-os vivenciar as teorias concomitantemente com a prática, aproximando-os da dinâmica da sala de aula, não apenas como um observador, mas como uma peça essencial do processo de ensino, tornando-se um espaço para que os licenciandos possam desenvolver ações da prática docente.

A experiência com a sala de aula mostra que ser professor não é apenas expor os conteúdos em uma lousa, mas também ser um crítico, refletindo suas ações antes, durante e após suas aulas, sempre buscando metodologias que possam garantir uma educação de qualidade e acessível a todos.

Nesse sentido, a residência oportuniza reflexões sobre as ações dentro do ambiente escolar, podendo discutir e socializar metodologias ativas, significativas, críticas, diversificadas e lúdicas. Como a ludicidade através de jogos, leituras, oficinas, filmes, paradidáticos, construção de mapas mentais, a resolução de problemas que estejam relacionados com a realidade dos alunos, a investigação matemática para chegar a um conceito matemático, a utilização de materiais concretos, para que os alunos possam visualizar os conceitos e definições matemáticas sob uma perspectiva diferente. Essas metodologias têm uma perspectiva de aproximar os estudantes dos conteúdos ensinados em sala de aula, afastando a prática docente do pensamento de que o professor é o detentor do saber e os alunos apenas ouvintes, sem participarem da sua própria formação.

## **Metodologia**

Esta pesquisa tem como foco as experiências dos 24 (vinte e quatro) residentes em Matemática do Campus II da Universidade do Estado da Bahia, que participaram do primeiro edital do programa no curso de Matemática do Campus II. Nosso principal instrumento para esta pesquisa são os relatos padrões propostos pela Capes, produzidos pelos residentes ao final do programa.

A pesquisa pode ser considerada como exploratória, pois, de acordo com Gil (2002, p. 41), [...] “estas pesquisas têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses” que encontrem consonância com o nosso objetivo.

No que concerna a sua abordagem, este trabalho também pode ser descrito como qualitativo, considerando-se a sua natureza investigativa pelo viés da interpretação. Ana e Lemos (2018) discorrem as características dessa abordagem no percurso de uma investigação científica como.

A utilização do ambiente natural como fonte direta para obtenção de dados e tem no pesquisador seu principal instrumento de busca de informações. No que tange aos dados coletados, os mesmos são predominantemente descritivos, isto é, ricos em transcrições de pessoas, situações, acontecimentos, entrevistas, depoimentos, as quais subsidiarão os esclarecimentos dos pontos de vista. (Ana; Lemos, 2018, p. 534).

Dessa forma, a abordagem qualitativa tem potencial para a nossa pesquisa, de modo que serão apresentados aqui a descrição dos residentes sobre as suas experiências no programa, e, conseqüentemente, as possíveis contribuições para a sua formação enquanto futuros docentes.

O procedimento técnico adotado para a pesquisa foi baseado na análise documental, uma vez que foi necessário analisar os relatórios dos residentes, os quais não foram submetidos a nenhuma análise prévia. Dessa forma, vamos nos aprofundar nas escritas dos residentes para, através desses textos, identificar as contribuições do referido Programa. Este percurso do trabalho foi dividido em quatro etapas: 1) O mapeamento dos relatos; 2) a leitura dos relatos; 3) a categorização dos dados a serem analisados e 4) a análise e a interpretação desses dados.

A primeira etapa constituiu no mapeamento dos relatos dos residentes, enviados para a coordenação local do programa. Nesse mapeamento, conseguimos ter acesso a 20 (vinte) relatos, o que constitui uma porcentagem interessante para a pesquisa. Assim, passamos a segunda etapa, que constitui na leitura de alguns relatos de membros de núcleos distintos, ou seja, iniciamos uma pré-análise que, segundo Silva (2019, p. 62), “corresponde à organização do material a ser analisado, com o objetivo de torná-lo operacional, sistematizando as ideias iniciais”. Assim, decidimos quais informações estavam efetivamente relacionadas aos objetivos da pesquisa, cuja pré-análise foi necessária para classificarmos e agruparmos as falas recorrentes nos relatos desses residentes, de modo a permitir uma melhor interpretação dos dados.

Em seguida, “codificamos as mesmas, utilizando uma numeração simples, o que possibilitou identificar rapidamente cada grupo de informações a ser analisado” (Silva, 2019, 33 p. 62), que nos levou a terceira etapa: a categorização, “[...] uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com critérios previamente definidos” (Bardin, 1997, p.117).

Separámos os relatos nas seguintes categorias previamente definidas durante a pré-análise do material: (I) Vivências da teoria e prática e o desenvolvimento do pensamento crítico; (II) Inserção no ambiente escolar; (III) Crescimento profissional acadêmico e interpessoal para o fortalecimento do ser professor; (IV) Permanência do aluno na universidade; (V) Formação inicial do futuro professor e (VI) Contribuições para a escola, os alunos e os professores. Apesar de termos VI categorias para este artigo nos

aprofundaremos apenas na categoria (I) Vivências da teoria e prática e o desenvolvimento do pensamento crítico.

Por fim, fizemos uma leitura flutuante que, segundo Silva (2019, p. 62), “consiste no contato entre o pesquisador e os documentos a serem analisados, possibilitando conhecer o texto [...]”, de modo que analisamos todos 20 (vinte) relatos dos residentes, sem o relato da pesquisadora, procurando nas falas dos membros sobre aspectos referentes às contribuições do PRP, colocando-as em categorias já separadas anteriormente.

Durante a residência pedagógica foram escritos 24 (vinte e quatro) relatos. A análise dos dados seria baseada nos 23(vinte e três) relatos dos residentes, sem o relato da pesquisadora, porém, não conseguimos acesso aos relatos de três residentes, de modo que nossa análise foi baseada nos 20(vinte) relatos encontrados. Como identificação dos residentes, usamos pseudônimos para manter o sigilo dos nomes. Optamos por identificá-los como R1(residente 1), R2 (residente 2), R3 (residente 3), R4 (residente 4), até o R20 (residente 20).

Para nossa análise, procuramos padrões, como contribuições semelhantes, convergências ou divergências nos textos lidos, sobretudo de pessoas que participaram de núcleos diferentes.

A técnica escolhida para a análise destes dados foi a análise de discurso, pois, de acordo com Gil (2002, p. 142),

[...] a análise de discurso tem por vocação básica a interpretação dos processos ideológicos subjacentes ao discurso, é recomendável que o pesquisador tenha alguma experiência a leitura sobre os processos ideológicos

Traremos trechos dos relatos dos residentes que correspondem a categoria (I) Vivências da teoria e prática e o desenvolvimento do pensamento crítico, a fim de identificar nessas falas as contribuições que o programa proporcionou para a futura carreira docente.

### **Análise e/ou resultados**

Em cursos de licenciatura, nota-se, entre alunos da formação inicial, a existência de um desequilíbrio entre teoria e prática durante a sua formação. Desse modo, após a leitura inicial dos textos, considerando categoria (I) Vivências da teoria e prática e o desenvolvimento do pensamento crítico, 75% dos residentes (15 residentes) mencionaram em suas falas como uma das contribuições da residência. Essa questão é um dos objetivos

do programa, os participantes exercem a prática da docência aplicando as teorias aprendidas nas universidades. Além disso, trazem a importância de o professor desenvolver um pensamento crítico e reflexivo em suas ações na sala de aula para promover o ensino e a aprendizagem com significado.

Em conformidade com Silva (2019, p.67), “a interpretação das Categorias de Análise configuradas no processo de tratamento dos dados tem por objetivo obter uma possível compreensão do objeto investigado”. Nesse sentido, a análise dos relatos dos residentes foi feita pelo viés da leitura e depois a partir de recortes das falas que representassem integralmente as categorias elencadas.

Isso posto, apresentamos as nossas análises e as considerações sobre os trechos dos relatos dos residentes, ratificando que a análise será apenas da categoria (I) elencada anteriormente.

Na categoria Vivências da teoria e prática e o desenvolvimento do pensamento crítico, notamos nas falas dos residentes a relevância da relação entre teoria e prática durante a participação no Programa de Residência Pedagógica, uma vez que ambas não se distinguem. Além disso, destacamos a relevância dos estudos teóricos, discussões e análises de texto que enfatizam a importância de se formar um professor com pensamento crítico e reflexivo. Os residentes R9, R17 e R20 enfatizam a importância de ler texto para a formação de um professor crítico e reflexivo em relação à sua prática.

“[...] **as leituras de textos, discussões e análises**, foram importantes para a formação docente por proporcionar aos bolsistas momentos **para desenvolver o pensamento crítico e reflexivo.**” (Residente R9, grifo nosso)

“Dentre **as contribuições do RP para a formação docente**, poderemos citar **os estudos teóricos, que possibilitaram refletir acerca do processo de ensino e aprendizagem** dos conteúdos matemáticos;” (Residente R17, grifo nosso)

“**O programa me apresentou temas mais atuais que estão em discussão no âmbito educacional**, trouxe-me uma outra perspectiva de ensino uma vez que, pouco se atuou presencialmente em sala de aula devido a pandemia, e **corroborou para a consolidação** de concepções importantes no que tange a necessidade de **um profissional crítico/reflexivo que atue em prol do desenvolvimento de um aprendizado significativo.**” (Residente R20, grifo nosso)

O residente R9 enfatiza a relevância dos estudos teóricos, ao fazer leituras de textos e analisá-los para as discussões nos encontros semanais, o que corrobora as falas dos residentes R17 e R20, que enfatizam a importância dos estudos teóricos para refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem, focando em um aprendizado significativo para os alunos, uma vez que reflexão [...] “é o processo de pensar sobre o modo de agir,

sobre a ação, o porquê fazemos e como fazemos, por meio da pesquisa e de estudos” (Oliveira, 2020, p.17). O residente R3 destaca esse processo reflexivo para sua prática docente, além de mencionar a relação entre teoria e prática para esse desenvolvimento reflexivo, no trecho a seguir:

[...] “Perceber que tendo em vista o que foi mencionado, **a iniciação à docência** é fundamental para a relação entre a teoria e a prática, desenvolvimento profissional e **proporciona um olhar mais crítico e reflexivo sobre a prática do ser professor.**” (Residente R3, grifo nosso)

O residente R3 evidencia a relevância de se ser um professor crítico reflexivo sobre a sua prática docente, o que viabiliza a percepção, com uma análise mais aprofundada, por ser a residência um modelo de ensino reflexivo que possibilita a interação harmoniosa entre a teoria e prática. A participação desses graduandos no Programa também auxilia na sua formação inicial, pois os torna profissionais críticos e reflexivos, com pensamentos analíticos e aprofundados, visando direcionar também as suas discussões dentro de sala de aula, nas disciplinas pedagógicas da graduação. Essa contribuição para sua formação é notória nas falas dos residentes R2, R6 e R19 a seguir:

“De fato, o **Programa de Residência Pedagógica (PRP)** permite a **formação de estudantes críticos reflexivos**, sabemos que o ambiente escolar traz uma riqueza de conhecimentos adquiridos pelo professor durante a observação e a prática.” (Residente R2, grifo nosso)

“Vejo que **o conjunto de ações realizadas em todo o projeto, foram fundamentais para desenvolver um pensamento crítico e analítico mais aguçado**, que será levado além do programa e sem dúvidas será acionado em momentos dentro e fora da sala de aula.” [...] (Residente R6, grifo nosso)

“Sinto que o RP trouxe inúmeros benefícios dentro do meu processo formativo como um todo, me **dando bases tanto teóricas quanto práticas que serão fundamentais na minha atuação como docente.**” (Residente R19, grifo nosso)

Os conhecimentos específicos do curso são essenciais para formação do professor, porém, não deve ser a única prioridade. Sabemos que é necessário formar professores críticos e reflexivos, entretanto, os cursos de Matemática têm sido considerados “como um apêndice ao bacharelado, ênfase nas disciplinas específicas em detrimento das pedagógicas e a relação teoria e prática” (Furkotter; Morelatti, 2007, p. 321). Isso se torna preocupante, pois o licenciando terá uma base teórica sólida, mas em contrapartida não terá a segurança necessária para se impor em sala de aula, além de não ter a capacidade de avaliar, de forma autocrítica, as suas práticas docentes.

O subprojeto teve como um dos seus pré-requisitos relacionar a teoria com a prática, tendo em vista que estes são elementos indissociáveis, ou seja, uma depende da



outra para que se possa realizar uma formação de qualidade para os alunos da licenciatura. Podemos perceber a presença entre a teoria e a prática na fala do residente R9.

“[...] contribuir para a formação dos discentes para que estes possam **exercitar de forma ativa a relação entre teoria e prática no âmbito da docência** em parceria com escolas de redes públicas da educação básica.” (Residente R9, grifo nosso)

A fala do residente demonstra que o fortalecimento entre a teoria e a prática no projeto se deu pela interação e cooperação promovida pelo programa e pela rede de escola pública. No recorte seguinte, o residente R1 complementa essa fala apresentando as atividades as quais o fizeram perceber que a teoria e a prática estão presentes.

“Discutimos um texto marcante e com tudo a ver nesse processo de nós enquanto discentes de Licenciatura e residentes, com o tema: Teoria e praticando processo de formação: o caso de um curso de Licenciatura em Matemática. Pelo tema já podemos perceber o quão valioso foi essa discussão que tivemos, **vivenciando justamente a teoria, na universidade e a prática no programa. Apesar do Estágio Obrigatório como prática não é suficiente para que o aluno ele saia da universidade segura para exercer a profissão**, o programa ele é mais intenso no sentido de estar mais inserido na escola.” (Residente R1, grifo nosso)

O residente R1 menciona o estágio supervisionado, que, de acordo com Furkotte e Morelatti (2007, p. 321), “tem como natureza processos de investigação, problematização, ação e reflexão que buscam aprendizagens e aperfeiçoamento da prática docente em um ambiente de trocas com professores experientes”. Essa é uma etapa extremamente importante para a formação do professor, pois é um momento de troca de experiências entre professores veteranos e futuros professores, porém o graduando ainda não sente segurança para exercer seu papel de docente em uma sala de aula. Sendo assim, a residência vem como um fortalecedor que leva o residente a se sentirem seguros para exercer o seu papel de professor em uma sala de aula, com um pensamento mais aprofundado sobre a reflexão de sua própria prática.

Essa segurança para lecionar em sala de aula vem da aquisição de conhecimentos que devem ser ensinados nas universidades. De acordo com Moriel Junior e Cyrino (2009, p. 538), “uma das funções do curso de licenciatura em matemática é favorecer o desenvolvimento profissional de futuros professores de matemática em diversas dimensões”. Dessa forma, o curso de matemática deve oferecer aos alunos diversos conhecimentos para que estes possam exercer a prática docente. De acordo com Shulman (1986, p. 9 apud Furkotte; Morelatti, 2007, p. 323), o conhecimento no âmbito da docência se distingue em três categorias:

conhecimento disciplinar (conteúdo do objeto de estudo, quantidade e organização do conteúdo na mente do professor); Conhecimento pedagógico do objeto estudado (vai além do saber do conteúdo em si, envolve as formas de abordagem para torná-lo compreensivo, é o elo entre a pesquisa sobre o ensino e sobre a aprendizagem); Conhecimento curricular (compreensão dos conhecimentos escolares, sua organização e estruturação e os seus materiais de apoio).

Esses conhecimentos não devem ser ensinados de forma isolada, visto que há interdependência entre eles para a prática docente. O conhecimento disciplinar é indispensável para que o professor tenha domínio do conteúdo a ser ensinado, sabendo identificar quais conteúdos devem ser prioridade para os seus alunos. O conhecimento pedagógico é notório quando se está em sala de aula e se ensina os conteúdos de maneira acessível em compreensível para cada tipo de turma, analisando-se todo o contexto social em que os alunos estão inseridos, procurando metodologias adequadas para ensinar o conteúdo. Finalmente, o conhecimento curricular refere-se à capacidade de o professor relacionar seus conteúdos com outros aspectos da realidade do aluno e outras disciplinas.

Pensando nesses conhecimentos e na sua relevância para a formação do futuro professor, a residência surge como um potencializador da aprendizagem dos graduandos. A residência torna-se, portanto, um ambiente no qual o licenciando consegue perceber um ensino diferenciado, intensificando esses conhecimentos, se tornando um diferencial na formação. É possível notar a relação entre universidade e o programa nas falas dos residentes R10, R18 e R4.

“Por fim, fica evidente a necessidade de **intensificar as discussões da teoria e da prática** no curso de formação de professores e buscar **efetivá-las no decorrer da vivência universitária**. Nesse sentido, programas como Residência Pedagogia vem contribuir para esse processo.” (Residente R10, grifo nosso)

“Portanto, tendo os aspectos observados, conclui-se que o RP além de fornecer uma **formação diferenciada** aos estudantes de licenciatura em matemática, é imprescindível para o amadurecimento e a inserção do licenciando no ambiente escolar, **fazendo um diálogo entre a teoria, enquanto estudos da educação matemática e a prática**.” (Residente R18, grifo nosso)

“A proposta do RP em envolver os conhecimentos e a experiência e prática dos professores da rede pública e licenciando em matemática apesar de desafiador, foi bastante significativa na formação docente, porque me permitiu como estudante nesta fase **unir a teoria do curso de graduação à prática docente no ambiente em que ela acontece, progredir, desenvolver o senso crítico**, fazer uso de novas abordagens e métodos no ensino da matemática.” (Residente R4, grifo nosso)

Os residentes citados acima demonstram a relevância de um programa que não segue o modelo de racionalidade técnica, aquele que “separa teoria e prática, reflexão e

ação, pesquisa educacional e o mundo da escola, por considerar situações ideais isoladas da realidade social, distantes do contexto das instituições escolares.” [...] (Furkotte; Morelatti, 2007, p. 321). Percebemos a importância em levar professores críticos e reflexivos para a sala de aula, pois trará benefícios para a Educação Básica, uma vez que profissionais da educação críticos formam alunos críticos, para conviverem em uma sociedade com um pensamento analítico em relação às afirmações e aos discursos que os rodeiam, sendo capazes de refletir e chegar às suas próprias conclusões diante dos fatos.

### **Considerações finais**

Estudos sobre a formação inicial do professor mostram que deve haver uma maior integração entre universidade e escolas da Educação Básica na formação didático-pedagógica dos futuros professores, pois a personalidade do graduando é formada a partir do contato com professores durante sua jornada com a educação, portanto, a forma como, os docentes da graduação, ensinam afeta diretamente na maneira com que estes futuros professores lecionarão na Educação Básica.

Diante da problemática da formação inicial do professor, surgiu o interesse de analisar as contribuições do Programa de Residência Pedagógica para a formação do licenciando em Matemática do Campus II da Universidade do Estado da Bahia, que participaram do primeiro Edital de Matemática do programa do Campus.

A análise demonstra a relevância do Programa de Residência Pedagógica para a formação do professor, pois vivenciamos a teoria interligada com a prática, assim fortalecendo os conteúdos ministrados na universidade. A partir do vínculo com o referido Programa, conhece a realidade da Educação Básica e aguçamos o pensamento crítico e reflexivo.

As pesquisas no campo da Educação são de extrema relevância para o Ensino Superior, pois demonstram que as políticas públicas e programas que garantem a formação continuada dos professores devem ser valorizados e estar mais presentes nas universidades, assegurando que todos possam participar, além de possibilitar a criação de demais programas, com maiores disponibilidades de vagas.

Esperamos que o debate suscitado nesta pesquisa não se esgote por aqui e sejam realizadas mais investigações com foco nas contribuições de programas como a Residência Pedagógica em diferentes universidades pelo Brasil. Assim, manteremos a expectativa de que o investimento nesses programas pelos governos trará benefícios

significativos para os futuros professores e, conseqüentemente, para a qualidade da Educação Básica.

## Referências Bibliográficas

- ALBUQUERQUE, Leila Cunha de; GONTIJO, Cleyton Hércules. A complexidade da formação do professor de matemática e suas implicações para a prática docente, **Revista Espaço Pedagógico**, [S. l.], v. 20, n. 1, p. 76-87, jan./jun. 2013. Disponível em: <[www.upf.br/seer/index.php/rep](http://www.upf.br/seer/index.php/rep)>. Acessado em: 12 de janeiro de 2023
- ANA, Wallace Pereira Sant, LEMOS, Glen Cézar. Metodologia Científica: a pesquisa qualitativa nas visões de Lüdke e André. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar**, Mossoró, v. 4, n. 12, p.531-541, novembro, 2018.
- BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Persona, 1977.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Residência Pedagógica. Brasília**, 2018. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/residencia-pedagogica>>. Acessado em: 04 de janeiro de 2023.
- FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M.; FERREIRA, A. C.; LOPES, C. E; FREITAS, M. T. M. de; MISKULIN, R. G. S. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira, **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n.36, p.137-160, 2002.
- FÜRKOTTER, Monica; MORELATTI, Maria Raquel Miotto. **A articulação entre teoria e prática na formação inicial de professores de matemática**. 2. ed. São Paulo: Educ. Mat. Pesqui, 2007. Disponível em: <<file:///C:/Users/Shayane/Downloads/906-Texto%20do%20artigo-2147-1-10-20080721.pdf>>. Acesso: 16 de junho de 2023
- GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed., São Paulo: Atlas, 2002.
- LEITE, Eliana Alves Pereira; (et al.). **Formação de profissionais da educação: alguns desafios e demandas da formação inicial de professores na contemporaneidade**. Campinas: Educ. Soc., 2018
- MORIEL JUNIOR, Jeferson Gomes; CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade. **Propostas de articulação entre teoria e prática em cursos de licenciatura em matemática**. 3. ed. São Paulo: Educ. Matem. Pesq., 2009. 535-557 p. v. 11. Disponível em: <[file:///C:/Users/Shayane/Downloads/2009\\_morieljrecyrino\\_propostasdearticulacaoteoriaepr.....pdf](file:///C:/Users/Shayane/Downloads/2009_morieljrecyrino_propostasdearticulacaoteoriaepr.....pdf)>. Acessado em 16 de junho de 2023
- NACARATO, Adair Mendes. A Formação do Professor de Matemática: pesquisa x políticas públicas. **Contexto e Educação**, n. 75, p. 135-153, jan./jun. 2006. Disponível em: <[file:///C:/Users/irailma.soares/Downloads/1114-Texto%20do%20artigo-4576-1-10-20130521%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/irailma.soares/Downloads/1114-Texto%20do%20artigo-4576-1-10-20130521%20(1).pdf)>. Acessado em: 04 de janeiro de 2023
- OLIVEIRA, A. Formação inicial de professores do ensino fundamental. 45 f. **Monografia** (Curso de Pedagogia) - Pontifícia Universidade Católica de Goiás, 2020. Disponível em: <<https://repositorio.pucgoias.edu.br/jspui/bitstream/123456789/851/1/TCC%20Aylla.pdf>> Acessado em: 2 de março de 2023.
- PONTE, João Pedro da. **Formação do professor de matemática: perspectivas atuais**. Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, 2014. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/275409911\\_Formacao\\_do\\_professor\\_de\\_Matematica\\_Perspetivas\\_atuais](https://www.researchgate.net/publication/275409911_Formacao_do_professor_de_Matematica_Perspetivas_atuais)>. Acesso em: 28 fev. 2023.
- SILVA, Luciano Duarte da. **Movimento da análise de conteúdo em documentos oficiais**. Curitiba: CRV, 2019.
- VALENTIM, Santana Shayane. Residência Pedagógica: Contribuições para a formação do licenciando em matemática da UNEB Campus II. 56 f. **Monografia**. (Curso de Licenciatura em Matemática) – Universidade do Estado da Bahia. Bahia, 2023.

## Sobre os autores

**Alessandro Jatobá** é doutor em Engenharia de Produção pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Possui estágio pós-doutoral no Instituto de Engenharia Nuclear. Atualmente é professor da Fundação Oswaldo Cruz.

**Alexandre Souza de Oliveira** é doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professor na Rede Estadual de Ensino do Estado de São Paulo.

**Andreia Passos Ferreira** é mestranda em Ensino na Educação Básica pelo Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (UERJ). Atualmente é professora no Colégio Pedro II.

**Daniel de Oliveira Lima** é doutor em Ensino e História da Matemática e da Física pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Atualmente é professor na Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

**Edda Curi** é doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professora na Universidade Cruzeiro do Sul.

**Emerson Bastos Lomasso** é doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professor na Universidade do Estado de Minas Gerais.

**Flávia Streva Nunes** é mestranda em Ensino na Educação Básica do Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (Cap/UERJ). Atualmente é professora na Rede Privada de Ensino.

**Gabriela dos Santos Barbosa** é doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professora na Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

**Gabriela Félix Brião** é doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista. Atualmente é professora na Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

**Gisele Pereira de Oliveira Xavier** é doutora em Ciência, Tecnologia e Educação pelo Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Atualmente é professor na Universidade do Estado de Minas Gerais.

**Henrique de Oliveira** é mestre em matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto. Atualmente é professor na Rede Estadual de Educação de Minas Gerais e na Fundação Helena Antipoff

**Jadson de Souza Conceição** é doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal da Bahia. Atualmente é professor na Rede Estadual de Educação da Bahia

**Jean Paixão Oliveira** é mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz. Atualmente é professor na Rede Estadual de Educação da Bahia

**Leandro Costa Serafim** é licenciando em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo.

**Lilian Nasser** é doutora em Educação Matemática pelo King's College da Universidade de Londres. Atualmente é professora na Universidade Federal do Rio de Janeiro.

**Loise Tarouquela Medeiros** é doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Atualmente é professora no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro.

**Marcos Antônio de Sousa Pereira** é licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande.

**Maria Eliana Santana da Cruz Silva** é doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professora na Universidade do Estado da Bahia.

**Maria Eliana Santana da Cruz Silva** é doutora em Educação Matemática pela Coligada Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professora na Universidade do Estado da Bahia.

**Mariana Barbosa Cassiano** é mestranda em Ensino na Educação Básica pelo Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (Cap/UERJ). Atualmente é professora da Rede Municipal de Educação de Japeri.

**Mariana Carvalho Pinto** é licenciada em Matemática pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Atualmente é professora da Rede Privada de Ensino.

**Mário Barbosa da Silva** é doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Atualmente é professor no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo.

**Martin Nicolas Rodriguez Zamit** é licenciado em Matemática pela Universidade do Estado Minas Gerais. Discente da Especialização em Educação Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais.

**Monike Alves Gouvea** é mestranda em Ensino na Educação Básica pelo Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (Cap/UERJ). Atualmente é professora das Redes Municipais de Educação do Rio de Janeiro e de São Gonçalo.

**Norma Suely Gomes Allevato** é doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Atualmente é professora na Universidade Cruzeiro do Sul.

**Patrícia Nunes da Silva** é doutora em Matemática Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas. Atualmente é professora na Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

**Paulo Eugênio da Silva** é doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Atualmente é professor da da Rede Estadual de Educação de São Paulo.

**Pedro Henrique Oliveira Dias de Paula** é licenciando em Matemática pela Universidade do Estado de Minas Gerais.

**Raphael Constant da Costa** é doutor em Matemática pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. Atualmente é professor na Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

**Renan Pereira Souza** é mestrando em Ciências Computacionais pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

**Renata Batista de Oliveira Melo** é licenciada em Matemática pela Universidade do Estado da Bahia.

**Rosa Lidice de Moraes Valim** é doutora em Psicossociologia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Atualmente é professora no Centro Universitário Carioca.

**Sabrina Alves Boldrini Cabral** é doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Atualmente é professora na Universidade do Estado de Minas Gerais.

**Shayane Santana Valentim** é licenciada em Matemática pela Universidade do Estado da Bahia.

**Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon** é doutora em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo. Atualmente é professora no Instituto Federal de Ciência, Educação e Tecnologia do Espírito Santo.

**Tiêgo dos Santos Freitas** é doutor em Ciência, Tecnologia e Educação pelo Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Atualmente é professor na Universidade Estadual da Paraíba.

**Veronica Eloi de Almeida** é doutora em Sociologia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Atualmente é professora no Centro Universitário Carioca.

**Werbert Augusto Coutinho** é mestre em Novas Tecnologias Digitais na Educação pelo Centro Universitário Carioca. Atualmente é gestor escolar na Rede Municipal de Ensino de Duque de Caxias.

**Zulma Elizabete de Freitas Madruga** é Doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Atualmente é professora na Universidade Federal do Recôncavo da Bahia.

1º edição Maio de 2024  
Tipografia TIMES NEW ROMAN







A obra reúne quinze artigos que têm como objetivo contribuir para a reflexão sobre as práticas pedagógicas, o currículo e a formação docente na área da Educação Matemática.